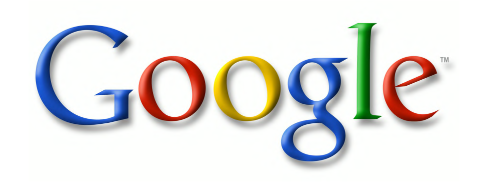



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06641802 5

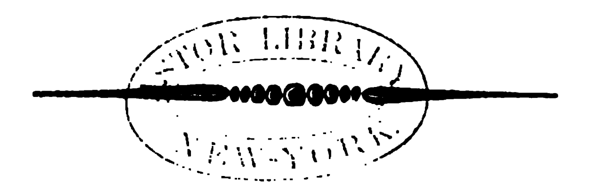
TRAITÉ
SPÉCIAL
DE COUPE DES PIERRES.

PAR J. P. DOULIOT,

Professeur d'architecture et de construction à l'Ecole royale gratuite de Mathématiques et de Dessin en faveur des arts mécaniques.

Tout se fit à tâtons, jusqu'à ce que des philosophes, à l'aide de la géométrie, apprirent aux hommes à procéder avec justesse et sûreté.

VOLTAIRE.



A PARIS,

CHEZ L'AUTEUR, rue St.-Jacques, N°. 67;
CARILIAN-GŒURY, Libraire des Corps royaux des Ponts et Chaussées et des Mines, quai des Augustins, n°. 41.

1825.

IMPRIMERIE DE RICHOMME,
RUE SAINT-JACQUES, N°. 67.

INTRODUCTION.

L'ART qu'on désigne sous la dénomination de *Coupe des Pierres*, a pour objet l'exécution de toutes les parties d'édifices qui se font en pierres de taille, telles que les murs, les voûtes, les escaliers, les colonnes, les entablemens, etc. Ces différens élémens d'architecture ont des formes et des dimensions qui les caractérisent, et sont les résultats d'assemblages de plusieurs morceaux de pierre qui ont, à leur tour, des formes et des dimensions assujéties à celles de l'ouvrage à exécuter. Ainsi la Coupe des Pierres comprend trois parties : la première a pour objet de déterminer les formes et les dimensions, tant des différens élémens des édifices, que des morceaux de pierre qui les composent; la seconde, de donner aux pierres les formes et les dimensions qu'elles doivent avoir, en abattant les parties excédantes, au moyen d'outils appropriés à cet usage, et la troisième, de les poser convenablement chacune à la place qui lui est destinée.

La première partie est une véritable science dont les principes reposent à la fois sur les mathématiques, l'architecture et la physique. En effet, la détermination des formes et des dimensions des différentes parties d'un édifice dépend de la destination de chacune d'elles, de la charge qu'elles ont à soutenir, etc.; par conséquent, des règles de l'architecture, des principes de mécanique propres à établir les lois de la stabilité, et des propriétés physiques des pierres. Enfin, cette détermination dépend aussi de la théorie de la forme des corps solides, considérée géométriquement; car

pour juger des formes les plus convenables dans les différens cas qui peuvent se présenter, il faut nécessairement connaître les principales propriétés de toutes celles dont on peut faire usage.

La seconde partie dépend absolument de l'habitude, du maniement des outils, et ne peut s'apprendre que par la pratique : tout ce qu'on pourrait dire à ce sujet, dans un livre, ne servirait à rien. Cependant, comme les faces des pierres sont des surfaces diversement engendrées, en expliquant la manière de tracer celles qui font parties des murs, des voûtes, etc., nous aurons soin de dire comment on doit se servir de la règle, de l'équerre, des cerces, etc., pour que ces surfaces soient faites comme elles doivent l'être. De plus, quelque soin qu'on apporte à tracer, tailler et poser les morceaux de pierre qui composent une partie quelconque d'édifice, jamais l'ensemble de ces morceaux ne donne exactement la forme qu'on s'estproposée, ce qui exige, après avoir terminé la pose, de recouper, sur place, les parties qui excèdent la surface qu'on veut avoir; et cette opération, qui se nomme *ravalement* ou *ragrément*, suivant qu'il y a beaucoup ou peu de chose à faire, demande une explication détaillée à laquelle nous consacrerons un chapitre tout entier.

La pose des pierres demande aussi des explications dont on ne peut se dispenser de donner le développement dans un traité pratique de Coupe des Pierres, sans le laisser incomplet; aussi trouvera-t-on, dans un des chapitres de celui-ci, la manière de poser les différentes espèces de murs, de voûtes, d'escaliers, etc.

La plus grande partie de cet ouvrage aura donc, pour objet, la détermination et la description des formes des principales parties des édifices et des morceaux de pierres qui les composent.

Nous avons déjà dit que cette partie de la coupe des pierres était une véritable science, dont les principes ressortaient à la fois des mathématiques, de l'architecture et de la physique : d'où il semblerait naturel de conclure qu'un auteur de Coupe de Pierres

est en droit de supposer au lecteur toutes les connaissances préliminaires sur lesquelles son sujet se fonde; mais comme mon but principal a été d'écrire pour ceux qui se consacrent le plus spécialement à la pratique de cet art, et par conséquent pour ceux qui n'ont pas, en général, assez de temps à donner à l'étude des sciences pour y acquérir des connaissances assez positives et assez étendues pour entendre, ensuite, des théories qui les supposent, j'ai cru me rendre plus généralement utile en insinuant, pour ainsi dire, au lecteur, les connaissances mathématiques qui lui sont nécessaires, sans lui donner la fatigue des démonstrations rigoureuses dont le géomètre les accompagne, mais en ayant soin de lui présenter les choses suivant l'ordre le plus analogique possible, et en lui donnant des explications propres à lui faire entrevoir la vérité, et la liaison des principes des uns aux autres.

J'ai cru nécessaire, pour m'approcher, le plus possible, du but que je me suis proposé, de donner d'abord quelques définitions et quelques problêmes de géométrie élémentaire, en me bornant à les expliquer le plus clairement que je l'ai pu, et à les coordonner suivant l'ordre analogique, qui fait la base de la méthode que j'ai adoptée. Je donne ensuite les moyens de décrire et de mener des tangentes et des normales, aux courbes les plus en usage; quelques notions et quelques problêmes de géométrie descriptive, et je termine les préliminaires par les définitions des surfaces en général, et par l'énonciation des propriétés de celles qui sont en usage en architecture. Le lecteur, qui aura étudié les mathématiques, pourra lire ces préliminaires, pour servir de récapitulation à ses études, ou bien, s'il l'aime mieux, il les passera, pour arriver plus vîte à l'objet principal.

J'entre en matière en traitant des murs, que je classe d'après la nature des surfaces qui les terminent, et j'en distingue sept espèces: les murs droits, les murs en talus, les murs gauches, les murs cylindriques droits, les murs cylindriques obliques, les murs co-

niques droits et les murs coniques obliques. Après avoir expliqué les épures de ces espèces de murs, la manière de les appareiller, et d'en tracer les pierres, je donne les plates-bandes, les berceaux ordinaires, les berceaux en descente, les portes coniques que je suppose pratiquées au travers des sept espèces de murs. Puis, je passe aux trompes coniques, que j'examine dans les différentes sortes d'encoignures où elles peuvent se trouver. Viennent après les voûtes plates, les voûtes en arc de cloître, celles en arrêtier, les voûtes sphériques, les voûtes sphéroïdes, les niches, les voûtes annulaires, les voûtes ellipsoïdes, les trompes et les portes en voussure, ce qui complète toutes les espèces de voûtes considérées en elles-mêmes; ensuite je traite de toutes ces voûtes se pénétrant réciproquement les unes les autres, et je recherche toutes les combinaisons possibles, deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, etc. Je fais ressortir les avantages et les inconvéniens de chacune de ces combinaisons, en faisant observer celles qui conviennent dans telle ou telle circonstance. Ensuite, je donne les pendentifs avec ou sans arc-doubleau, les pendentifs en voussure, quelques voûtes qui sortent de l'ordre ordinaire, une digression sur les abus de la coupe des pierres, la manière d'appareiller les colonnes, les entablemens et les frontons, et j'arrive aux escaliers, que je traite avec beaucoup de développement. Enfin, comme je l'ai déjà dit, je donne la manière de poser toutes les espèces de murs, de voûtes et d'escaliers, et je termine par donner les moyens de faire les ravalemens de manière que les différentes parties d'édifices que j'ai données, dans cet ouvrage, aient rigoureusement la forme et les dimensions qu'on s'était proposées

J'ai cru très-utile de diviser mon sujet en chapitres, traitant chacun d'une espèce d'ouvrage différente, et de les coordonner de manière que l'ordre analogique étant observé, chaque chapitre pût pourtant, au besoin, être consulté isolément; de sorte que

ce traité pourra servir comme de manuel, que le praticien pourra consulter à chaque fois qu'il rencontrera quelque difficulté dans la pratique.

Je laisse au lecteur le soin de comparer cet ouvrage à ceux du même genre, qui l'ont précédé, et je m'estimerai très-heureux s'il trouve que j'aie fait quelque chose pour les progrès de l'art, en mettant à profit les connaissances que j'ai acquises par la lecture des écrits de mes prédécesseurs.



AVIS.

Je crois devoir avertir le lecteur que souvent j'explique plusieurs exemples de voûtes sur la même épure, ce qui m'a obligé quelquefois à mener des lignes qui ne sont pas nécessaires pour le premier de ces exemples. Ainsi il faudra faire abstraction des lignes que n'indiquera pas l'explication dont on s'occupera, et que l'analogie ne fera pas reconnaître appartenantes à l'épure dont il s'agira, et attendre qu'il en soit question dans le discours pour y avoir égard. Par là, on levera toutes les difficultés que l'addition de ces lignes pourrait faire naître. J'ai pris ce parti, pour diminuer, autant que possible, le nombre des gravures, qui est malgré cela très-considérable.

TRAITÉ

SPÉCIAL

DE COUPE DES PIERRES.

CHAPITRE Ier.

Définitions et Problèmes de Géométrie.

DÉFINITIONS.

1. On appelle *corps* tout ce qui réunit les trois dimensions de l'étendue : *longueur, largeur* et *hauteur* ou *épaisseur*.

2. Ce qui termine les corps s'appelle *surface*.

Les surfaces n'ont que deux dimensions : *longueur* et *largeur*.

3. Ce qui termine les surfaces s'appelle *ligne*. Les lignes n'ont qu'une seule dimension : *longueur*.

4. Les lignes sont droites ou courbes.

Il n'y a qu'une seule espèce de ligne droite : c'*est le plus court chemin d'un point à un autre*.

Quant aux lignes courbes, il y en a une infinité d'espèces différentes.

5. Une ligne est *courbe*, toutes les fois qu'elle n'est ni *droite*, ni *composée de lignes droites*.

6. On appelle *point* le lieu où deux lignes quelconques se rencontrent. Les extrémités d'une ligne sont aussi des points. Le point n'a aucune dimension.

7. Les surfaces sont *planes* ou *courbes*.

Il n'y a qu'une seule espèce de surface plane ; mais il y en a une infinité de courbes différentes.

8. Une surface plane ou un plan est une surface dans laquelle on peut appliquer une ligne droite dans toutes les directions imaginables, c'est-à-dire, qu'en prenant deux points, à volonté, dans cette surface, et en joi-

gnant ces deux points par une droite, cette droite est toute entière dans la surface.

Il faudra bien se garder de donner au mot *plan* la même signification qu'en architecture : les architectes appellent *plan, la trace d'un édifice quelconque sur le sol;* tandis que pour nous, du moins, jusqu'à ce qu'il soit fait mention du contraire, un plan sera *une surface plane indéfiniment prolongée dans tous les sens, et ayant, dans l'espace, la position qu'il nous conviendra de lui supposer.*

9. Les surfaces courbes ne sont ni planes, ni composées de surfaces planes.

10. Deux points sont nécessaires et suffisans pour déterminer une ligne droite.

11. Si deux droites AB, AC (fig. 1), se rencontrent en un point A, leur écartement, quant à leur position, s'appelle *angle.* Le point A, où ces deux droites se rencontrent, est le *sommet* de l'angle; les droites AB, AC elles-mêmes en sont *les côtés.*

Pour désigner un angle, on se sert de trois lettres A, B et C, dont l'une A est placée près du sommet, et les autres B et C le long des côtés. Quand on écrit, ou que l'on exprime ces lettres pour désigner un angle, on a soin d'écrire ou d'exprimer la lettre du sommet entre les deux autres : ainsi pour l'angle de la fig. 1, on écrira et l'on dira, l'angle BAC ou CAB, et jamais l'angle ABC, ni CBA.

Quand un même point ne sert de sommet qu'à un seul angle, on se contente de désigner cet angle par la lettre du sommet.

12. Si deux lignes droites AB, DC (fig. 2), se rencontrent de manière à former deux angles adjacens ACD, DCB, égaux, chacun d'eux s'appelle *angle droit,* et les deux droites AB, CD sont dites *perpendiculaires.*

Ce que nous appelons ici angle droit, les ouvriers l'appellent angle *d'équerre,* ou simplement *équerre.*

13. Toute ligne droite aplomb, est ce qu'on appelle une *verticale;* et toute droite de niveau, se nomme *horizontale.* Une verticale et une horizontale sont deux droites perpendiculaires; mais deux droites perpendiculaires ne sont pas pour cela, l'une verticale et l'autre horizontale; c'est-à-dire que deux droites perpendiculaires peuvent avoir d'ailleurs une position quelconque dans l'espace.

14. Tout angle comme ACE (fig. 3), plus grand qu'un angle droit ACD, est dit *obtus*, et tout angle comme ECB plus petit est aigu.

15. Quand deux droites AB, CE se rencontrent de manière que les deux angles qu'elles forment sont, l'un obtus et l'autre aigu, ces deux droites prennent le nom *d'obliques*, l'une relativement à l'autre.

16. Deux droites AB, CD (fig. 4), situées dans le même plan, sont dites *parallèles*, lorsqu'elles ne peuvent se rencontrer, quelque loin qu'on les prolonge.

17. On appelle *figure plane*, une surface plane terminée de toutes parts par des lignes. Si ces lignes sont droites, la figure prend le nom de *polygone*.

Les droites qui terminent un polygone s'appellent *les côtés*, et leur ensemble forme le *contour* ou le *périmètre* du polygone.

18. Les polygones sont *réguliers* ou *irréguliers*.

Ils sont réguliers, lorsqu'ils ont les côtés et les angles égaux.

Ils sont irréguliers dans toute autre circonstance.

19. Les polygones se distinguent encore par le nombre de leurs côtés. Le plus simple de tous s'appelle *trilatère* parce qu'il a trois côtés, ou *triangle* parce qu'il a trois angles. Celui qui a quatre côtés s'appelle *quadrilatère*, ou *tétragone*, celui qui en a cinq, *pentagone;* six, *exagone;* sept, *eptagone;* huit, *octogone;* neuf, *ennéagone;* dix, *décagone;* onze, *ondécagone;* douze, *duodécagone*, etc.; ou bien on se contente d'énoncer le nombre des côtés du polygone que l'on veut désigner.

20. Les triangles qui ont les trois côtés inégaux, s'appellent *scalènes;* ceux qui ont deux côtés égaux, *isoscèles*, et ceux qui ont les trois côtés égaux s'appellent *équilatéraux*. La figure 5 est un triangle scalène, la figure 6, un triangle isoscèle, et la figure 7, un triangle équilatéral.

Un triangle est *rectangle* quand il a un angle droit, *obtus angle* quand il a un angle obtus, et *agutangle* quand il a ses angles aigus. Le côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle s'appelle *l'hypoténuse;* les autres côtés sont les côtés de l'angle droit. La figure 8 est un triangle rectangle.

21. Parmi les quadrilatères on distingue le *carré*, qui a ses quatre côtés égaux et ses angles droits; le *rectangle*, qui a ses angles droits sans avoir les côtés égaux; le *losange*, qui a ses côtés égaux sans avoir les angles droits; le *trapèze*, dont deux côtés seulement sont parallèles, le *parallélogramme*, dont les côtés sont parallèles deux à deux. La figure 9 est un carré, la figure 10, un rectangle, la figure 11, un losange, la figure 12, un trapèze, et la figure 13, un parallélogramme.

22. On appelle *diagonale* une droite AB (fig. 13) qui joint deux sommets, non adjacens, dans un polygone quelconque.

23. Le *cercle* est une surface plane terminée de toute part par une *ligne* qu'on appelle *circonférence*, dont tous les points sont à égales distances d'u point intérieur que l'on nomme le *centre*. Ainsi la figure ABCD (fig. 14) es un cercle, si la ligne ABDC, qui la termine, a tous ses points à égales di tances du point O.

24. Toute droite comme AO qui va du centre à la circonférence est *u* *rayon*. Tous les rayons du cercle sont égaux entre eux.

25. Toute droite comme BC, qui passe par le centre O et qui se termin de part et d'autre à la circonférence, s'appelle *diamètre*. Tous les diamètre du cercle sont égaux entre eux.

26. Tout diamètre partage le cercle et la circonférence en deux partie égales.

27. On appelle *arc de cercle* toute portion de la circonférence. La droit DE, qui joint les extrémités D et E d'un arc quelconque DE, s'appelle *cord* ou *soutendante*.

28. Un *segment* de cercle est la surface comprise entre un arc et sa corde

29. Une droite comme AF qui n'a qu'un point A de commun avec la cir conférence du cercle, est une *tangente*.

30. On divise la circonférence d'un cercle, quelque soit son rayon, e 360 parties égales que l'on appelle *degrés;* chaque degré en 60 parties égale qu'on appelle *minutes*, chaque minute en 60 parties égales qu'on appell *secondes*, et ainsi de suite.

Les degrés, minutes, secondes, etc., servent à mesurer les angles. On s sert pour cet objet, d'un instrument représenté par la figure 15, auquel o donne le nom de rapporteur. Il est, ou en corne, ou en cuivre; j'aime mieu les rapporteurs en corne, à cause que, la corne étant transparente, en appli quant l'instrument sur le papier, on a l'avantage de voir les lignes au traver et de pouvoir, en conséquence, mesurer les angles sans compas.

Les lignes *courbes* sont *planes* ou à *double courbure*.

Les courbes planes sont celles qui ont tous leurs points situés dans u même plan.

Les courbes à double courbure, au contraire, ne peuvent êtres tracées qu dans l'espace ou sur des surfaces courbes.

Problèmes sur la Ligne droite et le Cercle.

31. *Sur le milieu d'une droite AB* (fig. 16), *on demande d'élever une per-pendiculaire DC.*

Solution. Par les extrémités A et B, de la droite donnée AB, comme

centres, et avec une même ouverture de compas, prise à volonté plus grande que la moitié de la droite donnée AB, on décrira des arcs de cercle qui se couperont aux points C et D, par lesquels on menera la droite CD, qui sera la perpendiculaire demandée.

32. *Par un point donné D* (fig. 17) *sur une droite AB, on demande d'élever une perpendiculaire CD à la droite donnée AB.*

Solution. On prendra sur la droite AB les points E et F à égales distances du point donné D; par ces points E, F comme centres, et avec la même ouverture de compas, prise à volonté plus grande que la moitié ED de EF, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point C, par lequel et le point donné D on menera la droite CD qui sera la perpendiculaire demandée.

33. *Par un point donné D* (fig. 18) *hors d'une droite AB, on demande d'abaisser une perpendiculaire CD à cette droite AB.*

Solution. Par le point donné D, comme centre, on décrira un arc de cercle EF qui coupe en deux points E et F la droite donnée AB; par ces deux points E et F, comme centres, et avec un rayon plus grand que la moitié de EF, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point C, par lequel et le point donné D on menera la droite DC, qui sera la perpendiculaire demandée.

34. *Par un point donné B à l'extrémité d'une droite AB* (fig. 19), *on demande d'élever une perpendiculaire BE à la droite AB.*

Solution. Par un point C, quelconque, pris hors de la droite donnée AB, comme centre, et avec une ouverture de compas égale à la distance CB du point C au point donné B, on décrira un arc de cercle plus grand qu'une demi-circonférence, qui coupera la droite donnée AB en un point D, par lequel et le centre C on menera le diamètre DCE, et par l'extrémité E, de ce diamètre et le point donné B, on menera la droite BE, qui sera la perpendiculaire demandée.

35. *Par un point donné D* (fig. 20) *hors d'une droite AB, et vers son extrémité, on demande d'abaisser une perpendiculaire DE à la droite donnée AB.*

Solution. Par un point quelconque C de la droite donnée AB, comme centre, et avec une ouverture de compas égale à la distance de ce point C au point donné D, on décrira un arc de cercle en E; par un autre point quelconque F, de la droite donnée AB, comme centre, et avec une ouverture de compas égale à la distance de ce point F au point donné D, on décrira un autre arc de cercle en E qui coupera le premier en un point E.

par lequel est le point donné D, on menera une droite DE, qui sera la perpendiculaire demandée.

36. *Un angle étant donné, on demande de trouver le nombre de degrés de cet angle.*

Solution. On posera le rapporteur de corne sur cet angle, de manière que le centre de l'instrument soit au sommet de l'angle, et qu'un côté de ce dernier coïncide avec le diamètre du rapporteur; le nombre de degrés demandé sera celui auquel l'autre côté de l'angle répondra sous l'instrument.

37. *On demande un angle BAC* (fig. 21), *égal à un angle donné* b a c.

Solution. Soit AB la droite sur laquelle on veut construire l'angle demandé, et soit le point A de cette droite, le point où l'on veut que le sommet de cet angle soit placé; par ce point comme centre, et avec un rayon arbitraire, on décrira un arc de cercle indéfini BC; par le sommet *a* de l'angle donné *b a c*, comme centre, et avec le même rayon, on décrira un arc de cercle *bc* entre les côtés de cet angle *b a c;* on prendra la grandeur de cet arc *bc* que l'on portera de B en C sur l'arc BC, et par le point C et le point A on menera la droite AC qui fera, avec la droite AB, un angle BAC qui sera l'angle demandé.

Remarque. S'il s'agissait de faire un angle d'un nombre de degrés déterminé, on conçoit facilement comment, au moyen du rapporteur, on résoudrait la question.

38. *Diviser un angle donné BAC* (fig. 22) *en deux parties égales par une droite AD.*

Solution. Par le sommet A de l'angle donné, comme centre, et avec un rayon arbitraire, on décrira un arc de cercle BC entre les côtés de cet angle; par les points B et C où l'arc rencontre les côtés de l'angle, comme centres, et avec le même rayon, plus grand que la moitié de BC, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont au point D, par lequel est le sommet A, on menera la droite AD qui divisera l'angle donné BAD, en deux autres BAD, CAD qui seront égaux entre eux.

39. *Par un point donné D* (fig. 23) *mener une droite DC parallèlement à une droite donnée AB.*

Solution. Par le point donné D, comme centre, et avec un rayon arbitraire, on décrira un arc indéfini BC; par le point B où cet arc coupera la droite donnée AB, comme centre, et avec le même rayon BD, on décrira un arc DA; on fera l'arc BC égal à AD, et par le point C et le point D on menera la droite DC qui sera la parallèle demandée.

Remarque. Tous les appareilleurs savent qu'au moyen d'un T que l'on fait glisser contre les bords de la planche à dessiner, ou au moyen d'une équerre que l'on fait glisser le long d'une règle convenablement placée, on parvient, avec une grande facilité, à mener tant de droites parallèles que l'on puisse avoir besoin, avec plus de précision que par le moyen que nous venons de donner, qui a d'ailleurs l'inconvénient d'être fort long.

40. *On donne trois points ABC* (fig. 24) *non situés en ligne droite, et on demande de faire passer une circonférence de cercle par ces trois points.*

Solution. On joindra les trois points donnés par les droites AB, BC, au milieu de chacune desquelles on menera une perpendiculaire (n°. 32) FD, ED; et le point D, où ces deux perpendiculaires se rencontreront, sera le centre du cercle demandé, dont le rayon sera DA, ou DB ou DC.

Remarque. S'il s'agissait de trouver le centre d'un cercle donné, on prendrait trois points à volonté sur la circonférence de ce cercle, et on opérerait ensuite comme dans le problême que nous venons de résoudre.

41. *Par trois points donnés non en ligne droite, on demande de faire passer un arc du cercle sans se servir du centre.*

Solution. Soient (fig. 25) A, B, C, les trois points donnés; on les joindra d'abord par des droites, de manière à former le triangle ABC; ensuite par les sommets A et B, comme centres, et avec le même rayon arbitraire, on décrira les arcs ER et GP; on divisera les portions d'arc EF et GH compris entre les droites AB, AC et AB, BC, en un certain nombre de parties égales, en trois parties, par exemple, aux points I et K pour l'arc EF, et aux points M et N pour l'arc GH. Si le point C est à égales distances des points A et B, les arcs EF, GH seront égaux, et s'ils sont divisés en un même nombre de parties égales chacun, les parties de l'un seront égales aux parties de l'autre. En général il faudra porter de H en P, sur le prolongement HP de l'arc GH, autant de parties de l'arc EF qu'il y en a dans cet arc moins une; dans notre exemple, il faudra donc en porter deux, ce qui donnera les points O et P. De même on portera sur le prolongement FR de l'arc EF, et de F en R, autant de parties de l'arc GH, qu'il y en a dans cet arc moins une; dans notre exemple il faudra donc en porter deux, ce qui nous donnera les points Q et R. Cela fait, par les points I, K, Q et R de l'arc ER et par le point A, on menera les droites AI, AK, AQ et AR, que l'on prolongera indéfiniment, et par les points M, N, O et P de l'arc GP, et par le point B, on menera les droites BM, BN, BO et BP, qui rencontreront les premières aux points S, T, U et V, dans l'ordre qu'on voit dans la figure 25, lesquels points seront sur l'arc demandé; de sorte que, si l'on

dessine à la main une courbe qui passe par tous ces points, cette courbe sera l'arc de cercle demandé.

42. *Par un point donné A* (fig. 26) *sur l'extrémité d'un arc de cercle AC, on veut mener une droite AE dont la direction passe par le centre de l'arc; mais on ne peut pas se servir de ce centre.*

Solution. A partir du point donné A, prenez sur l'arc de cercle deux points B et C à distances égales; par les points A et C, comme centres, et avec un rayon arbitraire, décrivez deux arcs de cercles qui se couperont en un point D; par le point B comme centre, et avec le même rayon AD, décrivez un arc de cercle en E; prenez la grandeur BD comme rayon, et du point A comme centre, décrivez un autre arc en E qui coupera le premier en un point E, par lequel et le point donné A, vous menerez une droite EA qui sera la droite demandée.

43. *Par un point donné A* (fig. 27) *sur la circonférence d'un cercle, mener une tangente AB à cette circonférence.*

Solution. On menera un rayon IA au point donné A, qu'on appelle le point de contact, et à l'extrémité A de ce rayon, on menera une perpendiculaire AB (par le moyen du nº 34) qui sera la tangente demandée.

44. *Par un point donné D* (fig. 28) *hors de la circonférence d'un cercle, on veut mener une tangente à ce cercle.*

Solution. On joindra le point donné D et le centre O du cercle, par une droite DO, sur laquelle, comme diamètre, on décrira une circonférence de cercle DBOA qui coupera la circonférence donnée en deux points A et B, par l'un desquels et le point donné D on menera une droite DA ou DB qui sera la tangente demandée.

Remarque. Dans ce problême on voit qu'il y a deux solutions, c'est-à-dire deux tangentes qui satisfont à la question. Les circonstances indiquent toujours laquelle des deux on doit choisir.

45. *On veut mener une tangente FG* (fig. 29) *à un cercle, parallèlement à une droite donnée AB.*

Solution. Par le centre C du cercle donné, on menera une perpendiculaire CD à la droite donnée AB; par l'un des points E où cette perpendiculaire rencontrera la circonférence du cercle, on menera une parallèle GF à la droite donnée AB, et cette droite GF sera la tangente demandée.

Remarque. On voit encore ici qu'il y a deux tangentes qui satisfont à la question.

46. *Mener une tangente DE à la circonférence d'un cercle, perpendiculairement à une droite donnée AB* (fig. 30).

Solution. Par le centre du cercle donné, on menera une parallèle CE à la droite donnée AB, et par le point E où cette parallèle CE rencontrera la circonférence donnée, on abaissera une perpendiculaire ED à la droite donnée AB, qui sera la tangente demandée.

Remarque. Il y a encore ici deux tangentes qui satisfont à la question.

47. *Inscrire un polygone régulier dans un cercle.*

Solution. Les géomètres donnent des moyens directs pour inscrire des polygones réguliers dans le cercle, mais seulement pour quelques cas particuliers. Ces moyens géométriques sont très-rigoureux, théoriquement parlant, mais dans la pratique ils n'ont aucun avantage sur le moyen par tâtonnement. Le moyen par tâtonnement consiste à diviser la circonférence du cercle donné en autant de parties égales que le polygone doit avoir de côtés, et de joindre ensuite les points de division par des droites qui sont les côtés du polygone. On réussit d'autant plus promptement à trouver une ouverture de compas convenable au cas où l'on se trouve, que l'on a une plus grande habitude de ces sortes d'opérations.

CHAPITRE II.

Moyens de décrire les Courbes, de leur mener des Tangentes et des Normales dans tous les cas.

DE L'ELLIPSE.

48. Si deux droites AB, CD (fig. 31) sont mutuellement perpendiculaires l'une au milieu de l'autre, de sorte que IA égale IB, et ID égale IC, ces deux droites pourront être regardées comme étant les deux *axes* d'une ellipse. Le point I où les deux axes se coupent est le *centre* de l'ellipse. Les deux axes d'une ellipse sont toujours inégaux; s'ils étaient égaux, l'*ellipse* serait changée en un *cercle*. Supposons que AB soit plus grand que DC; si par l'extrémité D du petit axe comme centre, et avec un rayon égal au demi grand axe AI, on décrit un arc de cercle FF′ qui coupe le grand axe AB en deux points F et F′, ces deux points seront ce qu'on appelle les *foyers* de l'ellipse. Ainsi quand on aura les deux axes d'une ellipse, on en aura facilement les foyers.

49. *On donne les deux axes AB, DC d'une ellipse* (fig. 31) *et on demande de décrire cette courbe.*

SOLUTION 1re. On cherchera d'abord les deux foyers F, F′ comme on vient de le dire dans l'article précédent, et ensuite, ayant pris un point a quelconque, sur le grand axe, entre le centre I et un foyer F′, on décrira de chaque foyer comme centre, et avec la distance B a, comme rayon, des arcs de cercle en m, m′ et m″, m‴; avec la distance aA, égale à ce qui reste du grand axe AB après avoir retranché B a, et toujours des foyers comme centres, on décrira de nouveaux arcs de cercle qui couperont les premiers aux points m″, m‴ et m, m′ qui appartiendront à l'ellipse. Si au lieu d'avoir pris le point a, on avait pris le point b, sur le grand axe, entre le centre I et le foyer F, en opérant de la même manière que pour le point a, on aurait obtenu les quatre points M, M′, M″ et M‴, au lieu des quatre points m, m′, m″ et m‴, lesquels seraient encore sur l'ellipse. Ainsi, en opérant de la même manière pour autant de points qu'on voudra a, b, c..... pris sur le grand axe, entre le centre I et le foyer F′, on obtiendra une suite de points de cette courbe, aussi rapprochés les uns des autres qu'on voudra : si donc on fait passer une courbe à la main par tous ces points et les extrémités A, B, C, D des axes, cette courbe sera l'ellipse demandée.

Remarque. Si, par un point M quelconque de l'ellipse, on mène une droite à chaque foyer F′, F, ces deux droites FM, F′M, prendront le nom de *rayons vecteurs.* On voit que *la somme de deux rayons vecteurs quelconques est égale au grand axe.*

La méthode que nous venons d'employer pour décrire l'ellipse, sera appelée *méthode des rayons vecteurs.* Elle est la plus simple et la plus exacte.

50. SOLUTION 2me. Du centre I de l'ellipse, on décrira deux circonférences de cercle; la première avec un rayon égal au demi grand axe AI (fig. 32), et la seconde avec un rayon égal au demi petit axe ID. Ensuite, par le centre I, on menera autant de droites IE, IF, IG, IH, IJ, IK, IL, IM, etc., qu'on voudra; par les points E, F, G, H, J, K, L et M où ces droites rencontreront la circonférence décrite sur le grand axe AB, on menera des parallèles au petit axe DC, et par les points e, f, g, h, i, k, l, m, où ces mêmes droites rencontrent la circonférence décrite sur le petit axe, on menera des parallèles au grand axe AB, et les points N, O, P, Q, R, S, T, V où ces dernières parallèles rencontreront les premières, appartiendront à l'ellipse : on n'aura donc plus qu'à faire passer une courbe à la main par tous ces points et les extrémités des axes, pour avoir l'ellipse demandée.

51. SOLUTION 3me. Soient AB, DC (fig. 33 et 34), les axes de l'ellipse en

question; par l'extrémité A, de l'axe AB, on menera une droite AB′, dans une direction quelconque, que l'on fera égale à l'autre axe CD; sur cette droite AB′ comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle AD′B′; puis on prendra à volonté sur le diamètre AB′, les points Q, Q′, Q″......., q, q′, q″........; et par tous ces points on menera des perpendiculaires QR, Q′R′, Q″R″..... qr, q′r′, q″r″..... à ce diamètre AB′, et les droites QP, Q′P′, Q″P″.... qp, q′p′, q″p″....... parallèlement à la droite BB′; par les points où ces dernières droites rencontreront l'axe AB, on menera les droites MN, M′N′, M″N″....... mn, m′n′, m″n″...... parallèlement au second axe CD. Enfin, on fera les droites PM et PN, P′M′ et P′N′, P″M″, et P″N″...... pm et pn, p′m′ et p′n′, p″m″ et p″n″..... respectivement égales aux ordonnées QR, Q′R′, Q″R″....... qr, q′r′, q″r″....... de la demi-circonférence de cercle AD′B′, et les points M et N, M′ et N′, M″ et N″.... m et n, m′ et n′, m″ et n″...... appartiendront à l'ellipse. En faisant donc passer une courbe à la main par tous ces points et les extrémités des axes, on aura l'ellipse demandée.

52. *Remarque* 1. Si les deux droites AB, CD (fig. 35), n'étaient pas perpendiculaires, pourvu qu'elles se divisassent mutuellement en deux parties égales, en opérant sur ces deux droites comme dans le problème précédent, ainsi qu'on le voit indiqué par les mêmes lettres et les mêmes constructions dans la figure 35, on aurait encore une courbe ADBC qui serait une ellipse; mais alors les droites AB, CD seraient ce qu'on appelle deux *diamètres conjugués*. Ainsi l'on voit qu'une ellipse peut tout aussi bien être décrite étant donnée par deux diamètres conjugués que par ses deux axes.

Pour que deux droites qui passent par le centre de l'ellipse soient des diamètres conjugués, il faut que l'un d'eux divise en deux parties égales les parallèles menées à l'autre, et terminées de part et d'autre à la courbe, et réciproquement.

Remarque 2. Le procédé d'après lequel nous venons de décrire l'ellipse en dernier lieu, sera ce que nous appelerons la *méthode des coordonnées*. Les droites IP, IP′, etc..... (fig. 33, 34 et 35) sont les *abscisses*, et les droites PM, P′M′....... sont les *ordonnées*. Les abscisses sont toujours comptées sur l'un des axes, ou l'un des diamètres conjugués, et les ordonnées sont toujours parallèles à l'autre.

Nous pourrions donner encore plusieurs moyens de décrire l'ellipse, mais nous nous en tiendrons aux précédens, parce qu'ils suffisent et qu'ils sont les plus commodes et les plus exacts; passons à d'autres problèmes sur cette courbe.

53. *Une ellipse étant décrite, on demande le centre et les axes de cette courbe* (fig. 36).

Solution. On menera deux droites quelconques MN, mn′, parallèles entre elles, qu'on divisera en deux parties égales aux points P, P′ par une droite EF dont le milieu I sera le centre de l'ellipse.

Pour avoir les deux axes AB, CD, par le point I comme centre, on décrira un arc de cercle GHK qui coupera l'ellipse en trois points G, H et K; on joindra ces trois points deux à deux par les droites GH, HK, auxquelles, par le centre I on menera les parallèles CD, AB, qui seront les axes demandés.

54. *Une ellipse étant décrite, on demande deux diamètres conjugués dont un soit parallèle à la droite donnée LO* (fig. 36).

Solution. Si le centre n'est pas donné, on menera une droite Qn parallèle à LO, et on divisera les droites LO et Qn en deux parties égales par la droite SR dont le milieu I sera le centre de l'ellipse, et qui sera un des diamètres demandés. Pour avoir le second EF, on n'aura qu'à mener par le centre I une parallèle EF à la droite donnée LO, qui sera le deuxième diamètre demandé.

55. *Une ellipse étant décrite, trouver deux diamètres conjugués, dont un soit perpendiculaire à une droite donnée.*

Solution. On menera dans l'ellipse une droite LO perpendiculaire à la droite donnée (fig. 36), et on opérera ensuite comme dans l'article précédent.

56. *Une ellipse étant décrite, on demande deux diamètres conjugués qui fassent entre eux un angle donné.*

Solution. Ce problême n'est pas toujours possible : si l'angle donné est obtus, il faudra qu'il soit plus petit que l'angle ACB formé par deux droites AC, BC, menées par les extrémités du grand axe à la même extrémité C du petit (fig. 37); et si l'angle donné est aigu, il faudra qu'il soit plus grand que l'angle DAC formé par deux droites DA, CA menées par les extrémités du petit axe à la même extrémité A du grand.

Supposons donc que l'angle donné se trouve entre les limites que nous venons d'établir, et donnons le moyen de résoudre le problême.

1°. Si l'angle donné est obtus, par l'une des extrémités B du grand axe, ou du plus grand diamètre, si l'ellipse est rapportée à deux diamètres conjugués, on menera une droite EF, de manière que l'angle IBE formé par cette droite EF et le grand axe ou le grand diamètre AB soit égal à l'angle donné; par le point B, on menera une perpendiculaire BO à la droite EF qui

ira rencontrer en un point O le petit axe DC, ou la perpendiculaire ID menée par le centre au grand diamètre, si l'ellipse est rapportée à deux diamètres conjugués. Par ce point O, comme centre, on décrira une circonférence de cercle, avec un rayon égal à OB, qui coupera l'ellipse en deux points G et G'; par l'un G desquels et les extrémités A, B du grand axe ou du grand diamètre, on menera les droites AG, BG, qu'on appelle *cordes supplémentaires*, auxquelles, par le centre, on menera les parallèles respectives HK et LM, qui seront les diamètres demandés.

2°. Si l'angle donné est aigu, on pourra prendre son supplément, et opérer sur ce supplément, qui sera obtus, comme on vient de l'expliquer.

57. *Par un point donné M sur une ellipse, il faut mener une tangente MT à cette courbe* (fig. 38).

Solution 1. Si l'on ne connaissait pas les axes, on les chercherait par le moyen donné au n°. 53, ainsi que les foyers F, F' (n°. 48). Cela fait, on menera au point donné M, les rayons vecteurs FM, F'M; on prolongera l'un F'M de ces rayons d'une quantité MQ égale à l'autre FM; on joindra le foyer F et le point Q par la droite FQ, à laquelle et par le point donné M on abaissera une perpendiculaire MT, qui sera la tangente demandée.

Solution 2. Après avoir trouvé les axes et les foyers, comme ci-dessus, et après avoir mené les rayons vecteurs FM, F'M, au point donné M, l'un d'eux, F'M, étant prolongé indéfiniment vers Q, on divisera l'angle FMQ en deux parties égales par une droite MT, qui sera la tangente demandée.

58. *Par un point* m *donné hors de l'ellipse, mener une tangente* mT *à cette courbe* (fig. 38).

Solution. Par le point donné m comme centre, et avec un rayon mF égal à la distance du point m à un foyer F, on décrira un arc de cercle FQ; par l'autre foyer F' comme centre, et avec un rayon égal au grand axe AB, on décrira un autre arc de cercle qui coupera le premier FQ en un point Q, par lequel et le foyer F' on menera la droite F'Q qui coupera l'ellipse en un point M, par lequel et le point donné m on menera une droite mM qui sera la tangente demandée.

Remarque. Si l'on opérait d'une manière inverse par rapport aux foyers, on trouverait une seconde tangente mT' qui satisferait à la question.

59. *Mener une tangente à l'ellipse parallèlement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Que l'ellipse soit rapportée à ses axes ou à deux diamètres conjugués quelconques, par l'extrémité A de l'un des axes ou des dia-

mètres conjugués, on menera une corde AG parallèlement à la droite donnée EF; on menera ensuite la corde BG, à laquelle et par le centre I, on menera un diamètre KM dont les extrémités K et M sont les points de contact des deux tangentes KO, MN, qui satisfont également à la question, et que l'on obtiendra en menant par les points K et M, les parallèles KO et MN, à la droite donnée EF, ou à la corde AG.

60. *Mener une tangente à l'ellipse perpendiculairement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Que l'ellipse soit rapportée à ses axes ou à deux diamètres conjugués quelconques, par l'extrémité de l'un des axes ou des diamètres conjugués, on menera une droite BQ perpendiculaire à la droite donnée EF; on menera ensuite la droite AQ, à laquelle et par le centre I on menera un diamètre SV, dont les extrémités S et V, seront les points de contact des deux tangentes ST, UV, qui satisferont également à la question, et qu'on obtiendra en menant par les points S et V des perpendiculaires ST, VU à la droite EF, ou des parallèles à la droite BQ.

61. *Par un point donné sur une ellipse, mener une normale à cette courbe* (fig. 38).

Solution. On menera les rayons vecteurs FM, F′M, au point donné M, et on divisera l'angle FMF′, de ces rayons vecteurs, en deux parties égales, par une droite MR qui sera la normale demandée.

62. *Par un point donné* a *hors de l'ellipse, mener une normale* ad *à cette courbe* (fig. 38).

Solution. Par le point donné a, comme centre, on décrira un arc de cercle bc, qui coupera l'ellipse en deux points b et c (assez près l'un de l'autre), par ces points b et c, comme centres, et avec un même rayon arbitraire, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point d, par lequel et le point donné a, on menera une droite ab, qui sera la normale demandée.

63. *Mener une normale à l'ellipse, perpendiculairement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Que l'ellipse soit rapportée à ses axes, ou à deux diamètres conjugués quelconques, pour avoir les points K et M où les deux normales KR, MR′, qui satisferont à la question, rencontrent la courbe, on opérera comme on l'a fait pour trouver les points de contact des tangentes parallèles à la même droite.

64. *Mener une normale à l'ellipse parallèlement à une droite donnée* (fig. 39).

SOLUTION. Pour avoir les points S et V ou les normales SR″, VR‴, qui satisfont à la question, rencontrent l'ellipse, on opérera de la même manière que pour avoir les points de contact des tangentes perpendiculaires à la droite donnée.

DE LA PARABOLE.

65. La parabole est une courbe M″Am″ qui ne se ferme jamais, quelque loin qu'on la prolonge (fig. 40).

Elle a un axe AR, c'est-à-dire, qu'une droite AR peut diviser perpendiculairement en deux parties égales, un certain système de parallèles Mm, M′m′...... terminées de part et d'autre à la courbe.

Le point A où l'axe rencontre la courbe se nomme le *sommet*.

66. Si par un point m″ quelconque de la courbe, on abaisse une perpendiculaire m″P″, si l'on joint le sommet A et le point m″ par une droite Am″ et qu'on élève une perpendiculaire KI au milieu de cette droite; si par le point I où la droite KI rencontre l'axe, comme centre, et avec un rayon égal à AI on décrit une demi-circonférence de cercle Am″R, la distance P″R sera ce qu'on appelle le *paramètre* de la parabole.

67. On appelle *foyer* de la parabole un point F, situé sur l'axe et dans la courbe, à une distance AF, du sommet, égale au quart du paramètre.

68. Si sur le prolongement de l'axe on fait AD égal à AF ou au quart du paramètre, et qu'au point D on élève la droite GE perpendiculairement à l'axe, la droite GE prend le nom de *directrice* de la parabole.

69. Proposons-nous maintenant *de décrire la parabole dans le cas où l'on connaît la longueur du paramètre, la direction de l'axe et le sommet.*

PREMIER MOYEN. On portera sur l'axe le quart du paramètre donné au-dessus et au-dessous du sommet, ce qui donnera le pied D de la directrice, et le foyer F (fig. 40), et ensuite on menera arbitrairement des perpendiculaires Mm, M′m′, M″m″..... à l'axe, et toujours du foyer comme centre, et 1°. avec le rayon DP on décrira un arc de cercle qui coupera la droite Mm en deux points M, m; 2° avec le rayon DP′ on décrira un second arc de cercle qui coupera en deux points M′ et m′, la seconde droite M′m′; 3°. avec le rayon DP″ on décrira un troisième arc de cercle qui coupera en deux points M″ et m″, la troisième droite M″m″, et ainsi de suite pour autant de perpendiculaires telles que Mm, M′m′..... qu'on voudra; les points M, M′, M″..... m, m′, m″..... qu'on obtiendra de cette manière appartiendront tous à la parabole; de sorte que, si à la main, on fait passer une courbe par tous ces points, cette courbe sera la parabole.

Second moyen. Soient AP″ la direction de l'axe et A le sommet de la parabole en question (fig. 41); sur le prolongement AS de l'axe on portera AS égal au paramètre donné; puis, sur les distances arbitraires SP, SP′, SP″....... toutes plus grandes que AS, comme diamètres, on décrira des circonférences de cercle qui couperont chacune en deux points la droite q‴Q‴ menée par le sommet A perpendiculairement à l'axe; par ces points d'intersection Q et q, Q′ et q′, Q″ et q″...... on menera les droites QM et qm, Q′M′ et q′m′...... parallèlement à l'axe AP‴, lesquelles rencontreront respectivement les perpendiculaires Mm, M′m′, M″m″...... élevées sur l'axe AP″ par les points P, P′, P″..... en des points M et m, M′ et m′, M″ et m″...... qui seront à la parabole; de sorte qu'en faisant passer à la main une courbe par tous ces points, on aura la même parabole que par le premier moyen, si le paramètre est le même.

70. *Remarque*. Quand on a décrit une parabole par l'un ou l'autre des moyens que nous venons de donner, en la considérant d'abord rapportée à son axe, on pourrait obliquer les ordonnées de cette courbe en les faisant tourner sur leur milieu P, P′, P″...... (fig. 42), de la quantité qu'on voudrait, pourvu qu'elles restassent parallèles entre elles comme le sont les ordonnées Nn, N′n′, N″n″...... en faisant passer une courbe par leurs extrémités, on aurait encore une parabole n‴Am‴. Mais alors la droite AP‴ cesserait d'être l'axe de la courbe, et deviendrait un diamètre; et le paramètre AC (fig. 43) serait dit *relatif à ce diamètre*.

Je dis maintenant que si l'on donnait la position du diamètre AP″ (fig. 43) l'extrémité A de ce diamètre, l'inclinaison des ordonnées par rapport à ce diamètre, et le paramètre qui lui est relatif, on pourrait encore décrire la parabole par le second moyen donné ci-dessus, avec cette différence pourtant, qu'au lieu de mener immédiatement des parallèles au diamètre AP″ par les points Q et q, Q′ et q′, Q″ et q″...... où les cercles décrits, comme il a été dit, rencontrent la perpendiculaire Q‴ q″ élevée sur le diamètre AP″ par le sommet A de ce diamètre, il faudrait faire successivement les ordonnées PM et Pm, P′M′ et P′m′, P″M″ et P″m″...... respectivement égales à AQ, AQ′, AQ″...... Il suffit d'ailleurs d'examiner la figure pour voir ce que la construction, dans ce cas, a de semblable et de différent avec celle du second moyen donné ci-dessus.

71. Proposons-nous maintenant *de décrire la même courbe dans le cas où l'on connaîtrait une double ordonnée AB* (fig. 44 et 45), *et l'abscisse CD, D étant le sommet de l'axe* (fig. 44) *ou l'extrémité du diamètre* (fig. 45).

Solution. On divisera chaque ordonnée CB, CA et l'abscisse CD, dans les deux fig., en un même nombre de parties égales, en 3, par exemple; par les points de division de la double ordonnée AB, on menera, à la droite CD, les parallèles 2-M, 1-M', 1-m', 2-m, et 1°. par le point A et les points de division de DC, on menera les droites AM, AM' qui iront rencontrer les droites 2-M, 1-M', en des points M, M', qui seront à la parabole; 2°. par le point B et les points de division de DC, on menera les droites Bm, Bm', qui iront rencontrer les droites 2-m, 1-m' en des points m, m', qui seront encore à la parabole; ainsi donc en dessinant à la main une courbe ADB, par les points A, m, m', D, M', M et B, on aura la parabole demandée.

72. Si l'on voulait prolonger la parabole au-delà des points A et B, on porterait sur le prolongement de l'axe ou du diamètre DC, et à partir du point C, un certain nombre des divisions de DC, et sur le prolongement de CA et de CB, on porterait le même nombre des divisions de CA ou de CB, à partir des points A et B, et on opérerait ensuite comme il vient d'être enseigné, et comme on le voit dans les figures 44 et 45 pour les points N et N'.

D'après les mêmes données, on pourrait encore décrire la parabole par plusieurs moyens, mais comme ils ne sont pas nécessaires, nous nous dispenserons de les donner afin d'abréger. On pourrait aussi décrire la même courbe d'après un grand nombre d'autres conditions, mais notre sujet n'exige pas que nous entrions dans tous ces détails.

73. *Supposons une parabole décrite, et proposons-nous de trouver la direction de ses diamètres.*

Solution. Pour cela, on menera deux droites quelconques ab, cd (fig. 46) parallèles entre elles, que l'on divisera chacune en deux parties égales aux points P et P'; on menera par ces points une droite AB qui sera un diamètre de la parabole donnée.

74. *Une parabole étant décrite, on demande l'axe de cette courbe.*

Solution. Après avoir trouvé, comme ci-dessus, un diamètre quelconque AB (fig. 46), on menera à ce diamètre une perpendiculaire ef, que l'on divisera en deux parties égales au point Q, par lequel on menera une parallèle A'B' au diamètre AB, qui sera l'axe demandé.

75. *Une parabole étant donnée, trouver le diamètre qui fait, avec les ordonnées qui lui sont relatives, un angle donné.*

Solution. On cherchera d'abord un diamètre quelconque AB (fig. 46), comme il a été dit plus haut, et ensuite, on menera une droite gh, de manière qu'elle fasse avec le diamètre AB un angle égal à l'angle donné; on divisera cette droite gh en deux parties égales au point I, par lequel on menera

une parallèle A″B″ au diamètre AB, qui sera le diamètre demandé.

76. *Par un point M donné sur la parabole* (fig. 47), *mener une tangente à cette courbe, que nous supposons rapportée à son axe ou à un diamètre quelconque.*

Solution. Par le point donné M, on abaissera l'ordonnée PM; on fera AT égal à AP, et par les points M et T, on menera la droite MT qui sera la tangente demandée.

77. *Une parabole étant donnée ainsi que l'un de ses diamètres, trouver la direction des ordonnées à ce diamètre* (fig. 47).

Solution. On commencera par chercher l'axe de la parabole comme il a été dit à l'article 74, et ensuite on menera une tangente MT par l'origine M de ce diamètre donné, en s'y prenant comme dans le problème précédent; et cette tangente sera la direction demandée. Ainsi toutes les ordonnées à un diamètre sont parallèles à la tangente menée à l'extrémité de ce diamètre.

78. *Par un point* m *donné hors d'une parabole, mener une tangente à cette courbe* (fig. 47).

Solution. Si la courbe est donnée sans ses diamètres, ou avec l'un quelconque de ses diamètres, on cherchera d'abord son axe, et ensuite le paramètre à cet axe, comme il a été enseigné à l'article 66, pour avoir la directrice et le foyer que l'on obtiendra en faisant AF et AD égaux au quart du paramètre, et en élevant par le point D une perpendiculaire GE à l'axe.

Cela fait, par le point donné m, comme centre, et avec un rayon égal à la distance mF, du point donné au foyer, on décrira un arc de cercle FQ qui coupera la directrice en un point Q, par lequel on menera une parallèle QM à l'axe, qui rencontrera la courbe en un point M, qui sera le point de contact; de sorte que, si par les points m et M on mène la droite Mm, cette droite Mm sera la tangente demandée.

79. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 48), *il faut mener une tangente MT à cette courbe, parallèlement à une droite donnée EF.*

Solution. Par l'origine A du diamètre AB, menez une parallèle AC à la droite donnée EF; divisez la droite AC en deux parties égales au point D; par ce point D, menez une parallèle DM au diamètre AB, et le point M, où la droite DM rencontre la courbe, sera le point de contact, par lequel vous menerez une parallèle MT à la droite donnée EF, qui sera la tangente demandée.

80. *Une parabole donnée étant rapportée à un diamètre quelconque* AB (fig. 48), *il faut mener une tangente M′T′ à cette courbe perpendiculairement à une droite donnée EF.*

Solution. Par l'origine A du diamètre AB, menez une droite AC′, perpendiculaire à la droite donnée EF ; divisez cette droite AC′ en deux parties égales au point D′ par une droite M′D′ parallèle au diamètre AB, et par le point M où la droite D′M′ rencontre la courbe, menez une parallèle M′T′ à la droite AC′, qui sera la tangente demandée.

81. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 47), *on demande de mener une normale MR par un point donné M sur cette courbe.*

Solution. Par le point donné M, vous menerez une tangente MT par le moyen donné à l'article 76, et ensuite par le point M donné, vous menerez une perpendiculaire MR à cette tangente, qui sera la normale demandée.

Si la parabole était rapportée à son axe, et qu'on eût le paramètre, il serait plus simple d'abaisser l'ordonnée PM du point donné M, de faire PR égal à la moitié du paramètre et de mener par les points M et R la droite MR, qui serait la normale demandée.

82. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 48), *mener une normale M′R′ parallèle à une droite donnée.*

Solution. Par l'extrémité A du diamètre AB, menez une perpendiculaire AC′ à la droite donnée EF ; divisez la droite AC′ en deux parties égales par une droite D′M′ parallèle au diamètre AB, et par le point M′ où la droite D′M′ rencontre la courbe, menez une parallèle M′R′ à la droite donnée EF, qui sera la normale demandée.

83. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 48), *mener une normale MR perpendiculaire à une droite donnée EF.*

Solution. Par l'extrémité A du diamètre AB, menez une parallèle AC à la droite donnée EF ; divisez la droite AC en deux parties égales, par une droite DM parallèle au diamètre AB, et par le point M où la droite DM rencontre la courbe, menez une perpendiculaire MR à la droite donnée EF, qui sera la normale demandée.

84. *Par un point donné* d *hors de la parabole, mener une normale à cette courbe* (fig. 47).

Solution. Par le point donné d comme centre, on décrira un arc de cercle ab, avec un rayon tel que cet arc ab coupe la parabole en deux points a et b, assez près l'un de l'autre; par les points a et b comme centres et avec

le même rayon, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point c, par lequel, et le point donné d, on menera une droite dc, qui sera à peu près la normale demandée.

DE L'HYPERBOLE.

85. *L'hyperbole* est une courbe qui a deux branches M''Bm'' et N''An'' (fig. 49) séparées l'une de l'autre, qui s'étendent indéfiniment, l'une à droite et l'autre à gauche, sans jamais se fermer.

86. La plus courte distance AB comprise entre les deux branches de l'hyperbole est *la grandeur de l'axe de cette courbe;* le milieu I de cet axe est le *centre.*

87. Sur l'axe AB prolongé à droite et à gauche, se trouvent deux points F et F' à égales distances du centre, que l'on appelle les *foyers.*

88. Les foyers jouissent de la propriété que si d'un point M'' de l'une des branches de l'hyperbole on mène les droites M''F, M''F' aux foyers, la différence de ces droites sera toujours égale à l'axe AB. On appelle rayons vecteurs, ces mêmes droites FM'', F'M''.

89. La droite CD, perpendiculaire sur le milieu de l'axe AB, est le second axe de l'hyperbole; la grandeur CD de ce second axe s'obtient en décrivant du point B comme centre, et d'un rayon égal à la distance IF' du centre à un foyer, un arc de cercle qui coupe en C et D cet axe DC.

Réciproquement, si l'on connaissait les deux axes AB et CD et qu'on voulût avoir la distance du centre à un foyer, on prendrait la longueur BC qui est égale à IF'.

90. L'hyperbole a une propriété très-singulière, qui consiste à s'approcher sans cesse de deux droites GH, KL (fig. 50), sans jamais pouvoir les rencontrer quelque loin qu'on prolonge les deux branches de la courbe.

Ces deux droites s'appellent *asymptotes;* pour les obtenir, il faut élever une perpendiculaire EF à l'axe AB, par l'extrémité B de cet axe, faire les distances BE et BF égales à la moitié de l'axe CD, et par le centre I et les points E et F, mener les droites IE et IF qui sont les asymptotes demandées.

91. *Supposons maintenant que l'on ait l'axe AB et les foyers F, F', d'une hyperbole* (fig. 49) *et que l'on veuille décrire cette courbe.*

Solution. On prendra un point a arbitrairement sur le prolongement de l'axe et au-delà du foyer F; par le foyer F' comme centre, et avec le rayon Ba on décrira des arcs de cercle en N et n, et de l'autre foyer F comme centre, et avec le même rayon, on décrira des arcs de cercle en M et n; avec un rayon

égal à Aa, et du foyer F′, comme centre, on décrira des arcs en M et m qui couperont ceux décrits du foyer F en des points M et m qui seront à l'hyperbole; avec le même rayon Aa et du foyer F comme centre, on décrira des arcs en N et n qui couperont ceux décrits du foyer F′ en des points N et n qui seront aussi à l'hyperbole. En opérant de la même manière sur autant de points b, c...... qu'on voudra, pris sur le prolongement de l'axe, à des distances du centre de plus en plus grandes, on obtiendra autant de points de la courbe qu'on le jugera nécessaire.

92. *Si l'on donnait les deux asymptotes GH et KL et un point M de la courbe* (fig. 50), *on pourrait décrire l'hyperbole de la manière suivante :*

Par le point donné M, on menerait des droites ac, df,.... dirigées comme on voudrait, et terminées de part et d'autre aux asymptotes, puis, on ferait cb égal à Ma, fe égal à Md, et ainsi de suite; les points b, e......, seraient à l'hyperbole.

Pour ne pas fatiguer le point M donné, après avoir trouvé quelques autres points, on opérerait sur un ou plusieurs de ces points, comme nous venons de l'expliquer sur le point M, pour trouver de nouveaux points de la courbe. Ainsi, par exemple, par le point e on pourrait mener des droites gk, etc., et faire ensuite kh égal a g e, etc.

Non-seulement ce procédé donnerait la branche dont le point M donné fait partie, mais encore l'autre branche. Pour cela, par le point donné M on menerait une droite Mn, et on ferait Mn égal à lM, ce qui donnerait le point n de l'hyperbole. On conçoit qu'ensuite on pourrait opérer sur le point n comme sur le point M.

93. *Les deux branches d'une hyperbole étant décrites, trouver le centre I et les axes AB, PQ* (fig. 51).

Solution. On menera deux droites quelconques ab, dF parallèles entre elles, que l'on divisera en deux parties égales par une droite GH; on divisera la partie CD, de cette droite GH, en deux parties égales au point I qui sera le centre de la courbe; par le point I comme centre, et sur CD comme diamètre, on décrira une demi-circonférence CeD qui coupera une branche en un point e, par lequel et les points D et C on menera les droites eD et eC auxquelles et par le centre I on menera les parallèles respectives AB et PQ, dont la première sera l'axe principal et dont la seconde sera la direction du second axe. Pour avoir la grandeur de ce dernier, on menera à l'axe AB une parallèle quelconque EK, terminée de part et d'autre aux branches de la courbe; sur cette droite EK comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle EMLK; on menera

la droite ML parallèle à EK, et à une distance égale au demi-axe IA; par le point L où cette droite ML rencontre la demi-circonférence EMLK, on abaissera une perpendiculaire LN sur EK; par le point N et le centre I on menera la droite NI qui sera une asymptote, et par le sommet B de l'axe AB on élèvera une perpendiculaire BO, et BO sera la longueur du demi-axe IP ou IQ. Pour avoir les foyers f et f′ on ferait If et If′ égaux à BP ou BQ.

94. *Par un point donné sur l'une des branches de l'hyperbole, mener une tangente à cette courbe.*

Si l'on ne connaissait pas les axes et les foyers, on les trouverait comme il vient d'être dit.

Solution. 1re. Soit M″ le point donné (fig. 49); on menera à ce point les deux rayons vecteurs FM″, F′M″; on portera le plus petit M″F′ de M″ en f, et on joindra le foyer F′ et le point f par une droite F′f à laquelle et par le point donné M″ on abaissera une perpendiculaire M″T, qui sera la tangente demandée.

Solution 2e. Après avoir mené les deux rayons vecteurs FM″, F′M″ au point donné M″, on divisera l'angle FM″F′ de ces rayons en deux parties égales par une droite M″T, qui sera la tangente demandée.

95. *Par un point donné* e (fig. 49), *hors d'une branche d'hyperbole, mener une tangente à cette courbe.*

Solution. Par le point donné e comme centre, et avec le rayon eF′, on décrira un arc indéfini F′f; par le foyer F comme centre, et avec un rayon égal à l'axe AB, on décrira un autre arc de cercle qui coupera le premier F′f en un point f, par lequel et le foyer F on menera la droite Ff, qui rencontrera la courbe en un point M″ par lequel et le point donné e on menera la droite eT, qui sera la tangente demandée.

96. *Par un point donné M″* (fig. 49), *sur une branche d'hyperbole, mener une normale à cette courbe.*

Solution. Par le point donné M″, on menera les deux rayons vecteurs FM″, F′M″, dont le plus grand FM″ sera prolongé indéfiniment, et on divisera l'angle PM″F′ de ces deux rayons en deux parties égales par une droite M″R, qui sera la normale demandée.

97. *Par un point donné hors de l'hyperbole mener une normale à cette courbe.*

Le procédé est le même que pour la parabole et l'ellipse (nos. 62 et 84).

98. *Mener une tangente à l'hyperbole parallèlement à une droite donnée* cd (fig. 52).

Solution. Par une extrémité B de l'axe ou d'un diamètre quelconque AB, on menera à la droite donnée ab, une parallèle BL qui ira rencontrer l'hyperbole (prolongée s'il est nécessaire) en un point L, par lequel et l'autre extrémité A de l'axe ou du diamètre AB, on menera la droite AL, à laquelle et par le centre I on menera un diamètre DC dont les extrémités C et D seront les points de contact des tangentes EF, HG, qui satisfont également à la question.

99. *Mener une normale à l'hyperbole perpendiculairement à une droite donnée* ab (fig. 52).

Solution. Pour trouver les points C, D où les normales KM, NO, qui satisfont également à la question, rencontrent la courbe, on fera la même opération que pour trouver les points de contact des tangentes EF, HG parallèles à la droite donnée ab.

100. *Mener une tangente à l'hyperbole perpendiculairement à une droite donnée* cd (fig. 52).

Solution. Par une extrémité B de l'axe ou d'un diamètre quelconque AB, on menera, à la droite donnée cd, une perpendiculaire BL qui ira rencontrer la courbe (prolongée s'il est nécessaire) en un point L, par lequel et l'autre extrémité A de l'axe ou diamètre AB, on menera une droite AL, à laquelle et par le centre I on menera une parallèle DC dont les extrémités D et C seront les points de contact des deux tangentes GH, EF qui satisfont également à la question.

101. *Mener une normale à l'hyperbole parallèlement à une droite donnée* cd (fig. 52).

Solution. Pour trouver les points D et C où les normales NO, MK, qui satisfont également à la question, rencontrent la courbe, on opérera comme on vient de le faire pour obtenir les points de contact D et C des tangentes GH et EF menées parallèlement à la même droite donnée cd.

DE LA CYCLOÏDE.

102. Si l'on suppose une circonférence de cercle roulant sur une ligne droite AB (fig. 53), de manière à faire une révolution entière en partant du point A, le point de la circonférence qui touchera la droite AB au point A, décrira une courbe AMDB, à laquelle on donne le nom de *cycloïde*.

On voit, d'après cette définition, que la droite AB est égale à la circonférence du cercle générateur. On voit aussi que la droite DC, perpendiculaire au milieu de AB, est égale au diamètre du même cercle.

Le diamètre AB et la flèche DC ne sont point des quantités arbitraires :

elles dépendent du cercle générateur, ce qui restreint beaucoup l'usage de cette courbe.

103. *Le cercle générateur d'une cycloïde étant donné, on demande de décrire cette courbe* (fig. 53).

Solution. Après avoir mené les droites AB, et CD perpendiculaires l'une à l'autre, on fera DC égal au diamètre du cercle générateur, et on décrira ce cercle; on divisera ce diamètre DC en sept parties égales; on portera onze de ces parties de C en A et de C en B, ce qui donnera la grandeur du diamètre AB égale à vingt-deux parties, c'est-à-dire à la circonférence du cercle générateur. On divisera la circonférence de ce cercle en vingt-deux parties égales, lesquelles seront égales aux parties du diamètre, et on commencera la division à partir du point C; par les points de division de cette circonférence, on menera les droites aa', bb'; cc', dd', ee',.... parallèlement au diamètre AB; cela fait, on prendra sur le diamètre AB, la distance C-10 que l'on portera du point 1 (de la circonférence) au point a et du point 1' au point a', et les points a et a' seront à la courbe. On fera 2-b et 2'-b' égales à la distance C-9, et les points b et b' seront à la courbe; on fera 3-c et 3'-c' égales à C-8, et les points C et C' seront à la courbe; on fera 4-d et 4'-d' égales à C-7, et les points d et d' seront encore à la courbe, et on opérera de même pour les autres points e et e', f et f', M et M', g et g', h et h', et i et i'; c'est-à-dire que pour avoir respectivement ces points, on prendra les distances C-6, C-5, C-4, C-3, C-2 et C-1, que l'on portera comme il vient d'être dit; on fera ensuite passer une courbe par les points A, a, b, c, d, e, f, M...... B, qui sera la cycloïde demandée.

Remarque. Si l'on connaissait le diamètre AB, on le diviserait en vingt-deux parties égales, on prendrait sept de ces parties pour la flèche DC ou le diamètre du cercle générateur, et on opérerait comme il vient d'être dit.

104. *Par un point M donné sur la cycloïde* (fig. 53), *on demande de mener une tangente à cette courbe.*

Solution. Par le point M donné, on menera la droite ME parallèle au diamètre AB; par le point E où la droite ME rencontrera la circonférence du cercle générateur, et le sommet D, on menera la droite ED à laquelle et par le point donné M on menera une parallèle GF, qui sera la tangente demandée.

105. *Par un point M donné sur la cycloïde* (fig. 53), *on propose de mener une normale à cette courbe.*

Solution. Par le point M donné, on menera la droite ME parallèle au diamètre AB; par le point E où la droite ME rencontrera la circonférence

du cercle générateur, et le point C, on menera la droite EC à laquelle et par le point M donné on menera une parallèle HK, qui sera la normale demandée.

Je ne pousserai pas plus loin ce que je pourrais dire sur la cycloïde, parce que cette courbe est de peu d'usage en architecture.

DE LA CASSINOÏDE.

106. La *cassinoïde* est une espèce d'ellipse, mais qui jouit de propriétés toutes différentes. Comme l'ellipse, elle a deux foyers f, f′ (fig. 54.); mais dans l'ellipse la somme de deux rayons vecteurs, qui aboutissent à un même point de la courbe, est égale au grand axe, tandis que dans la cassinoïde le produit de deux rayons vecteurs est égal à celui des deux segmens du grand axe déterminés par un foyer.

107. *Soient AB le grand axe et DC le demi-petit axe de la cassinoïde; et proposons-nous de trouver les foyers* f *et* f′ *de cette courbe* (fig. 54).

Solution. Sur le demi-grand axe AC, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence AEC; on fera AE égal au demi-petit axe DC; on menera la droite EC par le point E et le centre C; sur la droite EC, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence EGC; par le centre F de cette demi-circonférence, on élevera la perpendiculaire FG sur le diamètre EC; on fera les distances Cf et Cf′ égales à CG, et les points f et f′ seront les foyers demandés.

108. *On donne l'axe AB et le demi-petit axe CD d'une cassinoïde, et on demande de décrire cette courbe.*

Solution. On cherchera d'abord les deux foyers, comme il vient d'être dit, et ensuite, par l'extrémité B du grand axe, on élevera, à cet axe, la perpendiculaire BH, que l'on fera égale à la distance Bf de l'extrémité B de l'axe AB au foyer f qui est de l'autre côté du centre par rapport au point B; par l'autre foyer f′ et le point H, on menera la droite f′H; on prendra les points a, b, c..... arbitrairement sur le grand axe, entre le foyer f′ et le centre de la courbe, par lesquels et le point H on menera les droites aH, bH, cH, etc., auxquelles et par le foyer f′ on menera respectivement les parallèles f′d, f′e, f′g...... ensuite, par chaque foyer comme centre, et avec un rayon égal à la distance Ba, on décrira deux arcs de cercle, un en m et l'autre en M; toujours par les foyers comme centres, et avec un autre rayon égal à la distance Bd, on décrira deux nouveaux arcs de cercle qui couperont les premiers respectivement aux points m et M, qui appartiendront à la cassinoïde. En opérant de la même manière avec les distances Bb et Be, Bc et Bg.......

et sur les foyers comme centres, on aura autant de points m′ et M′, M″ et m″... qu'on voudra, lesquels appartiendront tous à la cassinoïde : en faisant donc passer une courbe par tous ces points et les extrémités des axes, on aura la demi-cassinoïde AMM′M″Dm″m′mB.

Remarque. Quand le petit axe de la cassinoïde est moindre que les 0, 57 ou à peu près les $\frac{4}{7}$ du grand axe, il en résulte une inflexion aux extrémités du petit axe, qui ne convient presque jamais en architecture, ce qui fait que cette courbe ne peut être employée que quand le petit axe est au-dessus de la limite que nous venons de dire.

109. *Par un point donné M sur la cassinoïde, on demande de mener une tangente à cette courbe* (fig. 54).

Solution. On menera deux rayons vecteurs fM, f′M au point donné M; on portera le petit Mf sur le grand, de M en I; par le point I on menera la parallèle IK à l'axe AB; à partir du point M, on portera la distance MK sur le prolongement ML de f′M; on menera la droite fL par le foyer f et le point L, à laquelle et par le point donné M on menera la perpendiculaire MT, qui sera la tangente demandée.

110. *Par un point M donné sur la cassinoïde, on veut mener une normale à cette courbe.*

Solution. On fera la même construction que pour le problème précédent, et ensuite, par le point donné M, on menera la parallèle NO, à la droite fL, qui sera la normale demandée.

Je n'insisterai pas davantage sur la cassinoïde, parce que cette courbe n'est pas d'une grande importance en architecture.

DE LA CHAINETTE.

111. Si l'on suppose une petite chaîne dont les anneaux soient bien égaux et parfaitement polis, en suspendant cette chaîne par ses deux bouts, elle s'infléchira suivant une courbe que l'on appelle la *chaînette*. Quand on emploie cette courbe comme ceintre, dans les voûtes, elle procure à ces dernières une grande solidité, et permet de leur donner une épaisseur moindre que lorsqu'on emploie une toute autre courbe. Rondelet rapporte, dans son ouvrage sur l'art de bâtir, qu'il a arrangé des boules sur une dalle de pierre, de manière que leurs points de contact se trouvaient sur la chaînette, et qu'en redressant cette dalle verticalement, il est parvenu, après plusieurs essais, à faire tenir ces boules en contact, en empêchant les deux premières de se déranger. On voit, par cette expérience, pourquoi cette courbe donne plus de solidité aux voûtes que toute autre.

112. *Supposons une chaînette ADB qui ait son sommet au-dessus de l'horizontale AB, et proposons-nous de décrire cette courbe, dans le cas où l'on donnerait le diamètre AB et la flèche CD, cette flèche CD étant perpendiculaire au milieu de AB* (fig. 55).

Solution. On portera CB de C en E sur la flèche CD; par le point E, comme centre, et avec le rayon EC, on décrira l'arc CF; par le point D on menera la parallèle DI, au diamètre AB, on fera DO égal à DF, et par le point O, on menera la parallèle GH à AB. Cela fait, on divisera chaque moitié CA, CB du diamètre AB en un nombre pair de parties égales, en quatre, par exemple; par ces points de division, on menera des parallèles à la flèche CD, qui iront rencontrer la droite GH aux points G, l, m, n, N, M, L et H; par le point O comme centre, et avec le rayon OC, on décrira l'arc CI, qui ira rencontrer la droite DI en un point I, par lequel, comme centre, et avec le rayon ID, on décrira l'arc DK, qui rencontrera la droite IO en un point K, et on opérera ensuite, comme ci-après :

Après avoir mené les droites ab, cd (fig 56), perpendiculaires entre elles, on fera cf de la fig. 56, égal à DO de la fig. 55, et ce de la fig. 56 égal à OK de la fig. 55; sur fe (fig. 56) comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle fge, qui rencontrera en g la droite cd; on fera ch égal à cg, et cd égal à cf; on joindra les points h et d par une droite hd, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire po, qui rencontrera la droite ab en un point o; on prendra la distance oh que l'on portera (fig. 55) de M en M′ et de m en m′, et les points M′ et m′ appartiendront à la courbe. On fera (fig. 56) ck égal à cg, et sur ke, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle kte, qui rencontrera la droite cd en un point t; on fera cl égal à ct, et on joindra les points l et d par une droite ld, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire rq, qui ira rencontrer la droite ab en un point q; on prendra la distance ql que l'on portera (fig. 55) de L en L′, et de l en l′, et les points L′ et l′ seront à la chaînette. On fera (fig. 56) ch égal à cg, et sur fh, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle fih, qui coupera la droite cd au point i; on fera cb égal à ci, et l'on joindra les points b et d par une droite bd, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire nm, qui ira rencontrer la droite ab en un point m; on prendra la distance mb, que l'on portera (fig. 55) de N en N′, et de n en n′, et les points N′ et n′ seront à la chaînette : en faisant passer, à la main, une courbe par les points A, l′, m′, n′, D.....B, on aura la chaînette demandée.

J'engage le lecteur à décrire plusieurs fois cette courbe, qui est un peu

difficile, et d'avoir soin de varier le nombre des parties dans lesquelles AB doit être divisé, en se rappelant que chaque moitié AC et CB de ce diamètre doit toujours être divisée en un nombre *pair* de parties.

113. *Par un point* m′ *donné sur la chaînette, on demande de mener une normale à cette courbe* (fig. 55).

Solution. On prendra, sur la courbe, deux points Q et P à égales distances du point donné m′, et pas très-éloignés de ce point; par chacun des points Q et P, comme centre, et avec le même rayon arbitraire, on décrira des arcs de cercle qui se couperont en un point R, par lequel et le point donné m′, on menera une droite Rm′, qui sera la normale demandée, sinon rigoureusement, du moins d'une manière assez précise pour la pratique.

114. *Par un point donné* m′ *sur la chaînette, on demande de mener une tangente à cette courbe.*

Solution. On commencera par mener une normale Rm′ par le point donné, à laquelle et par ce point m′ on menera une perpendiculaire ST, qui sera la tangente demandée.

DE LA DÉVELOPPÉE DU CERCLE.

115. Soit EF (fig. 57) un arc de cercle quelconque; si l'on suppose un fil inextensible FA attaché par une de ses extrémités en un point F de cet arc, en faisant mouvoir l'autre extrémité A du fil, et en tenant toujours ce fil bien tendu, l'extrémité A décrira une courbe, pendant qu'une partie du fil s'enveloppera sur l'arc de cercle, à laquelle on donne le nom de la *développée du cercle*.

Supposons maintenant que les droites AB et CD soient perpendiculaires entre elles, que EF soit un quart de cercle tangent à la fois à ces deux droites AB et CD; que E et F soient les points de contact, et G le centre du quart de cercle; F le point où le fil est attaché à l'arc, et FA la longueur du fil: en faisant mouvoir l'extrémité A du fil, comme il vient d'être dit, le fil prendra les positions successives FA, 1-K, 2-L, 3-M, 4-N, 5-O et 6-D et le point A décrira l'arc AKLMNOD de la développée du cercle; en répétant un pareil arc BTSRQPD de l'autre côté de la droite DC, il en résulterait une espèce de demi-ellipse ADB, très-propre à servir de ceintre pour les voûtes.

116. *On donne le diamètre AB et la flèche CD, et l'on demande de décrire la courbe ADB, composée de deux arcs AD, DB de la développée du cercle.*

Solution. On cherchera d'abord le rayon du quart de cercle EF, de la manière suivante (fig. 57):

Par le sommet D on menera la droite DI quelconque; on portera, sur

cette droite, et à partir du point D, sept parties égales entre elles, de grandeur arbitraire; on portera trois des mêmes parties sur la droite DC, à partir du point D; on portera CA de C en b, et par le point b on menera une parallèle bc à la droite 3-7 menée par le point 3 de la droite DC, et par le point 7 de la droite DI; la distance Dc sera le rayon demandé. Cela fait, on cherchera le centre G du quart de cercle EF, en faisant les distances CE et CF égales à Dc, et en menant par les points E et F des parallèles aux droites AB et CD.

Ayant décrit le quart de cercle EF, on le divisera en un certain nombre de parties égales, en six, par exemple, et par chaque point de division 1, 2, 3, 4 et 5, on menera une tangente 1-K, 2-L, 3-M, 4-N, 5-O; on portera sur le diamètre AB, et à partir du point F, les six divisions de l'arc FE; on fera les tangentes 1-K, 2-L, 3-M, 4-N et 5-O, respectivement égales aux distances A-1, A-2, A-3, A-4, A-5 et A-6 qui sera égale à ED; la courbe menée par les points A,K,L,M,N,O,D sera la moitié de la demandée: on décrira l'autre moitié DRB de la même manière.

117. *Par un point L donné sur la courbe dont il vient d'être question, on demande de mener une normale à cette courbe* (fig. 57).

Solution. Par le point donné L, on menera une tangente L-2 au quart de cercle EF, comme il a été dit au n°. 44, et cette droite L-2 sera la normale demandée.

118. *Par un point L donné sur la même courbe, on demande de mener une tangente à cette courbe* (fig. 57).

Solution. Par le point donné L on menera une normale L-2 comme il vient d'être dit, et ensuite, par le point donné, on menera une perpendiculaire VX à cette normale L-2, qui sera la tangente demandée.

DES ANSES-DE-PANIER.

119. On appelle *anse-de-panier* une espèce de demi-ellipse ACB (fig. 58), formée par trois arcs de cercle AO, OM et MB, dont deux AO et MB sont égaux. Ces trois arcs se rencontrent de manière à ne former aucun pli.

Pour tracer cette courbe, dans le cas où l'on donne le diamètre AB et la flèche IC, on prend arbitrairement sur le diamètre AB, les points E et L à égales distances du point I, milieu de AB; on fait CF égal à BE: on mène la droite EF, par les points E et F, au milieu de laquelle on mène une perpendiculaire GH, qui va rencontrer la droite CI, prolongée en un point H, par lequel et les points E et L on mène les droites HE, HL, indéfinies; par les points E et L comme centres, et avec le même rayon égal à EB, on

décrit les arcs BM et AO; et enfin, par le point H comme centre, et avec le rayon HO, on décrit l'arc OM qui s'accorde avec les deux premiers, ce qui termine l'anse-de-panier.

Remarque. En répétant une pareille courbe ADB au-dessous de la première, on formerait une espèce d'ellipse que quelques personnes appellent *ovale.* On peut faire des anses-de-paniers ou des ovales différens, sur les mêmes axes AB et CD, puisque le point E peut être pris arbitrairement, pourvu que la distance BE soit plus petite que le demi-petit axe IC.

120. S'il s'agissait de mener une tangente ou une normale par un point donné sur une anse-de-panier, il suffirait de considérer l'arc de cercle sur lequel le point donné serait situé, et d'opérer ensuite comme pour le cercle.

DES ARCS-RAMPANS.

121. Soient AE et BF (fig. 59) deux droites verticales, et AB une oblique à l'horizon : la courbe ADB, qui prend naissance aux points A et B de manière à être tangente aux deux verticales AE, BF, est ce qu'on appelle *arc-rampant.* Cette courbe peut être une demi-ellipse, rapportée à ses diamètres conjugués, ou composée d'arcs de cercle. Le point D doit être le point de contact d'une tangente à cette courbe, menée parallèlement à la droite AB, qui est la *ligne de rampe,* et la droite DC, menée parallèlement aux verticales AE, BF, doit être à égales distances de ces dernières.

Nous avons appris à décrire l'ellipse dans le cas où elle est rapportée à ses diamètres conjugués, ce qui nous dispense d'expliquer les arcs-rampans elliptiques. Quant aux arcs-rampans formés d'arcs de cercle, nous nous bornerons à un seul exemple.

122. *Soient les verticales AE, BF* (fig. 59), *et la ligne de rampe AB; et proposons-nous de décrire un arc-rampant par deux arcs de cercle.*

Solution. On divisera la ligne de rampe AB en deux parties égales au point C, par lequel on menera la droite CD parallèle à la verticale AE; on fera CD égal à AC; on joindra les points B et D par une droite BD, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire HG, qui ira rencontrer, en un point G, la droite BG menée par le point B perpendiculairement à la droite BF; par les points D et G on menera la droite DG qui ira rencontrer au point I la droite AI menée par le point A perpendiculairement à la droite AE; par le point G, comme centre, et avec le rayon GB on décrira l'arc de cercle BD, et par le point I et avec le rayon ID, on décrira l'arc DA, ce qui terminera l'arc-rampant demandé.

CHAPITRE III.

Notions et Problêmes de Géométrie descriptive.

NOTIONS.

123. Un plan, avons nous déjà dit, est une surface dans laquelle une ligne droite peut coïncider dans toutes les directions.

124. Une ligne droite est dans un plan dès qu'elle a deux points communs avec ce plan.

125. Deux droites qui se coupent dans l'espace, ou qui tendent à se rencontrer, sont dans le même plan. Deux droites parallèles sont aussi dans le même plan.

126. Trois points donnés dans l'espace non en ligne droite sont nécessaires et suffisans pour déterminer la position d'un plan, de sorte que deux plans qui ont trois points communs, coïncident l'un avec l'autre.

127. L'intersection de deux plans est une ligne droite.

128. Quand deux plans ABCD, ABFE (fig. 60) se rencontrent, ils forment entre eux un certain angle, qu'on appelle l'inclinaison des deux plans, qui a pour mesure celle de l'angle EAD formé par les droites AE, AD perpendiculaires à l'intersection AB des deux plans, et menées par un même point A de cette intersection AB, la première AD dans le plan ABCD, et la seconde AE dans l'autre plan ABFE. Quand l'angle EAD est droit, les deux plans sont perpendiculaires.

129. Une droite AB (fig. 61) est perpendiculaire à un plan PQ, lorsque cette droite AB est perpendiculaire à deux droites BC, BD qui passent par le point B où la droite AB perce le plan (point que l'on appelle le pied de la perpendiculaire) et qui sont situées dans le plan PQ.

130. Une droite AB (fig. 62) est parallèle à un plan PQ, lorsque cette droite AB est parallèle à une autre droite CD située dans le plan PQ.

131. Si une droite qui a un point commun avec un plan était parallèle à ce plan, elle serait toute entière dans ce même plan.

132. Deux plans sont parallèles entre eux, lorsqu'ils ne peuvent se rencontrer dans aucune direction, quelque loin qu'on les prolonge l'un et l'autre. Les intersections de deux plans parallèles, coupés par un troisième, sont parallèles.

133. Si l'on imagine un système de droites parallèles comprises entre deux plans parallèles, ces droites seront égales entre elles.

134. Si deux plans CDEF, GHIK (fig. 63), sont perpendiculaires à un troisième plan PQ, leur intersection AB sera perpendiculaire au troisième plan PQ.

135. Si par un point A de l'espace (fig. 61), on abaisse une perpendiculaire AB à un plan quelconque PQ, le pied B de cette perpendiculaire sera la *projection* du point A sur le plan PQ.

136. Si par différens points A, B, C, D..... d'une ligne quelconque ABCD (fig. 64) située dans l'espace, on abaisse les perpendiculaires Aa, Bb, Cc, Dd..... sur un plan quelconque PQ, et que par les pieds a, b, c, d..... de ces perpendiculaires on fasse passer une ligne abcd, cette ligne sera la *projection* sur le plan PQ de la ligne ABCD donnée dans l'espace.

137. Si la ligne ABCD est droite, sa projection abcd sera aussi une ligne droite ; si cette ligne ABCD était un cercle ou une ellipse, sa projection sur le plan PQ serait un cercle, ou une ellipse ou une ligne droite ; si la ligne ABCD était une parabole, sa projection sur le plan PQ serait une autre parabole ou une ligne droite ; et enfin, si cette ligne ABCD était une hyperbole, sa projection serait une autre hyperbole ou une ligne droite.

138. La projection sur un plan d'une courbe plane est une ligne droite, lorsque son plan est perpendiculaire au plan de projection. Si le plan de la courbe était parallèle au plan de projection, cette courbe aurait pour projection une courbe parfaitement égale.

139. La projection, sur un plan, d'une courbe à double courbure quelconque, est toujours une ligne courbe, quelque soit la position de cette ligne par rapport au plan de projection.

140. Pour fixer la position et la forme d'une ligne quelconque dans l'espace, on la rapporte à deux plans perpendiculaires entre eux (dont un est ordinairement supposé horizontal et l'autre vertical) ; sur chacun de ces plans on projette la ligne en question, ainsi qu'on le voit dans la figure 65, où le parallélogramme ABCD représente le plan horizontal, et le parallélogramme ABEF représente le plan vertical. La projection a'b' de la ligne ab de l'espace, sur le plan horizontal ABCD, s'appelle la *projection horizontale*, et la projection a''b'', de la même droite, sur le plan vertical, est la *projection verticale*. Les plans sur lesquels on projette une ligne quelconque se nomment *plans de projection*.

L'intersection AB des plans de projection s'appelle *ligne de terre*.

Lorsqu'on aura les deux projections a'b' et a''b'' d'une ligne quelconque ab,

on pourra toujours retrouver cette ligne dans l'espace, en élevant aux deux plans de projection, des perpendiculaires a'a, b'b..... a''a, b''b..... par les projections a', b'...... a'', b''...... des mêmes points a, b....... de la ligne en question ab; car les perpendiculaires a'a, a''a élevées par les projections a', a'' du même point a, se rencontreront dans l'espace en un point a, qui sera un de ceux de la ligne en question. Il est clair qu'il en sera de même pour les autres points de la ligne, pris dans l'ordre qu'il vient d'être dit.

Une fois qu'on a les deux projections d'une ligne dans l'espace, soit qu'on ait obtenu ces projections immédiatement de la ligne elle-même, soit par quelqu'autre moyen, on est forcé d'abandonner cette ligne, pour ne plus considérer que ses projections, parce que, ainsi que nous allons le voir, lorsqu'on dessine une épure on n'opère que sur les deux projections de cette ligne, qu'on a ramenées sur un seul plan, et on ne voit plus rien dans l'espace.

Cependant pour concevoir ce qu'on fait, il est absolument nécessaire de reporter, par la pensée, dans l'espace, les opérations que l'on fait sur les projections, et c'est là précisément la plus grande difficulté que les commençans aient à surmonter, sur-tout lorsqu'il est question de considérer à la fois un grand nombre de lignes ayant dans l'espace des formes et des positions diverses.

141. La perpendiculaire AB abaissée d'un point quelconque A de l'espace (fig. 61) sur un plan de projection PQ, s'appelle la *projetante* de ce point A sur ce plan. La projetante aa' du point a (fig. 65) abaissée sur le plan horizontal, s'appelle la *projetante sur le plan horizontal*, ou simplement la *projetante horizontale*; et la projetante aa'' du même point a abaissée sur le plan vertical, s'appelle la *projetante sur le plan vertical*, ou simplement la *projetante verticale*. On remarquera, pour ne pas s'y tromper, que la projetante horizontale est une verticale, et que la projetante verticale est une horizontale.

142. La projetante horizontale aa' du point a (fig. 65) est la distance de ce point a au plan horizontal, et la projetante verticale aa'', la distance du même point a au plan vertical.

On remarquera que si, par la projection horizontale a' du point a, on mène une perpendiculaire a'T à la ligne de terre AB, cette perpendiculaire a'T sera égale à la projetante verticale aa'' et mesurera, par conséquent, la distance du point a au plan vertical; de sorte que la distance de la projection horizontale d'un point à la ligne de terre, est précisément la distance de ce point au plan vertical.

De même, si par la projection verticale a'' d'un point a, on mène une

perpendiculaire $a''T$ à la ligne de terre AB, cette perpendiculaire sera égale à la projetante horizontale aa', et mesurera, par conséquent, la distance de ce point a au plan horizontal ; de sorte que la distance de la projection verticale d'un point à la ligne de terre, est précisément la distance de ce point au plan horizontal.

A ces remarques très-importantes, nous joindrons celle-ci qui ne l'est pas moins, et qui consiste en ce que les deux perpendiculaires $a'T$, $a''T$ abaissées des projections a', a'' du même point a, sur la ligne de terre AB, passent par le même point T de cette ligne de terre.

143. Si maintenant on voulait que les deux projections d'un point a ou d'une ligne quelconque ab (fig. 65) fussent sur un seul et même plan, il suffirait d'imaginer que le plan vertical ABEF a tourné autour de la ligne de terre AB, de manière à devenir le prolongement ABE'F' du plan horizontal ABCD ; car il est clair que ce plan entraînera avec lui la projection verticale a'' ou $a''b''$ du point a ou de la ligne ab en question, de sorte que cette projection deviendra $a'''b'''$. De plus, on voit, et c'est très-important, que les droites $a''T$, $b''T'$ perpendiculaires à la ligne de terre AB, ne cesseront pas de l'être, dans le mouvement du plan ABEF, et comme les droites correspondantes $a'T$, $b'T'$ sont aussi perpendiculaires à la ligne de terre AB, il s'ensuit que les droites Ta''', $T'b'''$ seront les prolongemens respectifs des droites $a'T$, $b'T'$.

144. Il résulte de là que, lorsque l'on considère les choses sur un seul plan, les projections a et b d'un même point de l'espace (fig. 66) sont nécessairement sur une même perpendiculaire ab à la ligne de terre AB.

Il faut bien se rappeler que la distance aT mesure la distance du point de l'espace au plan horizontal (le point a étant la projection verticale de ce point), et que la droite bT mesure la distance du même point de l'espace au plan vertical.

145. Il suit de là que si le point de l'espace était sur le plan horizontal, sa distance par rapport à ce plan horizontal étant nulle, la verticale aT serait nulle aussi, et la projection verticale de ce point serait sur la ligne de terre au pied T de la perpendiculaire bT abaissée sur la ligne de terre par la projection horizontale b de ce point.

De même, si le point de l'espace était sur le plan vertical, sa distance par rapport à ce plan étant nulle, l'horizontale bT serait nulle aussi, et la projection horizontale du point en question serait le pied T de la perpendiculaire aT abaissée sur la ligne de terre par la projection verticale a de ce point.

146. En général, on suppose toujours que la projection verticale d'un

point est au-dessus de la ligne de terre, et que la projection horizontale est au-dessous; mais d'après ce qu'il vient d'être dit, il est évident que si le point de l'espace est situé au-dessous du plan horizontal, sa projection verticale est au-dessous de la ligne de terre, car la distance de ce point au plan horizontal ne pourra plus être prise de bas en haut, mais de haut en bas par rapport à ce plan.

De même, si le point de l'espace en question est situé derrière le plan vertical, sa projection horizontale sera au-dessus de la ligne de terre.

Nous conclurons de là,

1°. Si le point en question est situé au-dessus du plan horizontal, et en avant du plan vertical, sa projection verticale sera au-dessus et sa projection horizontale au-dessous de la ligne de terre;

2°. Si le point est situé en avant du plan vertical, et au-dessous du plan horizontal, les deux projections seront au-dessous de la ligne de terre;

3°. Si le point est situé au-dessus du plan horizontal, mais derrière le plan vertical, les deux projections seront au-dessus de la ligne de terre;

4°. Enfin si le point est situé au-dessous du plan horizontal et derrière le plan vertical, la projection verticale sera au-dessous et la projection horizontale au-dessus de la ligne de terre.

Les réciproques de toutes ces propositions ont lieu.

147. Si une droite est parallèle à l'un des plans de projection, sa projection sur l'autre est parallèle à la ligne de terre.

Ainsi, par exemple, si une droite est parallèle au plan horizontal, sa projection verticale sera parallèle à la ligne de terre; et si elle était parallèle au plan vertical, sa projection horizontale serait parallèle à la ligne de terre.

148. Réciproquement, si l'une des projections d'une droite est parallèle à la ligne de terre, cette droite sera parallèle au plan de l'autre projection.

Ainsi, par exemple, si la projection verticale d'une droite est parallèle à la ligne de terre, cette droite sera parallèle au plan horizontal, *et vice versa*.

149. Si une droite est à la fois parallèle aux deux plans de projection, les deux projections de cette droite seront parallèles à la ligne de terre, et réciproquement, si les deux projections d'une droite sont parallèles à la ligne de terre, cette droite sera à la fois parallèle aux deux plans de projection.

150. Si une droite est perpendiculaire à l'un des plans de projection, sa projection sur ce plan ne sera qu'un point, et sa projection sur l'autre plan sera perpendiculaire à la ligne de terre.

Ainsi, par exemple, si la droite en question est perpendiculaire au plan horizontal, sa projection horizontale ne sera qu'un point, et sa projection verticale sera perpendiculaire à la ligne de terre.

151. Réciproquement, si l'une des projections d'une droite n'est qu' point, et que l'autre soit perpendiculaire à la ligne de terre, cette droi sera perpendiculaire au plan de projection, sur lequel sa projection n' qu'un point.

Ainsi, la droite sera perpendiculaire au plan horizontal, si c'est sa pr jection horizontale qui n'est qu'un point.

152. Si une droite est perpendiculaire à la ligne de terre, ses deux pr jections seront aussi perpendiculaires à cette ligne.

La réciproque n'a pas lieu, c'est-à-dire que les deux projections d'u droite peuvent être perpendiculaires à la ligne de terre, sans que la dro elle-même soit perpendiculaire à cette ligne.

153. Si une droite est située dans l'un des plans de projection, sa proj tion sur l'autre sera sur la ligne de terre.

Ainsi, si une droite est située sur le plan horizontal, sa projection ver cale sera sur la ligne de terre; et si cette droite était sur le plan vertical, projection horizontale serait sur la ligne de terre.

154. Réciproquement, si l'une des projections d'une droite est sur ligne de terre, cette droite sera sur le plan de l'autre projection. Ainsi, exemple, si c'est la projection verticale de la droite en question qui soit la ligne de terre, cette droite sera sur le plan horizontal; si, au contrai c'était la projection horizontale de cette droite qui fût sur la ligne de ter cette droite serait sur le plan vertical.

155. Si une droite est à la fois sur les deux plans de projection, ses de projections seront sur la ligne de terre, et la droite en question elle-mê coïncidera avec cette ligne de terre. Réciproquement, si les deux projectio d'une droite sont sur la ligne de terre, la droite elle-même sera sur cette lig

156. Si deux droites dans l'espace sont parallèles, leurs projections chaque plan de projection seront parallèles. Réciproquement, si les proj tions de deux droites sont parallèles dans chaque plan de projection, deux droites seront elles-mêmes parallèles dans l'espace.

157. Si deux lignes quelconques de l'espace se coupent, les projectic de leur point d'intersection seront sur une même droite perpendiculaire à ligne de terre et sur les points d'intersection des projections de ces droit Réciproquement, si les projections de deux lignes quelconques se coupe dans les deux plans de projection, de manière que leurs points d'intersecti soient sur une même perpendiculaire à la ligne de terre, les deux lignes question se couperont dans l'espace.

158. Un plan est déterminé de position dans l'espace, lorsque l'on co

naît les intersections de ce plan avec les plans de projection. Ainsi, si les droites AB, AC (fig. 67) sont les intersections d'un certain plan avec les plans de projection, ce plan sera complètement déterminé, au moyen de ces deux droites AB, AC.

Les intersections AB, AC du plan en question avec les plans de projection, s'appellent les *traces* de ce plan.

La trace AB située dans le plan horizontal s'appelle la *trace horizontale*, et la trace AC située dans le plan vertical, s'appelle la *trace verticale*.

159. Une remarque très-importante, c'est que les deux traces d'un plan se rencontrent nécessairement sur la ligne de terre AD.

160. Si un plan est parallèle à l'un des plans de projection, ce plan n'aura qu'une trace qui sera parallèle à la ligne de terre et située dans l'autre plan de projection. Réciproquement, si un plan n'a qu'une trace parallèle à la ligne de terre, ce plan sera parallèle au plan de projection qui ne contient pas cette trace.

Ainsi, 1°. si un plan est parallèle au plan horizontal, ce plan n'aura point de trace horizontale, et sa trace verticale sera parallèle à la ligne de terre. De même, si un plan est parallèle au plan vertical, ce plan n'aura point de trace verticale, et sa trace horizontale sera parallèle à la ligne de terre. 2°. Si un plan n'a qu'une trace, et que cette trace, parallèle à la ligne de terre, soit dans le plan vertical, le plan sera parallèle au plan horizontal. De même, si la trace unique d'un plan est dans le plan horizontal et parallèle à la ligne de terre, ce plan sera parallèle au plan vertical.

161. Si l'une des traces d'un plan est perpendiculaire à la ligne de terre, et que l'autre trace soit quelconque, ce plan sera perpendiculaire au plan de projection dans lequel la trace est quelconque.

Ainsi, si c'est la trace horizontale qui soit perpendiculaire à la ligne de terre, le plan sera perpendiculaire au plan de projection verticale; et si, au contraire, la trace verticale était celle qui est perpendiculaire à la ligne de terre, alors le plan serait perpendiculaire au plan horizontal.

Réciproquement, si un plan est perpendiculaire à l'un des plans de projection sans être parallèle à l'autre, sa trace sur le plan de projection auquel il est perpendiculaire, sera quelconque, et l'autre trace sera perpendiculaire à la ligne de terre. Ainsi, par exemple, si le plan est perpendiculaire au plan vertical, sa trace verticale sera quelconque et sa trace horizontale sera perpendiculaire à la ligne de terre : l'inverse aurait lieu si le plan était perpendiculaire au plan horizontal.

162. Si un plan est à la fois perpendiculaire aux deux plans de projection,

ses deux traces seront une même perpendiculaire à la ligne de terre. Réciproquement, si les deux traces d'un plan sont une même droite perpendiculaire à la ligne de terre, ce plan sera à la fois perpendiculaire aux deux plans de projection.

163. Si les deux traces d'un plan sont parallèles à la ligne de terre, ce plan sera lui-même parallèle à cette ligne. Réciproquement, si un plan est parallèle à la ligne de terre, ses deux traces seront parallèles à cette ligne de terre.

164. Quand un plan n'est parallèle à aucun des plans de projection et que l'une de ses traces est parallèle à la ligne de terre, l'autre trace est aussi nécessairement parallèle à la ligne de terre.

165. Si deux plans sont parallèles, leurs traces, dans chaque plan de projection, seront aussi parallèles entre elles. Réciproquement, si dans chaque plan de projection les traces de deux plans sont parallèles, les plans le seront aussi.

166. Si une droite est perpendiculaire à un plan, les projections de cette droite seront, dans chaque plan de projection, perpendiculaires aux traces respectives de ce plan. Réciproquement, si les projections d'une droite sont respectivement perpendiculaires aux traces d'un plan, la droite sera perpendiculaire au plan.

167. Si une droite est située dans un plan donné par ses traces, cette droite ne pourra rencontrer les plans de projection que sur les traces du plan qui la contient. De plus, la droite en question ne peut rencontrer les plans de projection, que sur ses projections mêmes; d'où il suit que les points de rencontre de la droite et des plans de projection, sont respectivement sur les intersections des projections de cette droite et des traces du plan qui la contient.

168. Si une droite située dans un plan donné par ses traces est parallèle au plan horizontal, sa projection horizontale sera parallèle à la trace horizontale du plan donné, et sa projection verticale sera parallèle à la ligne de terre. De même, si la droite, située dans le plan donné par ses traces, est parallèle au plan vertical, sa projection verticale sera parallèle à la trace verticale du plan qui la contient, et sa projection horizontale sera parallèle à la ligne de terre.

Réciproquement, si une droite est située dans un plan donné par ses traces, et que, par exemple, sa projection horizontale soit parallèle à la trace horizontale du plan donné, cette droite sera parallèle au plan horizontal, et sa projection verticale sera parallèle à la ligne de terre. De

même, si la projection verticale de la droite en question est parallèle à la trace verticale du plan donné, cette droite sera parallèle au plan vertical, et sa projection horizontale sera parallèle à la ligne de terre.

PROBLÈMES.

169. *Les projections AB, CD* (fig. 68), *d'une droite étant données, trouver les points* a *et* b *où cette droite perce les plans de projection.*

Solution. Supposons d'abord qu'il s'agisse de trouver le point a où la droite donnée perce le plan horizontal.

Ce point a doit être sur la projection horizontale AB de la droite donnée, et puisque ce point a est sur le plan horizontal, sa projection verticale doit être sur la ligne de terre AE, et en même temps sur la projection verticale DC de la droite donnée, c'est-à-dire, au point C où cette projection verticale DC rencontre la ligne de terre AE; mais les projections d'un même point sont sur une même perpendiculaire à la ligne de terre; donc le point demandé a sera au point où la perpendiculaire Ca, menée par le point C à la ligne de terre AE, rencontre la projection horizontale AB de la droite.

Pour avoir le point b où la droite donnée rencontre le plan vertical, il faudrait prolonger la projection horizontale jusqu'à la ligne de terre AE, élever, par le point A, une perpendiculaire Ab à la ligne de terre, et le point b, où la droite Ab rencontrerait la projection verticale DC de la droite donnée, serait le point demandé.

170. *Les projections AB, CD* (fig. 69), *d'une droite étant données, trouver les angles BaG, DbH, que cette droite fait avec chaque plan de projection.*

Solution. L'angle que fait une droite avec un plan, est le même que celui que fait la même droite avec sa projection sur le plan.

Si donc nous supposons qu'on ait d'abord cherché, d'après le procédé ci-dessus, les points a et b où la droite donnée perce les plans de projection, et qu'ensuite on ait déterminé les projections E et B d'un même point de la droite donnée, ce qu'on fera en menant une perpendiculaire EB à la ligne de terre TC, laquelle ira rencontrer les projections AB, CD, de la droite donnée aux points B et E qui seront les projections dont il s'agit; il est clair qu'on pourra concevoir un triangle rectangle sur un plan vertical élevé sur la projection horizontale AB, formé par cette projection horizontale AB, par la droite donnée elle-même, et par la projectante élevée par la projection B du point dont il vient d'être question; il est clair aussi que l'angle aigu de ce triangle, qui aura son sommet au point a, sera l'angle cherché : il suffira donc de construire ce triangle pour avoir l'angle demandé.

Or, si par le point B de la projection horizontale AB, on élève une perpendiculaire BG à cette doite, que l'on fasse BG égal à la projetante horizontale KE, et que l'on mène la droite aG, l'angle BaG sera l'angle que forme la droite donnée avec le plan horizontal.

Pour avoir l'angle EbH que forme la même droite avec le plan vertical, on construira le triangle rectangle EbH comme on a construit le triangle BaG, en opérant sur la projection verticale, comme on vient de le faire sur la projection horizontale, et réciproquement.

On peut se dispenser de trouver les points où la droite donnée perce les plans de projection, en menant (fig. 70) une perpendiculaire EF à la ligne de terre, qui donnera, sur les projections AB, CD, de la droite donnée, les projections E et F d'un même point de cette droite; en menant, par les points E et F, les droites EG, FK, parallèles à la ligne de terre HI, et ensuite pour construire le triangle BFL, dont l'angle BFL est l'angle que forme la droite donnée avec le plan horizontal, au lieu de faire BL égal à ID, on ne fera BL égal qu'à GD; de même, pour construire le triangle EMD, dont l'angle MED est l'angle que fait la droite donnée avec le plan vertical, au lieu de faire DM égal à IB, on le fera égal à BK. D'où l'on voit que les droites EG, FK, jouent le rôle de la ligne de terre.

171. *Une droite étant donnée par les projections A et C, B et D de ses extrémités* (fig. 71), *trouver la véritable longueur de cette droite.*

Solution. Si la droite donnée était parallèle à l'un des plans de projection, la longueur demandée serait la projection même de la droite dans ce plan.

Le cas que nous supposons ici est celui où la droite donnée n'est parallèle à aucun des plans de projection.

Sur la projection horizontale AB de la droite donnée, imaginons un plan vertical; ce plan contiendra la droite en question, laquelle formera avec sa projection AB et les projetantes horizontales dont les pieds sont les points A et B, un trapèze AabB, qui sera facile à construire, en élevant par les points A et B, les perpendiculaires Aa, Bb, que l'on fera respectivement égales aux projetantes EC, FD, et en menant par les points a et b la droite ab qui sera évidemment la longueur demandée.

Si par l'extrémité a de la droite donnée, qui est la plus près du plan horizontal, on mène une horizontale ad, on aura un triangle rectangle abd dont l'hypothénuse ab serait la longueur demandée; la différence bd des hauteurs des extrémités de la droite donnée par rapport au plan horizontal serait l'un des côtés de l'angle droit, et le troisième côté ad serait égal à la pro-

jection horizontale AB de cette droite. Or, les projetantes EC, FD, mesurent les distances des extrémités de la droite en question par rapport au plan horizontal; si donc par le point C on mène une parallèle CG à la ligne de terre, GD sera la différence de ces hauteurs, et, par conséquent, si l'on fait Gd′ égal à la projection horizontale AB de la droite donnée, et que l'on joigne les points d′ et D par la droite Dd′, le triangle rectangle DGd′ sera égal au triangle abd, et la droite d′D sera la longueur demandée.

On pourrait, dans les deux solutions que nous venons de trouver, raisonner sur la projection verticale comme nous l'avons fait sur la projection horizontale et réciproquement, et obtenir de même la longueur demandée.

172. *Trouver l'angle que forment deux droites qui se coupent dans l'espace, ces droites étant données par leurs projections AB et CD, BB′ et DF* (fig. 72).

Solution. On se rappelera que pour que les droites données se coupent dans l'espace, il faut que les intersections D et B des projections de ces droites soient sur une même perpendiculaire DB à la ligne de terre AB′.

Pour résoudre le problème, on cherchera les points où les deux droites données percent le même plan de projection (n°. 169), le plan vertical, par exemple; par les points C et F où ces droites percent le plan vertical, on menera la droite CF qui sera l'intersection, avec le plan vertical, du plan supposé mené par les deux droites données; cette intersection CF formera, avec les droites données, un certain triangle dont l'angle opposé au côté CF sera l'angle demandé : construisons donc ce triangle, par le moyen des trois côtés.

Le côté CF est connu, et les deux autres côtés sont donnés par leurs projections, qui sont, pour le premier, les droites AB, CD, et pour le second, les droites B′B, DF. Comme les extrémités C et F de ces deux côtés sont sur le plan vertical, on aura les véritables longueurs respectives, BI, BH de ces droites, en portant leurs projections verticales CD, DF respectivement de T en I et de T en H. Ainsi donc, en prenant un rayon égal à IB et du point C comme centre, décrivant un arc en G; ensuite, avec un rayon égal à BH et du point F comme centre, décrivant un second arc en G qui coupera le premier en un point G, on aura le triangle demandé CGF en menant par le point G et les points C et F les droites CG et FG, et par conséquent l'angle CGF pour l'angle demandé.

Les deux projections horizontales ou les deux projections verticales des droites données peuvent se trouver sur une même droite, comme dans la figure 73. Le lecteur s'exercera à résoudre ce cas.

173. *Les traces d'un plan étant données, trouver les angles que ce plan forme avec les plans de projection.*

Solution. Ce problème présente quatre cas : 1°. le plan donné peut être perpendiculaire à l'un des plans de projection, et avoir par conséquent une de ses traces perpendiculaire à la ligne de terre.

Ainsi, par exemple, supposons (fig. 74) que la trace horizontale AB du plan donné soit celle qui est perpendiculaire à la ligne de terre AD, et que l'autre AC soit quelconque. Il est bien évident que, dans ce cas, l'angle que fait la trace horizontale AB avec la ligne de terre AD, est précisément l'angle que fait le plan donné avec le plan vertical, et que l'angle CAD que fait la trace verticale AC avec la ligne de terre, est celui que fait le même plan donné avec le plan horizontal.

2°. Les deux traces du plan donné peuvent former deux angles aigus avec la même partie de la ligne de terre, ainsi qu'on le voit dans la fig. 75, où AB est la trace horizontale et AC la trace verticale.

Dans ce cas, pour avoir l'angle que fait le plan donné avec le plan horizontal, on imaginera un plan perpendiculaire à la trace horizontale AB; la trace horizontale DE de ce plan sera perpendiculaire à la trace AB, et sa trace verticale EF le sera à la ligne de terre (n°. 161) qui est la projection verticale de la droite AB (n°. 153). L'intersection de ce plan perpendiculaire à AB avec le plan donné, sera perpendiculaire à AB, de sorte que l'angle formé par cette intersection et la droite DE sera l'angle demandé.

Si maintenant on considère les choses dans l'espace disposées comme elles doivent l'être, on verra l'intersection, dont nous venons de parler, passer par les points D et F, et former un triangle rectangle avec les droites DE, EF qui seront les côtés de l'angle droit ; formons donc ce triangle. Pour cela, il suffira de faire EG égal à ED, et de mener la droite GF : le triangle en question sera GEF, et l'angle demandé sera l'angle FGE.

Pour avoir l'angle IKB que fait le plan donné avec le plan vertical, on opérera sur la trace verticale, comme nous venons de le faire sur la trace horizontale, et réciproquement.

3°. L'une des traces du plan donné peut faire un angle aigu et l'autre un angle obtus avec la même partie de la ligne de terre, ainsi qu'on le voit par la fig. 76, où AB est la trace horizontale qui fait, avec la partie AG de la ligne de terre, un angle aigu, et où AC est la trace verticale qui fait un angle obtus avec la même partie AG de la ligne de terre.

Dans ce cas on raisonnera comme dans le précédent, et on prolongera, autant qu'il sera nécessaire, les traces du plan donné au-delà de la ligne de

terre, comme la fig. 76 l'indique; on trouvera que l'angle EGF est celui que fait le plan donné avec le plan horizontal, et l'angle ILK, celui que fait le même plan donné avec le plan vertical.

4°. Enfin les deux traces du plan donné peuvent être parallèles à la ligne de terre, ainsi qu'on le voit par la fig. 77, où KL est la trace horizontale, et AC la trace verticale du plan donné.

Dans ce cas, le plan perpendiculaire à la trace horizontale AB du plan donné, sera aussi perpendiculaire à la ligne de terre, puisque ces deux droites sont parallèles; par conséquent, en vertu de ce qui a été dit à l'art. 161, les deux traces de ce plan seront une même perpendiculaire DE à la ligne de terre, car un plan perpendiculaire à la ligne de terre est perpendiculaire aux deux plans de projection.

Pour avoir l'angle FGE que forme le plan donné avec le plan horizontal, ou l'angle FHD que forme le même plan avec le plan vertical, on voit évidemment ce qu'il faut faire.

On observera que les deux triangles rectangles FGE, FDH sont égaux, et que par conséquent il suffit d'en avoir un pour avoir les angles demandés.

174. *On demande la trace verticale d'un plan donné par sa trace horizontale et par l'angle qu'il fait avec le plan horizontal.*

Solution. Soit AB (fig. 75 et 76) la trace horizontale donnée; on menera à cette trace horizontale AB une perpendiculaire DE quelconque; par le point E où cette droite DE rencontrera la ligne de terre, on élevera une verticale EF; on fera EG égal à ED, et sur la ligne de terre AE et au point G, comme sommet, on fera un angle EGF égal à l'angle donné : le point F où la droite GF rencontrera la droite EF sera évidemment un point de la trace verticale demandée; mais les deux traces doivent se rencontrer sur la ligne de terre; si donc par le point F et le point A, où la trace horizontale AB donnée rencontre la ligne de terre, on mène la droite AF, cette droite sera la trace verticale demandée.

175. *On demande* 1°. *les projections de l'intersection de deux plans donnés par leurs traces;* 2°. *l'angle que ces deux plans forment entre eux.*

Solution. Ce problême présente un grand nombre de cas. Nous allons exposer les principaux, et nous nous en rapporterons à l'intelligence du lecteur pour les autres.

1°. Supposons que les deux traces de chaque plan donné forment, avec la même partie de la ligne de terre, des angles aigus; et soient (fig. 78) AB, AC les traces du premier plan, et A'B, A'C les traces du second; il est clair que le point B où les traces horizontales AB, A'B se rencontrent, appar-

tient à l'intersection de ces deux plans ; or ce point est dans le plan horizontal ; donc sa projection verticale sera sur la ligne de terre AA′ au point E, qui est le pied de la perpendiculaire BE abaissée du point B sur la ligne de terre ; mais le point C d'intersection des deux traces verticales AC, A′C est aussi un point de l'intersection des plans donnés, et comme ce point est sur le plan vertical, sa projection verticale coïncide avec lui-même ; si donc par ce point C et le point E on mène une droite CE, cette droite sera la projection verticale de l'intersection des plans donnés.

Si par le point C on abaisse une perpendiculaire CD à la ligne de terre, et que par le pied D de cette perpendiculaire et le point B d'intersection des traces horizontales AB, A′B, on mène une droite BD, cette droite BD sera la projection horizontale de l'intersection de ces plans.

Si maintenant on veut avoir l'angle des deux plans donnés, on menera une droite GH perpendiculaire à la projection horizontale BD de l'intersection de ces plans, qui sera la trace horizontale d'un plan perpendiculaire à cette intersection (n°. 166). Si actuellement on imagine ce dernier plan dans l'espace, on le verra intercepter les deux plans donnés suivant deux droites, qui formeront avec la droite GH (terminée aux traces horizontales AB, A′B des plans donnés) un triangle dont l'angle opposé au côté GH sera l'angle demandé.

Pour construire ce triangle, on fera DK égal à DB, et par les points K et C on menera la droite CK ; on fera ensuite DF égal à ID, et par le point F on menera FL perpendiculaire à CK : cette droite FL sera la hauteur du triangle dont il vient d'être question ; si donc on fait IO égal à FL, et que par le point O et les points G et H, on mène les droites GO, HO, on aura le triangle GOH en question, et l'angle GOH sera l'angle demandé.

2°. Si les deux traces des plans donnés étaient disposées comme dans la fig. 79, où l'on voit que les deux traces verticales AC, A′C′ ne se rencontrent plus au-dessus mais au-dessous de la ligne de terre, en un point e, on opérerait encore comme dans le cas précédent. Pour avoir la projection verticale cd de l'intersection des deux plans donnés, par le point a où les deux traces horizontales AB, A′B′ se rencontrent, on abaisserait une perpendiculaire ac, et par le point e où les traces verticales AC, A′C′, prolongées, se rencontrent, et le pied c de la droite ac, on menerait la droite ed, qui serait la projection demandée.

Pour avoir la projection horizontale ab de la même intersection, par le pied b de la perpendiculaire eb, abaissée sur la ligne de terre DH par le point e où les traces verticales AC, A′C′ des plans donnés se coupent, et par le

point a où les traces horizontales AB, A'B' se rencontrent, on menera la droite ab, qui sera la projection demandée.

Cet exemple fait assez voir que de quelque manière que les traces des plans donnés se coupent dans chaque plan de projection, il faut toujours opérer de la même manière pour avoir les projections de l'intersection de ces plans.

Quant à l'angle de ces deux plans, il s'obtient encore de la même manière que dans le premier cas.

On menera une perpendiculaire à l'une des projections de l'intersection des deux plans donnés, à la projection verticale cd, par exemple. Soit donc EC' cette perpendiculaire ; on fera ensuite cD égal à ce ; par le point D et le point a, où les traces horizontales se rencontrent, on menera la droite Da; on fera cG égal à cF, et par le point G on menera la droite GI perpendiculaire à Da; on fera Fd égal à GI, et par le point d et les points E et C' où la droite EC' rencontre les traces verticales AC, A'C' des plans donnés, on menera les droites dE et dC', qui formeront entre elles l'angle EdC', qui sera l'angle demandé.

3°. Mais s'il arrivait que les traces des plans donnés ne se rencontrassent pas, ce qui aurait lieu si elles étaient toutes parallèles à la ligne de terre, alors le procédé changerait, et pour obtenir les projections de l'intersection des deux plans, et pour avoir l'angle de ces plans.

Supposons donc que les traces du premier plan soient AB, CD (fig. 80), celles du second A'B', C'D', et que toutes ces traces soient parallèles à la ligne de terre EF.

On menera une perpendiculaire GH à la ligne de terre EF, qui sera les deux traces d'un plan perpendiculaire à l'intersection des plans donnés, car cette intersection est dans ce cas parallèle à la ligne de terre; on fera IM égal à IK et IN égal à IG; par le point M et le point H on menera la droite HM qui sera l'intersection du plan perpendiculaire à la ligne de terre avec le premier plan donné; par les points N et L on menera la droite NL qui sera l'intersection du même plan perpendiculaire à la ligne de terre avec le second plan donné, et l'angle M O N que forment les deux droites MH, NL, sera l'angle des deux plans donnés. Pour avoir les projections de l'intersection de ces deux plans, on menera par le point O une parallèle OP à la ligne de terre EF, qui sera la projection verticale de la droite en question; et on aura la projection horizontale TR, de la même droite, en faisant IR égal à SO, et en menant par le point R une parallèle RT à la ligne de terre.

4°. Enfin il pourrait se faire que les deux traces horizontales ou les deux

traces verticales seulement fussent parallèles, les deux autres se rencontrant d'une manière quelconque, ainsi qu'on le voit par la fig. 81, où ce sont les deux traces horizontales AB, A'B' qui sont parallèles, les traces verticales AC, A'C se rencontrant au-dessus de la ligne de terre AA'

Dans ce cas, par le point C où les traces verticales AC, A'C se rencontrent, on abaissera une perpendiculaire CT à la ligne de terre AA', et par le point T on menera une parallèle TG à l'une AB des traces horizontales données, qui sera la projection horizontale de l'intersection des deux plans donnés. Pour avoir la projection verticale CH de la même intersection, il suffira de mener par le point où les deux traces verticales des plans donnés se rencontrent, une parallèle CH à la ligne de terre.

Pour avoir l'angle des deux plans donnés, on menera une perpendiculaire BB' quelconque, à la projection horizontale TG de l'intersection de ces deux plans, on fera GD égal à TC, et par le point D et les points B et B', où la droite BB' rencontre les traces horizontales AB, A'B' données, on menera les droites DB, DB', qui feront entre elles l'angle demandé BDB'.

176. *Par un point donné par ses projections, mener une perpendiculaire à un plan donné par ses traces* (fig. 82).

Solution. Puisque les projections d'une droite perpendiculaire à un plan sont perpendiculaires aux traces de ce plan, il est clair que si par les projections du point donné on mène des perpendiculaires aux traces du plan donné, ces perpendiculaires seront les projections mêmes de la perpendiculaire demandée.

177. *Les projections d'une droite et les traces d'un plan étant données, trouver les projections du point où la droite perce le plan* (fig. 82).

Solution. Soient aP, bP' les projections de la droite, et AB, AC les traces du plan.

Par la projection horizontale bP' on élevera un plan perpendiculaire au plan horizontal, lequel plan contiendra la droite en question. Par conséquent cette droite ne pourra rencontrer le plan donné, qu'à l'intersection de ce plan avec le plan qui contient la droite donnée; si donc on avait la projection verticale de l'intersection de ces deux plans, la projection verticale du point dont il s'agit serait sur un point de cette droite; or le plan qui contient la droite en question étant perpendiculaire au plan horizontal, aura sa trace verticale DE perpendiculaire à la ligne de terre, et sa trace horizontale sera la projection horizontale bP' même de la droite donnée; ainsi donc on aura la projection verticale EF de l'intersection des deux plans dont il s'agit, en suivant le procédé de l'art. 175.

La projection verticale P du point où la droite donnée rencontre le plan donné, sera à la fois sur la droite EF et sur la projection verticale aP de la droite en question; pour avoir la projection horizontale P′ du même point, il suffira de mener par le point P une perpendiculaire PP′ à la ligne de terre, et ce point P′ où cette perpendiculaire rencontrera la projection horizontale bP′ de la droite donnée sera la projection demandée.

178. *Trouver les traces AB, AC d'un plan devant passer par trois points donnés par leurs projections* a *et* b, c *et* d, e *et* f (fig 83).

Solution. Par un des points donnés, dont les projections sont c et d, on menera une droite à chacun des autres; et les projections de ces droites seront ac, bd pour la première, et ce, df pour la seconde.

Si maintenant on veut avoir la trace verticale AC du plan en question, on cherchera les points E et C où les droites dont les projections sont ac et bd, ce et df, rencontrent respectivement le plan vertical, par le moyen donné à l'art. 169, et on menera par ces deux points E et C la droite AC, qui sera la trace demandée. Pour avoir la trace horizontale AB du même plan, on cherchera où l'une des droites qui passent par les points donnés, rencontre le plan horizontal; si l'on veut que ce soit celle dont les projections sont ce et df, on trouvera le point B par lequel et le point A, où la trace verticale AC rencontre la ligne de terre AF, on menera la droite AB, qui sera la trace horizontale demandée.

179. *Deux droites se rencontrant, pouvant se rencontrer, ou étant parallèles dans l'espace, sont données par leurs projections, on demande les traces du plan de ces deux droites.*

Solution. Ce problême est tout-à-fait le même que le précédent : on cherchera les points où les droites données rencontreront les plans de projection, lesquels points appartiendront aux traces du plan demandé.

180. *Les traces AB, AC d'un plan, et les projections a et b d'un point étant données, trouver les traces A′B′, A′C′ d'un plan parallèle au premier, et passant par le point donné* (fig. 84).

Solution. On imaginera par le point donné une parallèle à la trace horizontale AB du plan donné, et par conséquent une parallèle au plan horizontal lui-même; cette droite sera dans le plan demandé, sa projection horizontale bc sera parallèle à la trace AB, et passera par la projection horizontale b du point donné, et sa projection verticale aC′ sera parallèle à la ligne de terre Ac et passera par la projection verticale a du point donné. Si maintenant on cherche le point C′ où cette droite rencontre le plan vertical, ce point C′ sera un point de la trace verticale. D'ailleurs les traces du plan de-

mandé doivent être parallèles à celles du plan donné ; ainsi, si par le point C′ on mène la droite C′A′ parallèle à la trace AC, cette droite A′C′ sera la trace verticale du plan demandé. Il est facile de voir que pour avoir la trace horizontale A′B′ du même plan, il suffira de mener une parallèle A′B′ à la trace donnée AB, par le point A′ où la trace verticale A′C′ rencontre la ligne de terre.

181. *Les traces AB, AC d'un plan et les projections DE, NG d'une droite étant données* (fig. 85), *trouver les traces ME, MN d'un plan passant par la droite perpendiculairement au plan donné.*

Solution. On menera une perpendiculaire HI quelconque, à la ligne de terre AG, qui ira rencontrer les projections de la droite donnée aux points H et I, qui seront les projections d'un point de cette même droite. Par ces points H et I on menera les droites HL, IK respectivement perpendiculaires aux traces AB, AC du plan donné ; ces perpendiculaires HL, IK seront les projections d'une perpendiculaire au plan donné. Ainsi le plan qui passera par cette droite sera perpendiculaire à ce plan donné, et par conséquent le plan qui passera en même temps par la droite donnée, sera le plan donné ; de sorte que le problême est réduit maintenant à celui de l'art. 179, c'est-à-dire, à faire passer un plan par deux droites données par leurs projections DE, NG et HL, IK.

182. *Deux droites étant données par leurs projections AB, CD et EF, DH* (fig. 86), *trouver les traces LM, LH d'un plan mené par l'une de ces droites, parallèlement à l'autre.*

Solution. Si c'est par la droite dont les projections sont AB, CD que le plan en question doit passer, on cherchera les projections D et B d'un point de cette droite, en menant une perpendiculaire BD à la ligne de terre AK ; par les projections B et D de ce point, on menera des parallèles BG, DH, aux projections EF, DH de l'autre droite donnée, et ces parallèles BG, DH seront les projections d'une nouvelle droite parallèle à cette seconde droite donnée. Je dis maintenant que le plan qui passera par la première droite donnée et par la troisième dont nous venons de déterminer les projections, sera le plan demandé. Ainsi la question est réduite à celle de l'art. 179.

Nous pourrions pousser beaucoup plus loin la série des problêmes sur la ligne droite et le plan considéré dans l'espace ; mais une assez longue expérience nous a appris que ceux dont nous venons de donner la solution suffisent pour l'objet que nous nous proposons dans cet ouvrage, mais en même temps qu'ils sont indispensables, si l'on veut étudier avec succès tout ce qui a rapport aux voûtes.

CHAPITRE IV.

Générations et Définitions des surfaces en général, et en particulier de celles qui, par la régularité et la simplicité de leurs formes, sont les plus propres à terminer les différentes parties des édifices.

La meilleure manière d'envisager les surfaces est de les concevoir comme étant la trace qu'on peut imaginer laissée dans l'espace par une ligne, connue de nature, et mise en mouvement d'une manière déterminée. C'est aussi sous ce point de vue qu'on les considère le plus ordinairement.

183. La ligne mise en mouvement dans l'espace, pour engendrer une surface, s'appelle la *génératrice* de cette surface.

La génératrice d'une surface peut être droite ou courbe; quand elle est courbe, elle peut être plane ou à double courbure, et peut conserver sa forme dans tout le cours de la génération, ou en changer à chaque pas.

184. Le mouvement de la génératrice d'une surface se détermine de plusieurs manières. Le plus ordinairement on suppose cette ligne glissant, suivant certaine loi, sur d'autres lignes, connues de nature et de position dans l'espace.

185. Les lignes sur lesquelles la génératrice glisse, se nomment les *directrices*. Les directrices peuvent être des lignes quelconques aussi bien que la génératrice.

186. Le nombre des directrices, dans une surface, ne peut surpasser trois. Souvent il n'en faut que deux et même quelquefois qu'une seule. Quand, dans la génération d'une surface, il y a trois ou deux directrices, l'une d'elles peut être un point.

Si l'on suppose un système de directrices connues de forme et de position fixes dans l'espace, on concevra qu'avec la même génératrice on pourra engendrer une infinité de surfaces différentes, en faisant varier la loi du mouvement de la génératrice de toutes les manières possibles; ou bien en conservant la même loi de mouvement, et en faisant varier la forme de la génératrice, soit à chaque instant de la même génération, soit seulement à chaque génération particulière.

De même, avec une génératrice donnée, on pourra aussi engendrer une infinité de surfaces différentes, en faisant varier la forme, la position respective, et le nombre des directrices de toutes les manières possibles.

De là nous conclurons que pour définir une surface, il faut nécessairement établir, 1°. le nombre des directrices, 2°. la forme de chacune d'elles, 3°. leurs positions respectives dans l'espace, 4°. la forme de la génératrice, et 5°. la loi sur laquelle cette dernière ligne glisse sur les directrices.

Dans le chapitre précédent, nous avons fait voir comment on détermine la forme et la position, dans l'espace, d'une ligne quelconque, au moyen de ses projections; dans celui-ci nous donnerons les définitions et les énoncés des propriétés principales des surfaces dont nous aurons à nous occuper continuellement par la suite.

187. Les surfaces sont planes ou courbes.

Les surfaces courbes sont ou à une seule courbure, ou à double courbure.

188. Les surfaces à une seule courbure sont engendrées par une ligne droite, mais toutes les surfaces engendrées par une ligne droite ne sont pas, pour cela, à une seule courbure. Les surfaces à une seule courbure ont cela de particulier, que tous les plans qui leur sont tangens les touchent nécessairement suivant une ligne droite.

189. Les surfaces à double courbure se distinguent en ce qu'un plan tangent peut ne les toucher que par un point.

190. Parmi les surfaces à une seule courbure, et les surfaces à double courbure, on distingue les surfaces dites de révolution. Ces sortes de surfaces sont engendrées par une ligne plane quelconque, qui tourne autour d'une ligne droite, située dans le plan de la génératrice, qu'on appelle *axe de rotation.* Dans cette génération, il faut entendre que la ligne génératrice ne change pas de position par rapport à l'axe de rotation.

Définissons maintenant en particulier les principales surfaces nécessaires à notre objet, qui sont les surfaces cylindriques, coniques, sphériques, sphéroïdes, ellipsoïdes, paraboloïdes, hyperboloïdes, annulaires, gauches, etc.

DES SURFACES CYLINDRIQUES.

191. Si l'on suppose une ligne droite glissant parallèlement à elle-même sur une courbe quelconque, plane ou à double courbure, la surface engendrée par cette ligne droite, sera de l'espèce que l'on appelle *cylindrique.*

Si la directrice a un centre, la droite menée par ce centre parallèlement aux génératrices, sera l'*axe* de la surface cylindrique.

192. Si la directrice était une ligne droite, la surface cylindrique serait un plan.

193. Si la directrice est une circonférence de cercle, la surface cylindrique sera circulaire. Cette surface cylindrique circulaire sera droite ou oblique, suivant que ses génératrices seront perpendiculaires ou obliques au plan du cercle dont la circonférence est la directrice de la surface.

194. Si la directrice est une ellipse, la surface cylindrique sera elliptique: cette surface cylindrique elliptique sera droite ou oblique, suivant que les génératrices seront perpendiculaires ou obliques au plan de l'ellipse directrice. Je dis de plus que l'on pourra toujours trouver la direction d'un plan qui coupe une surface cylindrique elliptique, droite ou oblique, suivant un cercle.

195. De quelque manière que l'on coupe une surface cylindrique, circulaire ou elliptique, par un plan, la section sera toujours un cercle, ou une ellipse, ou deux génératrices.

196. Si l'on coupe une surface cylindrique quelconque par deux plans parallèles, les sections seront deux courbes planes parfaitement égales entre elles, et si la surface a un axe, cet axe passera par le centre de ces mêmes sections.

197. Sur une surface cylindrique quelconque, on pourra toujours tracer une courbe plane ou à double courbure, qui pourra remplacer la directrice primitive.

Puisque l'on peut toujours couper une surface cylindrique elliptique par un plan, de manière que la section soit un cercle, il en résulte que toute surface cylindrique elliptique peut être regardée comme une surface cylindrique circulaire, oblique ou droite, suivant que le plan qui donnera la section circulaire, sera oblique ou perpendiculaire aux génératrices.

198. Si la directrice d'une surface cylindrique était une parabole ou une hyperbole, cette surface serait parabolique ou hyperbolique; elle serait droite ou oblique suivant que ses génératrices seraient perpendiculaires ou obliques au plan de la parabole ou de l'hyperbole directrice.

199. De quelque manière que l'on coupe une surface cylindrique parabolique par un plan, la section sera toujours une parabole, deux génératrices, ou une seule génératrice.

Pour que la section ne soit qu'une seule génératrice, il faut que le plan coupant passe par un diamètre de la directrice.

200. De même, de quelque manière que l'on coupe une surface cylindrique hyperbolique par un plan, la section sera toujours une hyperbole, deux génératrices, ou une seule génératrice.

201. Quelle que soit une surface cylindrique, l'intersection, avec cette surface, d'un plan perpendiculaire à la direction des génératrices, prendra le nom de *section droite*.

DES SURFACES CONIQUES.

202. Si une droite indéfinie tourne autour d'un point fixe dans l'espace, et glisse en même temps sur une courbe quelconque plane ou à double courbure, la surface engendrée par cette même droite sera de l'espèce qu'on appelle *conique*.

203. Le point autour duquel tourne la génératrice d'une surface conique, s'appelle le *centre* ou plus communément le *sommet* de la surface.

204. Si la directrice a un centre, la droite qui passe par ce centre et le sommet de la surface, s'appelle l'*axe* de la surface.

205. Supposons que la directrice d'une surface conique soit plane, et qu'elle ait un centre, je dis que cette surface sera droite, si l'axe est perpendiculaire au plan de la directrice. Dans tout autre cas, cette surface sera oblique.

206. Une surface conique, droite ou oblique, sera circulaire, elliptique, parabolique, hyperbolique, suivant que la directrice de cette surface sera un cercle, une ellipse, une parabole ou une hyperbole.

207. Quelle que soit une surface conique, on pourra toujours tracer, sur cette surface une ligne plane ou à double courbure, qui pourra remplacer la directrice primitive.

208. Que la directrice d'une surface conique soit une ellipse, une parabole ou une hyperbole, on pourra toujours trouver la direction d'un plan qui la coupe, de manière que la section soit un cercle dans la surface elliptique, et une portion de cercle dans les surfaces paraboliques et hyperboliques. Or, on peut toujours avoir le centre d'un arc de cercle donné, et par conséquent, achever de décrire ce cercle; d'où il suit, et de l'art. précédent, que les quatre espèces de surfaces coniques dont nous avons parlé, se réduisent, à la rigueur, à une seule espèce, qui est la surface conique circulaire, droite ou oblique, suivant que le plan qui donne la section circulaire, est perpendiculaire ou non à l'axe de la surface.

209. Si l'on réfléchit sur la manière dont une surface conique quelconque est engendrée, en se rappelant que la génératrice est indéfiniment prolongée à droite et à gauche du point autour duquel elle tourne, on verra qu'une surface conique quelconque se compose de deux parties opposées au sommet, qui ont le point directeur commun. Chacune de ces parties s'ap-

pelle *nappe*. Ainsi, en général, nous considérerons une surface conique comme ayant deux nappes ; mais assez souvent nous n'aurons égard qu'à une seule.

210. On appelle *plan tangent* à une surface conique ou cylindrique, quelconque, un plan qui ne fait que toucher la surface suivant une génératrice.

211. Supposons maintenant une surface conique circulaire quelconque à deux nappes, je dis que de quelque manière que l'on coupe cette surface, par un plan, la section sera un cercle, une ellipse, une parabole, une hyperbole, deux génératrices ou un point.

Cette section sera un cercle, si le plan coupant est parallèle au plan du cercle dont la circonférence est la directrice de la surface ; elle sera une ellipse, si le plan coupant, sans être parallèle au plan de la directrice de la surface, peut rencontrer toutes les génératrices de la même nappe.

Elle sera une parabole, si le plan coupant est parallèle à un plan tangent à la surface.

Elle sera une hyperbole, si le plan coupant est parallèle à un plan passant par deux génératrices.

Elle sera deux génératrices, si le plan coupant passe par le sommet de la surface, et par deux points de la directrice.

Enfin elle sera un point, si le plan ne rencontre que le sommet de la surface.

Il n'y a que deux cas où le plan coupant rencontre les deux nappes en même temps : c'est quand la section est une hyperbole ou deux génératrices.

C'est en vertu de ces propriétés de la surface conique circulaire, droite ou oblique, que l'on a donné le nom de sections coniques au cercle, à l'ellipse, à la parabole et à l'hyperbole.

DE LA SURFACE SPHÉRIQUE.

212. Si l'on suppose une demi-circonférence de cercle tournant autour d'un de ses diamètres, cette demi-circonférence engendrera une surface sphérique.

Le centre de la demi-circonférence de cercle, sera le centre de la surface.

213. Comme tous les points de la circonférence génératrice sont à égales distances du centre, il est clair que tous les points de la surface sphérique seront aussi à égales distances du centre de cette surface.

La distance du centre à un point de la surface s'appelle rayon, et toute droite qui passe par le centre et qui se termine de part et d'autre à la surface, se nomme *diamètre*.

Tous les rayons de la surface sphérique sont égaux, ainsi que les diamètres, qui valent deux rayons.

214. De quelque manière que l'on coupe une surface sphérique par un plan, la section est toujours un cercle.

Si le plan passe par le centre de la surface, la section sera la plus grande qu'il soit possible d'obtenir. On l'appelle *grand cercle* ou *cercle majeur*.

On voit que le demi-cercle générateur est un demi-grand cercle.

Toutes les autres sections, par des plans, sont de *petits cercles* ou des cercles *mineurs*.

Le centre d'une section quelconque, faite par un plan, est le pied de la perpendiculaire abaissée du centre de la surface sphérique sur le plan.

DES SURFACES SPHÉROÏDES.

215. Supposons une courbe plane quelconque ayant un axe, et que cet axe soit dans une position verticale; si nous imaginons ensuite que cette courbe tourne autour de son axe, la surface qu'elle engendrera, sera de l'espèce que nous appelerons *sphéroïde*.

Si cette courbe est une ellipse, on pourra prendre indifféremment le grand ou le petit axe pour l'axe de rotation, sans que la surface cesse d'être sphéroïde, pourvu que cet axe de rotation soit dans une situation verticale dans l'espace.

Mais si la courbe génératrice était une hyperbole, il ne faudrait considérer qu'une branche, et il faudrait prendre l'axe intérieur de la courbe pour l'axe de rotation, lequel axe de rotation doit toujours être dans une position verticale dans l'espace.

Si dans l'hyperbole on prenait les deux branches, la surface serait à deux napes, et une telle surface ne se rencontre jamais en architecture.

Nous avons dit que, dans cette courbe, on devait prendre l'axe intérieur, parce que si l'on prenait l'autre axe pour l'axe de rotation, fût-il vertical, ainsi que cela est essentiel pour que la surface soit sphéroïde, la surface ne serait plus sphéroïde mais hyperboloïde concave latéralement.

216. La surface sphéroïde prendra le nom de la courbe génératrice; ainsi, si la génératrice est une ellipse, la surface sera sphéroïde elliptique; si la génératrice est une parabole, la surface sera sphéroïde parabolique, etc.

La surface sphéroïde elliptique sera surhaussée ou surbaissée, suivant que l'axe de rotation sera le grand ou le petit axe de la courbe.

217. Toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation dans une surface sphéroïde quelconque est un cercle.

218. Si l'on coupe une surface sphéroïde elliptique par un plan oblique ou parallèle à l'axe de rotation, la section sera une ellipse.

219. Si l'on coupe une surface sphéroïde parabolique ou hyperbolique par un plan oblique à l'axe de rotation, la section sera une ellipse, ou une portion d'ellipse, si la surface n'est pas assez prolongée pour avoir l'ellipse entière.

220. Si l'on coupe une surface sphéroïde parabolique par un plan parallèle à l'axe de rotation, la section sera une parabole.

221. Si l'on coupe une surface sphéroïde hyperbolique par un plan parallèle à l'axe de rotation, la section sera une hyperbole.

222. Si, dans une surface sphéroïde quelconque, on mène un plan par l'axe de rotation, la section sera égale à la génératrice, et sera nommée section *méridienne*, quelque soit d'ailleurs la direction de ce plan.

DES SURFACES ELLIPSOÏDES.

223. Si l'on imagine l'un des axes d'une ellipse dans une situation horizontale dans l'espace, et que cette ellipse tourne autour de cet axe horizontal, la surface que cette courbe engendrera sera une *ellipsoïde*.

224. Si l'on coupe l'ellipsoïde par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, la section sera un cercle.

225. Si l'on coupe l'ellipsoïde par un plan oblique ou parallèle à l'axe de rotation, la section sera une ellipse.

DES SURFACES PARABOLOÏDES.

226. Supposons l'axe d'une parabole dans une position horizontale dans l'espace, et que cette courbe tourne autour de cet axe horizontal; la surface qu'elle engendrera sera une *paraboloïde*.

227. Toute section perpendiculaire à l'axe de rotation dans une paraboloïde est un cercle.

228. Toute section faite dans la paraboloïde par un plan oblique à l'axe de rotation est une ellipse.

229. Toute section faite dans la paraboloïde par un plan parallèle à l'axe de rotation est une parabole.

DES SURFACES HYPERBOLOÏDES.

230. Supposons l'axe intérieur d'une hyperbole dans une situation horizontale; ne considérons qu'une branche de cette courbe, et supposons qu'elle tourne autour de son axe; la surface ainsi engendrée sera une *hyperboloïde*.

Si nous considérions les deux branches de l'hyperbole et si nous prenions indifféremment l'un des deux axes de cette courbe pour l'axe de rotation, nous aurions des surfaces à deux nappes, qui seraient inapplicables en architecture, à moins que ce ne fût pour quelque ornement particulier, tel qu'un vase ou autre chose de ce genre.

231. Toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, dans une hyperboloïde, est un cercle.

232. Toute section faite dans l'hyperboloïde par un plan oblique à l'axe de rotation, est une ellipse.

233. Toute section faite par un plan parallèle à l'axe de rotation dans une hyperboloïde est une hyperbole. Si le plan passe par l'axe de rotation, la section sera l'hyperbole génératrice.

Dans toutes les surfaces de révolutions que nous venons de définir, nous avons soigneusement distingué le cas où l'axe de rotation était vertical, et le cas où cet axe était horizontal; mathématiquement parlant cette distinction est inutile, parce que, dans tous les cas que nous avons examinés et dans une infinité d'autres, tant que la génératrice reste la même, quelque soit la position de l'axe de rotation dans l'espace, la surface a toujours la même forme; aussi les géomètres appellent-ils ellipsoïde toute surface engendrée par la révolution d'une ellipse autour de l'un de ses axes; paraboloïde, toute surface engendrée par la révolution d'une parabole autour de son axe, hyperboloïde, toute surface engendrée par la révolution d'une hyperbole autour de l'un de ses axes. Mais ces distinctions étaient nécessaires pour pouvoir, par la suite, définir et classer convenablement les différentes espèces de voûtes.

DES SURFACES ANNULAIRES.

234. Supposons une courbe plane quelconque dans un plan vertical: supposons hors de cette courbe, et dans son plan, une droite verticale; si nous imaginons la courbe en question tournant avec son plan autour de la droite verticale, la surface engendrée par la courbe sera une surface *annulaire*.

Si la génératrice est un cercle, la surface annulaire sera circulaire; si la génératrice est une ellipse, la surface sera annulaire elliptique; si cette génératrice était une parabole ou une hyperbole, la surface serait annulaire parabolique ou hyperbolique.

Dans les cas où la génératrice sera une ellipse, une parabole ou une hyperbole, il faudra supposer que l'un des axes de la courbe est vertical, et dans le cas de l'hyperbole, ce sera l'axe intérieur, pour que la surface ait une forme applicable en architecture.

235. Toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation dans une surface annulaire quelconque sera un cercle.

236. Toute section faite par un plan passant par l'axe de rotation se composera de deux courbes séparées, parfaitement égales à la génératrice.

Quant aux sections qui ne seront pas perpendiculaires à l'axe de rotation, et qui ne passeront pas par cet axe, elles seront des courbes variables de forme.

DES SURFACES GAUCHES.

237. Si l'on suppose deux droites dans l'espace, non situées dans le même plan, et qu'une troisième droite glisse sur les deux premières d'une certaine manière, on aura une surface gauche.

Toute section faite par un plan qui ne passera pas par une génératrice de la surface gauche sera une certaine courbe.

Telles sont les différentes surfaces que nous avions besoin de connaître d'une manière particulière. Ces différentes espèces de surfaces sont ou ne sont pas développables.

238. Une surface est développable, lorsqu'on peut l'étendre sur un plan, sans plis ni déchirure. Toutes les surfaces à une seule courbure sont développables : de sorte que toute surface, engendrée par une ligne droite, et dont les génératrices infiniment voisines sont successivement deux à deux dans le même plan, sont développables. Ainsi, de toutes les surfaces définies jusqu'ici, il n'y a que les surfaces cylindriques et les surfaces coniques qu'on puisse développer.

Pour se faire une idée de ce qu'on appelle le développement d'une surface, il faut supposer une surface à une seule courbure, appuyée sur un plan, par l'une de ses génératrices, et qu'ensuite on fasse tourner cette surface de manière que toutes ses génératrices viennent successivement se déposer sur ce plan : l'ensemble de toutes ces génératrices, ainsi déposées sur le plan, formera le développement de la surface.

Les corps n'ayant de forme que parce qu'ils sont terminés ou qu'ils ont des limites, et les limites des corps étant des surfaces, il nous sera facile maintenant de définir la forme des corps, puisque nous savons ce que c'est qu'une surface.

239. Tout corps terminé par des plans, s'appelle *polyèdre*.

Les polyèdres se distinguent par le nombre de leurs faces.

Le plus simple des polyèdres a quatre faces : il s'appelle *tétraèdre;* celui qui a cinq faces, s'appelle *pentaèdre;* celui qui a six faces, s'appelle *exaèdre;* celui qui en a sept, *eptaèdre;* celui qui en a huit, *octaèdre*, etc. Au reste,

on énonce tout aussi bien un polyèdre en désignant le nombre de ses faces, qu'en se servant des dénominations précédentes.

Parmi les polyèdres, nous distinguerons les prismes et les pyramides.

240. Si l'on imagine un polygone se mouvant parallèlement à lui-même, en glissant sur une droite, jusqu'à une certaine distance de sa première position, le corps engendré par ce polygone sera un *prisme*. Ainsi un prisme a deux faces, qui peuvent être des polygones quelconques, lesquelles sont égales et parallèles; quant aux faces latérales, elles sont toujours des parallélogrammes.

Un prisme est droit ou oblique, selon que ses arrêtes sont perpendiculaires ou obliques au plan du polygone générateur, qui est la base du prisme.

Un prisme prend le nom du polygone qui lui sert de base : si cette base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, etc., le prisme est dit triangulaire, quadrilatère, pentagonal, etc.

Si la base d'un prisme est un parallélogramme, alors, toutes ses faces étant des parallélogrammes, on lui donne le non de *parallélipipède*.

Un parallélipipède est rectangle, quand toutes ses faces sont des rectangles : il est oblique dans toute autre circonstance.

241. Si l'on suppose un polygone quelconque et un point pris au-dessus du plan de ce polygone, et que des plans soient menés par ce point et chaque côté du polygone, ces plans s'intercepteront de manière à former des triangles qui, avec le premier polygone, termineront ce qu'on appelle une *pyramide*. Le premier polygone est la *base* de la pyramide. Le point où se réunissent tous les triangles, se nomme le *sommet*.

Une pyramide est triangulaire, quadrangulaire, pentagonale, exagonale, etc., suivant que sa base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, etc.

Si la base d'une pyramide est un polygone régulier, et qu'en même temps la perpendiculaire abaissée de son sommet sur la base passe par le centre de cette base, la pyramide sera *régulière;* dans toute autre circonstance elle sera *irrégulière*.

242. Si l'on coupe une pyramide par un plan parallèle à la base, et qu'on supprime la partie du sommet, on aura un *tronc* de pyramide.

243. Si l'on suppose une surface cylindrique coupée par deux plans parallèles, et que les intersections de ces plans avec la surface, soient des courbes fermées, le solide terminé par la surface cylindrique et les deux plans, sera ce qu'on appelle un *cylindre*.

Si les intersections des plans parallèles en question avec la surface sont des cercles, le cylindre sera circulaire; si ces intersections sont des ellipses, le cylindre sera elliptique. Quelles que soient ces mêmes intersections, elles prendront le nom de *bases* du cylindre.

Le cylindre sera droit ou oblique, selon que ses génératrices seront perpendiculaires ou obliques à la base.

244. Un cône est un corps terminé par une nappe d'une surface conique, et par un plan qui coupe toutes les génératrices de cette nappe.

Si la section de ce plan est un cercle, le cône est circulaire; si elle est elliptique, le cône sera elliptique. Un cône circulaire est droit, quand l'axe de sa surface est perpendiculaire au plan qui le termine; il est oblique dans tout autre cas.

La section du plan avec la surface conique, est la base du cône.

245. Une sphère est un corps terminé par une surface sphérique.

Un sphéroïde est terminé par une surface sphéroïde, etc.

CHAPITRE V.

Des Murs.

246. Nous distinguerons les murs par leur forme, et nous aurons :

1°. Les murs plans, c'est-à-dire à surfaces planes;

2°. Les murs cylindriques, c'est-à-dire à surfaces cylindriques;

3°. Les murs coniques, c'est-à-dire à surfaces coniques;

4°. Les murs gauches, c'est-à-dire à surfaces gauches.

DES MURS PLANS.

247. Les murs plans seront de deux espèces : Les *murs droits*, dont les deux faces seront des plans verticaux et parallèles; les murs *en talus*, dont une face sera verticale, et l'autre inclinée vers la première, ou dont les deux faces s'inclineront l'une vers l'autre.

DES MURS DROITS.

248. On doit regarder, comme autant d'axiômes, les principes suivans :

1°. *Dans un ouvrage quelconque, les pierres doivent être disposées de ma-*

nière que leurs lits de carrière soient perpendiculaires à la direction de la force qui agit sur elles, en les comprimant.

2°. *A moins que la nature de l'ouvrage ne s'y oppose, il faut que les lits et joints des pierres soient des surfaces planes*, parce qu'il est plus facile de bien faire une surface plane que toute autre.

3°. *Pour que les pierres aient le plus de résistance possible, il faut que les faces portantes, appliquées les unes sur les autres, se touchent également partout;* l'expérience a prouvé, qu'en effet, deux pierres posées l'une sur l'autre résistent d'autant plus, que les faces superposées se touchent par un plus grand nombre de points.

4°. *Dans quelque ouvrage que ce puisse être, les faces des pierres doivent former entre elles des angles droits, et jamais des angles aigus*, à moins que de fortes raisons n'en ordonnent autrement.

Il résulte de ces quatre principes généraux,

1°. *Que les lits des pierres d'un mur droit doivent être disposés horizontalement*, puisque la charge est ici le poids des parties supérieures, qui agit verticalement.

2°. *Que les lits et les joints de ces pierres doivent être des plans.*

3°. *Que les lits doivent être dressés avec tout le soin possible, pour qu'ils portent également partout.*

4°. *Que la forme de ces mêmes pierres doit être celle d'un parallélipipède rectangle*, puisque toutes les faces contiguës doivent être à angles droits ou d'équerre.

249. *Je dis maintenant que, les assises d'un mur doivent être comprises entre des plans horizontaux*, c'est-à-dire *que toutes les pierres, d'une même assise, doivent être posées sur un plan de niveau, et avoir la même hauteur entre leurs lits.* Cela est nécessaire pour que l'on puisse poser ces pierres en liaisons sur celles de l'assise immédiatement inférieure, sans être obligé d'entailler les lits, comme on le voit dans la fig. 87.

Il est nécessaire d'éviter *ces entailles*, parce qu'elles donnent à l'appareil un aspect désagréable, occasionnent des difficultés dans la taille et la pose des pierres, et rendent ces dernières plus susceptibles de se fendre et d'éclater sous la charge, en ce qu'il est très-difficile de bien faire coïncider les lits ainsi entaillés. Cependant on trouve à Rome et en Grèce, des exemples de ce genre d'appareil dans quelques murs de villes antiques.

250. La liaison des pierres les unes sur les autres, est très-essentielle pour la solidité, en ce que, par ce moyen, elles se trouvent comme en-

chaînées les unes aux autres par l'action de leurs poids combinés, et d'autant plus fortement, que les liaisons sont plus considérables.

Les pierres cubiques ont plus de résistance que celles qui ont la forme d'un parallélipipède plus ou moins allongé ou applati ; mais d'un autre côté, la forme cubique se prête mal aux liaisons si essentielles à la solidité, ce qui nous oblige à faire quelque sacrifice du côté de la résistance, en faveur des liaisons. On gardera, à cet égard, un juste milieu, en donnant aux pierres les proportions suivantes, qui sont à peu près celles qu'indique Rondelet dans son traité de l'art de bâtir.

1°. Pour les pierres tendres, on donnera à la longueur et à la largeur, depuis une jusqu'à deux fois l'épaisseur entre les lits.

2°. Pour les pierres qui ont plus de consistance que les premières, on fera la longueur et la largeur depuis une jusqu'à trois fois égales à l'épaisseur.

3°. Pour les pierres dures, la longueur et la largeur auront depuis une jusqu'à quatre fois la dimension entre les lits.

4°. Pour les pierres très-dures, on prendra depuis une jusqu'à cinq fois l'épaisseur pour la longueur et pour la largeur.

Quant au rapport qui doit exister entre la longueur et la largeur, on le fera varier à volonté entre les limites que nous venons de poser pour ces deux dimensions, en observant qu'une pierre à base rectangulaire a d'autant moins de résistance, que les côtés du rectangle diffèrent davantage.

251. Tous les appareilleurs savent ce que c'est que les *lits* d'une pierre, ses *joints*, ses *têtes*, ses *paremens ;* ils savent aussi que l'on appelle *parpaing*, toute pierre à deux paremens parallèles, qui, par sa largeur, fait seule l'épaisseur d'un mur ; *boutisse,* toute pierre qui, par sa longueur, fait seule l'épaisseur d'un mur, et qui a, par conséquent, deux paremens par têtes parallèles entre eux ; *carreau,* toute pierre qui, ne faisant pas seule l'épaisseur du mur, n'a qu'un parement dans sa longueur ; *lancis,* toute pierre qui n'a qu'un parement par tête, et dont la longueur est dans le sens de l'épaisseur du mur, sans faire seule cette épaisseur ; enfin, *libage,* toute pierre pour ainsi dire noyée dans l'épaisseur d'un mur, de manière qu'elle n'est visible d'aucun côté, ou qui est employée dans les fondations.

252. Cela posé, donnons quelques exemples de combinaison d'appareil, et supposons d'abord qu'il s'agisse d'*un mur formé de parpaings*.

Si les dimensions des pierres permettaient de faire toutes les pierres égales, *sans occasionner un trop grand déchet,* on les poserait de manière que les joints verticaux d'une assise, répondissent au milieu de la longueur des pierres des deux assises contigües à celle-là, ainsi que l'indique la figure 88.

Nous désignerons cette forme d'appareil, qui est la plus parfaite, par l'expression d'appareil *à joints alternatifs*. Les Grecs l'appelaient *isodomon*.

Il est rare qu'on se trouve dans des circonstances assez favorables pour qu'il soit possible de mettre ce genre d'appareil en usage, sans qu'il en résulte un déchet de pierre considérable; aussi on ne le pratique presque jamais, mais on tâche toujours de s'approcher de cette disposition le plus possible, en évitant de mettre en opposition des pierres de dimensions trop différentes, et des assises de hauteurs trop inégales.

253. Supposons actuellement qu'il s'agisse d'un mur dont l'épaisseur *ne peut plus être formée par une seule largeur de pierre, mais qu'il en faille deux ou un plus grand nombre.*

1°. Si les pierres le permettent, on passera une première assise de boutisses, sur laquelle on mettra une assise formée par deux rangs de carreaux formant ensemble l'épaisseur du mur, posés en liaison l'un par rapport à l'autre et par rapport aux boutisses de l'assise en dessous; on continuera, alternativement, ces deux genres d'assises, jusqu'à ce que le mur soit terminé, comme on le voit indiqué dans la figure 89.

Si les deux rangs de carreaux ne pouvaient pas faire l'épaisseur du mur, on remplirait l'intervalle entre les carreaux, par un ou plusieurs rangs de libages, de même hauteur que les carreaux, comme le fait voir la figure 90. Quelquefois on remplit cet intervalle par une maçonnerie en moëllons posés à bain de mortier et bien battus. Cette maçonnerie doit toujours être arrasée au niveau des carreaux.

2°. Si les pierres propres à faire des boutisses n'étaient pas en grand nombre, on pourrait former chaque assise en mettant une boutisse, suivie de deux carreaux, puis une nouvelle boutisse suivie de deux carreaux, et ainsi de suite, comme on le voit dans la figure 91. On pourrait même rendre plus rares encore les boutisses, en mettant, entre deux pierres de cette espèce, un plus grand nombre de carreaux, comme l'indique la fig. 92; et même on pourrait n'en point mettre du tout, pourvu qu'on eût soin d'observer les liaisons à l'intérieur comme à l'extérieur, au moyen de carreaux et de libages de différentes largeurs, disposés comme les figures 93, 94 et 95 l'indiquent.

3°. La forme naturelle des pierres pourrait, par raison d'économie, obliger l'appareilleur de pratiquer des entailles sur le derrière des carreaux, comme on le voit dans les fig. 95 et 96, afin de profiter de toute la pierre; et si les deux rangs de carreaux ne formaient pas l'épaisseur du mur fig. 96, on remplirait le milieu par des libages de formes plus ou moins irrégulières, ou par de la maçonnerie en moëllons.

Pour tracer les libages, l'appareilleur aurait beaucoup de peine s'il ne s'y prenait de la manière suivante :

Il fera poser les deux rangs de carreaux de l'assise qu'il voudra terminer; ensuite, il aura un châssis de bois mince, semblable à celui représenté par la figure 97, d'une grandeur convenable, qu'il posera sur les carreaux, de manière que l'un des bords du châssis coïncide avec un joint des carreaux, et ensuite, avec une règle, il tracera des lignes droites, sur le châssis, dans la direction des joints qui forment le vide à remplir; puis, il portera ce châssis sur le lit de la pierre destinée à remplir ce vide, et il tracera des points, sur ce lit, dans la direction des droites tracées sur le châssis; ensuite il ôtera le châssis, et par tous ces points, il tracera des droites qui se rencontreront sur le lit de la pierre, de manière à former un polygone parfaitement égal à la forme du vide à remplir; et il fera tailler toutes les faces de l'espèce de prisme qui doit constituer le libage en question, d'équerre au lit de la pierre. Je me contente seulement d'indiquer ce moyen, persuadé qu'un appareilleur intelligent en tirera tout le parti dont il est susceptible.

254. Les anciens ne se sont pas toujours contentés de poser les pierres en liaison les unes sur les autres; ils les réunissaient encore quelquefois par des queues d'aronde en bois durci au feu, ou au moyen de crampons ou de goujons de bronze ou de fer, scellés dans les lits, ou dans le milieu des joints. A la vérité les anciens posaient les pierres presque toujours à nud les unes sur les autres, tandis que les modernes les posent sur bain de mortier, ce qui vaut mieux, ou pour le moins autant que les queues, les crampons ou les goujons, quand les pierres sont posées avec toutes les précautions que la solidité réclame. Au reste, quand on veut réunir les pierres avec toute la solidité possible, rien ne s'oppose à ce qu'on fasse usage des moyens qu'employaient les anciens, et dont nous venons de parler, indépendamment du mortier.

255. Jusqu'à présent, nous n'avons considéré qu'un seul mur en lui-même: supposons maintenant qu'il s'agisse d'appareiller *deux murs qui se rencontrent de manière à former l'encoignure d'un édifice*, ainsi que le font voir les figures 98, 99, 100, 101 et 102.

Si les murs *sont de parpaing*, on disposera l'appareil comme dans la figure 98, ou mieux encore comme on le voit dans la figure 99, en faisant un petit évidement dans le parement intérieur des pierres d'encoignure, pour qu'il n'y ait pas de joint à l'intersection AB des faces intérieures des murs, afin d'avoir cette intersection plus franche, et de donner plus de stabilité aux pierres d'encoignure.

L'inspection seule des figures 100, 101 et 102, suffira pour faire sentir

les dispositions les plus convenables pour les cas où, pour faire l'épaisseur des murs qui se rencontrent, il faudra *deux carreaux* ou *deux carreaux et un ou plusieurs libages.* J'observerai, néanmoins, qu'il faudra toujours choisir pour l'encoignure, les pierres qui auront la plus grande base, pour que les deux murs soient reliés ensemble de la manière la plus intime possible.

256. Si deux murs se rencontraient comme l'indiquent les figures 103, 104 et 105, il suffirait encore de l'inspection de ces trois figures, pour sentir le genre d'appareil qui conviendrait dans ces trois cas.

Enfin l'examen des figures 106, 107, 108, 109 et 110, dispense de toute explication sur la manière d'appareiller deux murs qui se rencontrent de la manière que l'indiquent les mêmes figures.

Nous n'insisterons pas davantage sur les différentes manières d'appareiller les murs droits, et nous terminerons ce sujet par une observation générale assez importante.

Quand plusieurs murs se rencontrent, soit pour former les encoignures et l'enceinte d'un édifice, soit pour en former les distributions intérieures, les assises successives de tous ces murs doivent se trouver sur les mêmes plans horizontaux, c'est-à-dire qu'une même assise doit régner dans toute l'étendue de ces murs, en conservant partout la même hauteur; cela est nécessaire pour qu'il y ait partout le même nombre de joints de lits, afin que le tassement soit uniforme dans toutes les parties de l'édifice.

DES MURS EN TALUS.

Il est évident que les différentes manières d'appareiller les murs en talus doivent être parfaitement les mêmes, dans les mêmes circonstances, que celles que nous avons indiquées pour les murs droits, sauf quelques légères modifications; aussi nous n'allons considérer les murs en talus, que comme composés de pierres formant toute l'épaisseur du mur, et nous laisserons à l'intelligence de l'appareilleur, le soin de former l'appareil intérieur, dans les cas où l'épaisseur du mur serait formée par plusieurs largeurs de pierres.

257. Supposons que ABCD (fig. 111) soit une section faite dans un mur en talus, par un plan vertical perpendiculaire à la direction de ce mur; que la droite AB représente le niveau de la terre; la droite AD représente la face verticale du mur; la droite BC représente la face en talus, et la droite DC le lit supérieur de la dernière assise : la droite AD sera perpendiculaire à la ligne de terre AB, et la droite BC fera, avec cette même ligne de terre AB, un angle ABC qui sera l'inclinaison du talus.

Si maintenant on mène les droites EF, GH, etc. parallèlement à la ligne de terre AB, et à des distances AE, EG, etc., respectivement égales aux

hauteurs d'assises, on aura une épure qui suffira pour tracer les pierres de ce mur en talus.

En effet, supposons qu'il s'agisse des pierres de la première assise; on cherchera d'abord une pierre qui ait la largeur AB, la hauteur AE, et la longueur qu'on jugera convenable.

Soit ABBAEEII cette pierre (fig. 112); on fera d'abord le lit de pose ABBA, ensuite, d'équerre à ce lit, on fera le parement AEEA, qui doit faire partie de la face verticale du mur, et les deux joints ABIE, qui seront en même temps d'équerre au parement AEEA, puis on fera le lit de dessus EIIE, parallèle au lit de dessous, et à une distance AE égale à la hauteur d'assise AE (fig. 111), et il ne restera plus à faire que le parement en talus BBFF. Pour faire ce parement, on fera AB (fig. 112), dans chaque joint de la pierre, égal à AB (fig. 111), qui est la largeur du lit de pose de la première assise; par les points B, B (fig. 112), on menera les lignes BI, BI d'équerre au lit de pose, dans chaque joint, et l'on fera les distances IF, IF (fig. 112) égales au reculement IF (fig. 111) du talus de la première assise. Cela fait on tirera les droites BB, BF, BF et FF (fig. 112), suivant lesquelles on taillera le parement en question, et la pierre sera terminée.

On s'y prendrait de la même manière pour tracer les pierres des autres assises, en observant de prendre les mesures pour la largeur du lit de pose et pour le reculement du talus, sur les lignes de l'épure ABCD (fig. 111), relatives à l'assise qu'on voudrait tailler.

258. Au lieu de se servir du reculement du talus pour tracer l'inclinaison du parement qui doit le former, après avoir tracé la largeur du lit de pose, on pourrait donner cette inclinaison, au moyen d'une fausse équerre avec laquelle on prendrait l'ouverture de l'angle ABC (fig. 111), que forme le talus avec l'horizon, pour le porter ensuite sur la pierre, par rapport au lit de dessous, ce qui donnerait les directions des droites BF, BF dans chaque joint de la pierre (fig. 112).

259. Nous avons établi en principe que, les angles des faces contiguës des pierres d'un ouvrage quelconque, devaient être droits et jamais aigus; or, dans les murs en talus, si l'on faisait les lits plans et horizontaux, comme nous venons de le supposer, le parement en talus et le lit de pose formeraient nécessairement un angle aigu, ce qu'il faut éviter.

On observera néanmoins que quand le talus n'est pas considérable, on peut laisser subsister l'aiguité de l'angle dont nous venons de parler, sans aucune espèce d'inconvénient; mais il n'en sera pas de même quand le talus

aura une grande inclinaison; dans ce cas, il faudra effacer cette aiguité, ce qu'on fera de la manière suivante.

Soit ABCD (*fig.* 113) la section faite dans un mur en talus, par un plan vertical perpendiculaire à la direction de ce mur, et supposons que les choses soient les mêmes que dans l'exemple du n°. 257.

Par les points F, H, C, etc., qui représentent les arrètes des paremens sur la face en talus, on menera les droites, Ff, Hh, Cc, etc., perpendiculairement à la droite BC du talus: on fera toutes ces perpendiculaires égales entre elles, et égales à environ 5 à 8 cent^s. (2 à 3 pouces); par les points f, h, c, etc., on menera les droites fe, hg, cd, etc., et les lignes brisées Ffe, Hhg, Ccd, etc., exprimeront les lits des assises. Les droites fe, hg, cd, etc., représentent les parties horizontales de ces lits, et les droites Ff, Hh, Cc, etc., les parties de ces mêmes lits qui sont perpendiculaires à la face du talus. On voit, par cette disposition, qu'il n'y aura plus d'angle aigu, sauf l'angle formé par le lit de pose et le parement en talus de la première assise.

Pour cette dernière aiguité, on élevera, par l'arrète du lit de pose de la première assise, un plan vertical BM jusqu'au niveau du sol, que nous représentons ici par MN, et on évidera la partie NMIF, pour former la partie du parement en talus, située au-dessus du niveau MN. Cet arrangement vaut mieux que si l'on tronquait l'angle ABF par un plan vertical Nn, parce que ce dernier parti diminuerait la stabilité du mur, en rétrécissant la base de ce mur.

Supposons, maintenant, qu'il s'agisse de tracer une pierre de la première assise de ce mur.

On cherchera d'abord une pierre qui ait la hauteur BI, la largeur AB (fig. 113), et la longueur qu'on voudra. On équarrira cette pierre de la même manière que nous l'avons expliqué pour les pierres du mur donné n°. 257; supposons que cette pierre ainsi équarrie, soit représentée par la figure 114. Pour achever cette pierre, on copiera le polygone ABMNFfe de la fig. 113, sur chaque joint de la pierre, fig. 114, ainsi qu'on le voit par la correspondance des lettres des deux figures. La pierre étant ainsi tracée, on fera le parement en talus et évidé, ainsi que le lit plié de dessus.

Pour rapporter le polygone ABMNFfe de la figure 113, sur les joints de la pierre fig. 114, il sera plus simple et plus exact de découper un morceau de tôle ou de planche suivant la forme de ce polygone, et d'appliquer ensuite convenablement cette tôle ou cette planche, ainsi découpée, sur les joints de la pierre, et de tracer des lignes le long de ses bords.

Ce morceau de tôle ou de planche ainsi découpé, s'appelle *panneau de*

tête. Par la suite nous ferons un grand usage de cette espèce de panneaux.

Pour tracer les pierres de la seconde assise, on les équarrira comme celles de la première, et on appliquera, sur leurs joints, le panneau de tête efFH hg (fig. 113). On se conduira de la même manière pour les pierres de chaque assise, en se servant du panneau de tête relatif à l'assise dont il sera question.

260. Supposons maintenant que la figure ABCD (fig. 115) soit la section droite d'un mur en talus; si les droites EF, GH, DC, etc., représentent les joints des lits des assises, en abaissant, par les points D, C, H, F et B, les droites DD′, CC′, HH′, FF′ et BB′, perpendiculaires à la ligne de terre AB, on aura la projection horizontale de ce mur en talus.

Supposons, de plus, que les droites OP, RQ, parallèles entre elles, soient les traces horizontales des faces d'un mur droit venant rencontrer le mur en talus, suivant un angle quelconque QRB′, et proposons-nous de tracer les pierres qui doivent, à la fois, faire partie des deux murs.

Supposons d'abord qu'il s'agisse d'une pierre de la première assise: si VX est la projection horizontale du joint de la partie de cette pierre qui va dans le mur droit, et D′ B′, celle du joint de la partie de la même pierre qui va dans le mur en talus, la figure D′ OXVRB′ sera la forme du lit de pose de cette pierre. On fera un panneau qui ait parfaitement cette forme, et ensuite on cherchera une pierre qui ait la hauteur de la première assise, et dont le lit puisse contenir ce panneau; on fera un lit à cette pierre, sur lequel on tracera la forme du lit de pose, au moyen du panneau en question; et, d'équerre à ce lit, on fera toutes les faces qu'indique ce panneau, et il en résultera une pierre qui aura la forme représentée par la figure 116, et à laquelle, pour être achevée, il ne manquera plus qu'à faire le parement en talus, ainsi que nous l'avons expliqué plus haut, soit qu'on veuille laisser subsister l'aiguité d'angle formée par le lit de pose et le parement en talus, soit que l'on veuille éviter cette aiguité.

Si le lecteur avait quelque difficulté à entendre cette explication, en examinant la correspondance des lettres placées dans l'épure (fig. 115) et sur la pierre représentée par la fig. 116, il pourra se rendre raison de ce que nous venons de dire.

Il est inutile de dire que les pierres des autres assises se traceraient de la même manière, en ayant soin de faire un panneau pour la forme du lit de pose pour chaque assise. Ce panneau, dans la partie répondant au mur en talus, ira en diminuant de largeur à mesure qu'on s'élèvera d'une assise à

la suivante, et cette diminution sera donnée par la projection horizontale.

Nous appelerons *panneau de projection horizontale*, tout panneau fait pour être appliqué sur les lits des pierres à tracer.

261. Soient ABDC la projection verticale, et RsTO la projection horizontale d'un mur en talus (fig. 117); soient, de plus, A'B'D'C' la projection verticale, et OB'A'R la projection horizontale d'un autre mur en talus, et supposons que ces deux murs se rencontrent en formant entre eux un angle quelconque A'Rs; si les droites FE, HG, CD, etc., et les droites F'E', H'G', C'D', etc., représentent en projection verticale les joints des lits des assises des deux murs, lesquels lits doivent être respectivement à la même hauteur dans les deux murs;

1°. En abaissant, par les points F, H, C, etc., les droites Ff'', Hh'', Cc'', etc., perpendiculaires à la ligne de terre AB, on aura les projections horizontales indéfinies f'f'', h'h'', c'c'', etc., des arrètes des paremens sur le talus du premier murs;

2°. En abaissant, par les points F', H', C', etc., les droites F'f', H'h', C'c', etc., perpendiculaires à la ligne de terre A'B', on aura les projections horizontales indéfinies f' f''', h' h''', c' c''', etc., des arrètes des paremens sur le talus du second mur : ces dernières projections horizontales rencontreront les premières respectivement en des points f', h', c', etc., qui seront sur une même droite Rc', qui est la projection horizontale de la rencontre ou intersection des deux faces en talus. Telle sera la projection horizontale de la rencontre de nos deux murs.

Pour tracer les pierres de cette rencontre, on s'y prendra de la même manière que nous avons expliqué au n°. 260, en ayant l'attention d'appliquer sur chaque joint, le panneau de tête de l'assise en question, pris dans la projection verticale du mur dans lequel se trouve le joint qu'on veut tracer. La figure 118 présente la forme de l'une de ces pierres.

DES MURS GAUCHES.

262. Supposons que les droites BB', X²D' (fig. 119), soient deux traces horizontales communes à deux murs de talus différens, X²D' étant celle d'une face verticale commune aux deux murs, et BB' celle des faces en talus. Supposons que l'une des faces en talus s'étende depuis la droite B³C', indéfiniment vers B, et l'autre depuis la droite B²E' indéfiniment vers B', et que les droites B³C' et B²E' fassent, avec la trace BB', chacune un angle quelconque. Soient l'angle ABC l'inclinaison du talus qui se termine à la droite B³C', et l'angle ABE, l'inclinaison de l'autre talus qui s'arrête à

la droite B^2E' : *On demande d'accorder ces deux talus par une surface gauche engendrée par une ligne droite qui, restant toujours de niveau, glisserait à la fois sur les deux droites représentées en projection horizontale par les droites B^2E', B^3C', et, en projection verticale, par les droites BE, BC.*

D'après ces conditions, on opérera de la manière suivante :

Si les droites HI, FG, DC, etc., parallèles à la ligne de terre AB, sont les projections verticales des lits des deux murs; par les points L, K, E, etc., où les droites HI, FG, DC, etc., rencontrent la droite BE, on abaissera les droites LL^2, KK^2, EE^2, etc., perpendiculairement à la ligne de terre AB, ou, ce qui revient au même, parallèlement à la droite BB'; de même, parallèlement à la droite BB', et par les points I, G, C, etc., où les droites HI, FG, DC, etc., rencontrent la ligne de talus BC, on menera les droites II', GG', CC', etc.; par les points L', K', E', etc., où les premières parallèles à BB' rencontrent la droite B^2E', et par les points respectifs I', G', C', etc., où les secondes parallèles à BB' rencontrent la droite B^3C', on menera les droites L'I', K'G', E'C', etc., qui représenteront, en projection horizontale, les arrètes des paremens gauches du raccordement.

Pour disposer l'appareil, on observera que les joints des têtes des pierres seraient gauches, si l'on voulait les faire d'équerre aux deux arrètes des paremens gauches, et, si l'on se contentait de faire ces joints d'équerre à une arrète seulement, ils produiraient des aiguités d'angle plus ou moins sensibles. Pour parer à ces inconvéniens, autant que possible, le meilleur moyen est de faire ces joints perpendiculairement à une génératrice intermédiaire aux arrètes des paremens gauches. Ainsi, pour avoir la direction Q'R d'un joint quelconque de la troisième assise, on menera la droite MN à égales distances des droites FG, DC; par les points M et N où cette droite MN rencontre les lignes de talus BE, BC, on menera les droites MM', NN' perpendiculaires à la ligne de terre, lesquelles iront respectivement rencontrer les droites B^2E', B^3C', aux points M', N', par lesquels on menera la droite M'N', à laquelle on élevera, où cela sera nécessaire, une perpendiculaire Q'R, qui sera la direction d'un joint par tête des pierres de la troisième assise. Pour obtenir les joints T'V, YW, des autres assises, on s'y prendra de la même manière, ainsi qu'on le voit indiqué dans l'épure.

On remarquera que ces joints sont pliés en R, V et W, et que les parties SR, VX', W&, sont d'équerre à la face verticale du mur, c'est-à-dire à la droite AD'.

Si l'on voulait avoir la projection verticale POQ de l'un de ces joints,

dont P′Q′ est la projection horizontale, par les points P′, O′, Q′, on élèverait les droites P′P, O′O, et Q′Q perpendiculaires à la ligne de terre AB, qui iraient respectivement rencontrer les horizontales DC, MN et KG aux points P, O et Q, par lesquels on ferait passer une courbe POQ qui serait la projection verticale demandée. On opérerait de même pour tout autre joint.

Supposons, maintenant, qu'il s'agisse de tracer une pierre quelconque de ce mur gauche, celle de la troisième assise, par exemple, qui est représentée en projection horizontale par le polygone SRQ′G′Q²S′; on levera un panneau de projection horizontale parfaitement égal à ce polygone; on cherchera une pierre qui ait la hauteur d'assise, et dont le lit puisse contenir ce panneau; puis, on fera le lit de pose de cette pierre, et on tracera sur ce lit la forme du panneau de projection horizontale; on fera, d'équerre à ce lit, toutes les faces de la pierre, excepté celle qui doit être gauche; enfin on fera le lit de dessus, et on aura une pierre qui aura la forme représentée par les lettres SRQ′G′Q²Q²G′Q′RSS′S′ (fig. 120).

Pour tracer la face gauche Q′G′C′P′, et la partie plane en talus G′Q²P²C′, on fera deux panneaux de tête, l'un DCGF (fig. 119), pour être appliqué sur la tête S′Q²P²S′ de la pierre (fig. 120), qui donnera l'inclinaison de la face plane en talus Q²P² C′G′, et l'autre RQ′o′p′r (fig. 119), pour être appliqué sur la tête RQ′P′R de la pierre (fig. 120) qui donnera l'arrète courbe Q′P′ du parement gauche. Pour faire le panneau RQ′o′p′r (fig. 119), par les points O′, P′ et R, on élevera les droites O′o′, P′p′ et Rr, perpendiculaires à la projection horizontale RQ′, du joint sur lequel ce panneau doit être appliqué; on fera ces perpendiculaires O′o′, P′p′ et Rr respectivement égales à KO, FD et FD; on menera la droite p′r par les points p′ et r, et la courbe Q′o′p′, par les points Q′, o′ et p′. La pierre étant tracée sur les joints au moyen des panneaux de tête, on menera, sur le lit de dessus, la droite P² C′ d'équerre à l'arrète S′P², on taillera la face en talus G′Q²P²C′, et ensuite on menera sur cette face, la droite G′C′ parallèle à Q²P²; par les points P′ et C′ on menera la droite C′P′, et on taillera la partie gauche, en ayant soin de faire glisser la règle à la fois sur les deux droites Q′P′, G′C′, de manière qu'en faisant d'abord coïncider cette règle avec la droite Q′G′, elle parcourre les droites Q′P′, G′C′, de sorte qu'elle soit aussitôt arrivée au point P′ qu'au point C′.

Le lecteur qui aura bien compris ce que nous venons de dire sur l'exemple de mur gauche que nous venons de décrire, parviendra sans peine à faire l'épure et à tracer les pierres de l'exemple que présente la fig. 121, où les deux murs de talus différens qu'il s'agit d'accorder, ne rencontrent

plus le sol ou plan horizontal sur une même droite, mais suivant deux droites AI, GH, parallèles entre elles. On voit, d'ailleurs, que les faces verticales des murs sont pliées, comme l'indique la projection horizontale FEDC. On remarquera, de plus, que nous avons indiqué des facettes dans les deux projections, pour éviter les aiguités que donnent les talus : les lignes en points allongés indiquent l'ajustement de ces facettes. La ligne de terre est ici la droite AB.

DES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

263. Deux courbes qui seront partout à égales distances l'une de l'autre, seront appelées *courbes parallèles;* nous conserverons le nom de *courbes concentriques* à celles qui auront le même centre, quelles que soient d'ailleurs leur forme, leur nature et leurs positions respectives.

264. Deux circonférences de cercle ne pourront *être concentriques* sans être en même temps *parallèles*, et réciproquement, elles ne pourront être *parallèles* sans être *concentriques*.

La figure 122 représente deux cercles concentriques, dont le centre commun est le point O.

265. Deux ellipses ne seront jamais *parallèles*, mais elles pourront être *concentriques*.

Si deux ellipses concentriques (fig. 123) ont les axes tels que les droites ae, cg menées par leurs extrémités, soient parallèles entre elles, ces deux ellipses seront *semblables*. Il n'est pas nécessaire que deux ellipses aient le même centre pour qu'elles soient *semblables ;* il suffit que leurs axes soient respectivement dans le même rapport ; c'est-à-dire que le grand axe de la première soit au grand axe de la seconde, comme le petit axe de la première est au petit axe de la seconde.

Si les deux axes de l'une des deux ellipses surpassent les axes respectifs de l'autre, d'une même quantité, ces deux ellipses seront appelées *semi-semblables*, et si en même temps elles sont concentriques, on les nommera *semi-parallèles*.

Nous avons dit que deux ellipses ne pouvaient être parallèles; *ainsi une courbe parallèle à une ellipse*, est une courbe de nature différente.

Pour trouver la courbe hdg (fig. 124) parallèle à l'ellipse fbe, il faut mener un certain nombre de normales (n°. 61) GH, KL, MN, bd, OP, QR, ST, etc., à cette ellipse, et faire toutes ces normales égales à la distance qui doit régner entre les deux courbes.

On remarquera que les normales à l'ellipse, sont en même temps normales à sa parallèle.

266. *Supposons, maintenant,* (fig. 122) *deux circonférences de cercle concentriques, et prenons ces deux circonférences pour les directrices situées sur le plan horizontal des deux faces d'un mur cylindrique droit.*

Pour tracer les pierres de ce mur, il suffira de faire un panneau de projection horizontale ABCD, d'une longueur plus ou moins grande AB, et on se servira de ce panneau pour tracer la forme de la pierre sur les deux lits. On remarquera que les joints des têtes tendent au centre O, c'est-à-dire, qu'ils sont normaux aux surfaces cylindriques. Si les deux directrices n'étaient pas concentriques, il faudrait alors un panneau de projection horizontale pour chaque pierre en particulier.

Pour diminuer ce grand nombre de panneaux, autant que possible, on appareillera le mur à joints alternatifs (n°. 252), et alors il suffira de faire les panneaux de toutes les pierres des deux premières assises seulement. Les panneaux de la première assise serviront pour la troisième, la cinquième, la septième, etc., c'est-à-dire, pour toutes les assises de rangs impairs; et ceux de la seconde serviront pour la quatrième, la sixième, la huitième, la dixième, etc. ; c'est-à-dire pour toutes les assises de rangs pairs.

Si les deux traces ou directrices étaient deux ellipses concentriques semblables (fig. 123), ou semi-semblables, ou une ellipse et sa parallèle (fig. 124), il faudrait nécessairement se comporter comme dans le cas de deux circonférences non concentriques, à cause que la courbure du mur changerait à chaque pas.

Il y a encore une observation générale à faire sur les murs cylindriques droits, c'est que pour les cas où les directrices des surfaces sont deux circonférences de cercle concentriques, ou une ellipse et sa parallèle, les joints des têtes des pierres seront uniformes, parce que, dans chaque cas, les normales à une courbe sont normales à l'autre. Il n'en est plus de même pour les cas où les directrices sont des circonférences de cercle non concentriques, ou deux ellipses concentriques semblables ou semi-semblables; alors les normales à une courbe n'étant plus, dans chaque cas, normales à l'autre, il en résulte nécessairement des plis dans les joints, comme on le voit en F et en E (fig. 123).

DES MURS CYLINDRIQUES OBLIQUES.

267. Deux murs en talus se rencontrent de manière à former un angle quelconque; les faces en talus sont extérieures (fig. 125) ou intérieures (fig. 126), et ont la même inclinaison ou des inclinaisons différentes; *on demande de raccorder les deux faces en talus de ces murs, par une surface*

cylindrique oblique, la directrice située au niveau du sol étant un arc de cercle tangent, à la fois, aux traces horizontales des faces en talus.

Soient aB, aC (fig. 125 et 126) les traces horizontales des deux faces en talus, et bE, bF les projections horizontales des arrètes supérieures des mêmes faces, et enfin cD, cG, les traces horizontales des faces verticales des deux murs. Supposons que les figures BGIH, DCOP soient les sections droites des deux murs en talus, et que, dans ces sections droites, les droites MN, KL, HI, ..., et ST, QR, OP, ..., respectivement parallèles aux lignes de terre BG, CD, représentent, en projection verticale, les lits des assises de ces murs. Il n'est pas besoin de rappeler que les hauteurs d'assise GN, NL, LI, ..., doivent être respectivement égales aux hauteurs d'assise DT, TR, RP, ... Cela posé, on opérera de la manière suivante :

On divisera les angles égaux BaC, FbE, en deux parties égales par les droites an, bq, qui seront parallèles; on prendra le point n sur la droite an, de manière que la perpendiculaire nd, abaissée de ce point n sur la droite aC, soit égale au rayon de la base du cylindre oblique dont la surface doit former le raccordement des deux murs en talus. On fera ensuite la droite bq égale à an, et par les points n et q on abaissera les perpendiculaires nd, nf, et qe, qg respectivement sur les droites aC, aB; les droites nd et nf rencontreront les traces horizontales aC, aB, situées au niveau du sol, aux points d et f; les droites qe, qg rencontreront les projections horizontales bE, bF, des arrètes supérieures des murs aux points e et g; on menera les droites ed et fg qui seront les projections horizontales des génératrices de tangence des faces en talus avec la surface cylindrique; ces deux droites ed, fg doivent être parallèles à celle nq menée par les points n et q, laquelle droite np est la projection horizontale de l'axe de la surface cylindrique. Actuellement il ne s'agit plus que d'avoir les projections horizontales des arrètes des assises de ce système de murs. Pour cela, par les points M, K, H, on menera les droites Mh, Kk Hg, etc. parallèlement à aB, et par les points f, h, k, g, etc., où ces droites rencontreront la droite fg, on menera les droites ho, kp, etc., parallèle à nf; et les points n, o, p, q, etc., où ces dernières droites rencontreront la droite nq, seront les centres des arcs de cercle fd, hm, kl, ge, etc.; par les points m, l, etc., où ces arcs rencontreront la droite ed, on menera les droites mS lQ, etc., parallèles à la droite aC, lesquelles droites passeront par les points S, Q, etc., où les joints des lits TS, QR, etc. rencontrent la ligne de talus CO. Enfin par le point q comme centre, et avec le rayon qs, on décrira l'arc sr, qui sera la trace horizontale d'une surface cylindrique droite, qui s'accordera avec les faces verticales des murs,

Pour diriger les joints des têtes des pierres, on raisonnera comme nous l'avons fait pour les joints des murs gauches (n°. 262); ainsi pour avoir un des joints de la première assise, le joint tv, par exemple, on menera les droites ZZ′, XX′ à égales distances des droites BG, MN et DC, ST; et pour trouver le centre y de l'arc de cercle xz, intermédiaire aux arcs df, mh, on opérera comme on l'a fait pour avoir le centre n et o de ces derniers arcs, ainsi que les lignes de construction l'indiquent suffisamment.

On remarquera que le joint, dont tv est la projection horizontale, est une courbe (qui est une portion d'ellipse), parce que la droite tv n'est pas parallèle à la génératrice fg. Pour avoir cette courbe, par les points u et v, on élevera les perpendiculaires uu′, vv′ à la droite tv, et on fera uu′ égal à GZ′, et Vv′ égal à GN; par le point v′, on menera la droite v′v″ parallèle à tv‴ et par les points t, u′ et v′ on fera passer une courbe à la main, qui sera celle qu'on cherchait, et la figure v‴tu′v′v″ sera le panneau de tête pour appliquer dans le joint dont la projection horizontale est la droite tv‴.

Je m'en rapporte à l'intelligence du lecteur pour disposer l'appareil de ces deux exemples de murs cylindriques obliques, ainsi que pour le tracé des pierres, qui n'est pas plus difficile que pour les murs gauches, en faisant usage des panneaux de projection horizontale, et des panneaux de tête.

Une observation importante, est que, pour tailler les paremens cylindriques, on aura l'attention d'appliquer la règle dans la direction des génératrices du cylindre, et par conséquent parallèlement à la ligne de tangence fg ou ed des faces en talus avec la surface cylindrique. Je demande au lecteur de trouver les points de repaire sur les arrètes du parement cylindrique, nécessaire pour déterminer la direction de plusieurs positions de la règle, d'après la condition que nous venons d'imposer.

Dans les deux exemples de murs cylindriques obliques que nous venons de donner (fig. 125 et 126), nous n'avons pas eu égard aux angles aigus que forment les lits de pose avec les paremens en talus cylindriques. Si l'on veut effacer cette aiguité au moyen des facettes, comme nous l'avons déjà pratiqué; après avoir déterminé ces facettes dans les sections droites (fig. 126) des deux murs en talus, on menera par les points a′, g′ les droites a′c′, g′f′, respectivement parallèles aux droites Cd, Bf, que l'on arrêtera, la première a′c′, au point c′ sur la droite er, perpendiculaire à la droite Dr, et la seconde g′f′, au point f′ sur la droite gs, perpendiculaire à la droite Gs. Cela fait, si gf′ est plus petit que ec′, on prendra gf′ pour le porter de e en m′, afin d'avoir la différence m′c′ entre ec′ et gf′; on divisera cette différence m′c′ en un certain nombre de parties égales, en 4, par exemple; on

divisera de même en 4 parties égales aux points l', q', k', l'arc eq'g; par les points l', q', k', on menera les droites l'd', q'p', k'e', tendantes au centre q de l'arc eq'g'; et on fera l'd' égal à em', plus trois divisions de m'c', q'p' égal à em', plus deux divisions de m'c', et k'e' égal à em', plus une division de m'c'; ensuite, par les points c', d', p', e' et f' on fera passer une courbe c'd'p'e'f', qui sera l'intersection de la facette avec le plan horizontal du lit. On s'y prendra de la même manière pour avoir les projections horizontales des facettes des autres lits, en ayant soin d'arrêter les courbes égales à c'p'f' qui en résulteront, à des perpendiculaires aux droites Dr, Gs, menées respectivement par les points l, m....., et k, h....

DES MURS CONIQUES.

268. Les figures 127 et 128 présentent les projections de deux murs en talus qui se rencontrent comme ceux des fig. 125 et 126, avec cette seule différence, que le raccordement des faces en talus est formé par une surface conique au lieu d'être formé par une surface cylindrique oblique. C'est pour cette raison que nous avons indiqué les choses, avec les mêmes lettres que dans les figures 125 et 126, pour ne pas répéter la description du n°. 267, à laquelle nous renvoyons le lecteur pour l'explication presque entière des épures des figures 127 et 128, de sorte que, nous nous bornerons à faire une observation au sujet des arcs de cercle qui sont les projections horizontales des arrêtes horizontales des paremens coniques. Cette observation consiste en ce que les rayons de ces arcs de cercle vont en diminuant dans la figure 127, à mesure que l'on s'élève d'une assise à l'autre, et en augmentant au contraire dans la figure 128, tandis que pour le cas de la surface cylindrique, tous ces rayons restent égaux. On remarquera que dans la fig. 127, le sommet du cône est au-dessus de la base du mur, et la face de ce mur est convexe; dans la fig. 128, au contraire, le sommet du cône est au-dessous de la même base, et la face du mur est concave.

Pour trouver la progression qui doit régner entre les rayons dont nous venons de parler, afin que la surface du cône s'accorde avec les faces en talus, de manière que ces plans en talus soient tangens à la surface du cône, on divisera, comme pour le cylindre, les angles CaB, DcG, en deux parties égales par les droites an, bq; on prendra ensuite, sur ces deux droites, les points n et q de manière que la perpendiculaire nd menée par le point n sur la droite aC, soit égale au rayon que doit avoir l'arc de cercle situé au niveau du sol, et que la perpendiculaire qe abaissée par le point q sur la droite cD, soit égale au rayon de l'arc qui est la projection

horizontale de l'arrète supérieure du mur; en observant que ce dernier rayon doit être plus petit que le premier, pour le cas de la fig. 127, et plus grand dans le cas de la fig. 128 : cela fait, on menera les droites nq, ed, fg; qui doivent se rencontrer toutes les trois en un même point v, qui est la projection horizontale du sommet du cône, et ensuite on opérera comme il est dit au n°. 267. Si les deux talus étaient égaux, tous les centres n, o, p et q coïncideraient en un seul point, ainsi que la projection horizontale v du sommet du cône, et le cône serait droit.

CHAPITRE VI.

Des Plates-bandes.

269. Lorsque la partie supérieure d'une porte ou d'une fenêtre est plane et horizontale, on lui donne le nom de *plate-bande*.

Si les pierres pouvaient, en général, résister à une charge un peu considérable, étant soutenues par les deux bouts sur deux appuis, la meilleure manière de faire les plates-bandes, serait de les former d'une seule pierre posée horizontalement sur les jambages des portes ou des fenêtres; mais l'expérience a fait voir que, dans cette circonstance, les pierres ne résistaient pas d'une manière suffisante pour la durée des édifices. Cependant, quand la pierre est dure, et que la porte ou la fenêtre n'a pas une grande largeur, on peut se permettre de faire les plates-bandes d'une seule pierre, pourvu qu'on lui donne, au moins, 30 cent. (11 pouces) de portée sur chaque jambage, et qu'on charge ses extrémités verticalement sur chaque piédroit, de manière que la pierre puisse être regardée comme étant encastrée par les deux bouts. Cette précaution de brider fortement la pierre par ses deux extrémités est très-importante, parce qu'il est démontré qu'un corps solide encastré par les deux bouts a une force double de celle qu'il aurait s'il posait librement sur ses appuis.

Quant à la manière de tracer et de tailler ces sortes de plates-bandes, elle est à peu près la même que s'il s'agissait d'une pierre du mur au travers duquel la porte ou la fenêtre se trouve pratiquée.

270. Ne pouvant pas toujours faire les plates-bandes d'une seule pierre, les constructeurs ont imaginé de les faire de plusieurs morceaux disposés de manière qu'ils se servent mutuellement de soutiens. Pour produire cet

effet, nous observerons d'abord que l'ensemble de tous les morceaux de la plate-bande doit former un trapèze ABCD (fig. 129), dont la base supérieure DC soit plus grande que la base inférieure AB, qui doit être égale à la largeur de la porte. Car il est évident que, si le contraire avait lieu, ou même si ces deux bases étaient égales, la plate-bande ne pourrait se soutenir sur les jambages ou piédroits.

En second lieu, nous observerons que chaque morceau de la plate-bande, que l'on appelle *claveaux*, doit participer à la forme du trapèze ABCD, de sorte que, les droites GS, HR, IQ, KP, LO et MN, représentant en projection verticale les faces suivant lesquelles les claveaux se touchent, faces qu'on appelle *coupes*, les distances DS, SR, RQ, QP, PO, ON et NC devront être plus grandes que les distances correspondantes et inférieures AG; GH, HI, IK, KL, LM et MB. Cela est nécessaire, non-seulement pour qu'aucun voussoir n'ait la liberté de glisser entre les autres, mais encore pour la régularité de l'appareil, qui exige, de plus, que les claveaux soient tous de même épaisseur entre les coupes; c'est-à-dire, que les distances AG, GH, etc., soient égales entre elles.

Pour donner aux coupes la direction qui leur convient, on peut s'y prendre de plusieurs manières; la plus usitée est de faire tendre toutes ces coupes vers un même point X, qui est le sommet d'un triangle équilatéral (n° 20) formé sur la droite AB, qui représente, en projection verticale, le plan qui est la face apparente en dessous de la plate-bande. On donne à cette face le nom d'*intrados*.

Quant au nombre des claveaux, on le proportionnera à la largeur comprise entre les tableaux des jambages et à la grosseur des pierres qu'on aura à sa disposition; mais quelles que soient la largeur de la porte et la grosseur des pierres, le nombre des claveaux devra être impair, afin d'avoir un claveau dans le milieu, auquel on donne le nom de *clef*. Cela est nécessaire, parce que si le nombre des claveaux était pair, il y aurait un joint TV au milieu de la plate-bande, et il en résulterait moins de solidité, ainsi que nous le ferons concevoir tout-à-l'heure.

271. Si, maintenant, nous examinons de quelle manière une plate-bande obéit à la charge qui pèse sur elle, nous verrons que les deux coupes vers la clef s'ouvrent par en bas, et que, au contraire, celles situées vers les pieds droits s'ouvrent par en haut (fig. 130), mais que les autres coupes intermédiaires, à droite et à gauche de la clef, restent en contact. Ce fait est constaté par l'expérience, tel que la fig. 130 le fait voir.

272. *Il résulte de ce fait, que les deux parties AFCG, HBID, tendent*

à tomber dans la porte, et comme les pierres sont incompressibles, ces deux parties ne peuvent tomber sans renverser les jambages; car les droites AC, BD étant plus grandes que les droites AF, BH, la première ne peut tourner sur le point A, et la seconde sur le point B, sans que ces deux points A et B ne soient écartés l'un de l'autre.

273. Je conclus de ces observations, que *le poids de la plate-bande et la charge qu'elle supporte pourraient être considérés comme étant suspendus au point E où les deux droites AC, BD prolongées se rencontrent.* Or il est évident, ou du moins il est facile de s'assurer par l'expérience, que, plus l'angle AEB, formé par ces deux droites AE, BE, sera petit, moins le poids suspendu au point E sera susceptible de renverser les piédroits. Il suit de là que, si l'on veut fortifier une plate-bande, *il faudra diminuer l'angle AEB*, ou ce qui revient au même, *allonger les coupes vers la clef.* Ainsi donc, la forme d'appareil représentée par la figure 131 est plus solide que celle représentée par la figure 129, en supposant les coupes vers les piédroits de même longueur dans les deux cas.

274. Mais cet appareil de la fig. 131, très-convenable sous le rapport de la solidité, et sous tous les rapports, quand le mur se continue en moëlons, offre un inconvénient dans le cas où le mur est en pierres de taille, ainsi qu'on peut le remarquer dans cette fig. 131, où l'on voit que les carreaux qui posent sur la plate-bande, se trouvent coupés en bizeaux, de manière que la hauteur de ceux qui sont près du sommet D, se réduit tout-à-fait à rien.

C'est pour cette raison que, quand il s'agira d'un mur en pierre de taille, il faudra préférer l'un des appareils représentés par les figures 132, 133 et 134.

En effet, on voit dans ces trois exemples, que les carreaux du mur s'accordent de la manière la plus convenable avec les claveaux de la plate-bande, et que, néanmoins, les coupes sont plus longues vers la clef que vers les jambages. Nous reviendrons sur ces trois genres d'appareil; continuons l'examen des effets représentés par la fig. 130.

275. Un corps solide, posé horizontalement sur deux appuis, résiste d'autant plus à l'action d'une force qui tend à le rompre, que cette force est obligée de produire à la fois un plus grand nombre de ruptures. Or, si la plate-bande avait un joint dans le milieu, au lieu d'une clef, il n'y aurait, en cet endroit, que ce seul joint d'ouvert, tandis qu'au moyen de la clef il y en a deux; d'où il suit qu'une plate-bande est plus solide quand elle a une clef que quand elle n'en a point; *il faut donc*, ainsi que nous l'avions avancé, *que le nombre des claveaux d'une plate-bande soit impair.*

276. Enfin considérons que la charge de la plate-bande n'est soutenue que par les arrêtes inférieures des pierres AOMN, BPLK (fig. 130), que l'on appelle *sommiers*, et, en conséquence, qu'il est nécessaire de fortifier ces arrêtes. Il suit de là que l'appareil représenté par la figure 135 n'est pas convenable, puisque l'angle formé par la coupe et le lit de pose du sommier est aigu, et cela, non-seulement parce qu'on n'a pas cherché à fortifier les sommiers, en n'effaçant pas leur aiguité, mais encore parce qu'on a suivi une marche inverse à celle qu'il aurait fallu suivre en effaçant celle des claveaux, puisqu'on a fait augmenter les parties d'équerre à l'intrados, en allant vers la clef, tandis qu'il aurait fallu faire le contraire, par la raison que l'aiguité des claveaux est plus grande vers les sommiers que vers la clef. Voici comment il faut entendre cette disposition d'appareil : d'un point D comme centre pris sur la verticale FD, menée au milieu de la largeur de la porte, on décrit deux arcs de cercle ACB, EFG; on divise l'horizontale AB en autant de parties égales qu'on veut avoir de claveaux, et par les points de division, on mène des droites d'équerre à la droite AB, qu'on prolonge jusqu'à leur rencontre avec l'arc ACB, et par ces points de rencontre, et le point D, on mène les coupes jusqu'à l'arc EFG. D'ailleurs le dessus de la plate-bande, représenté par l'arc EFG, que l'on appelle *extrados*, a les mêmes inconvéniens que l'appareil de la fig. 131.

277. L'appareil représenté par la fig. 129 pourra être employé pour les portes et les fenêtres de peu de largeur, par exemple, pour celles qui n'auront pas plus d'un mètre (3 pieds), pourvu que l'épaisseur comprise entre l'intrados et l'extrados soit au moins le quart de cette largeur, et que l'on ait l'attention d'effacer les aiguités des claveaux, au moyen de facettes Aa, Gg, Hh, Kk, etc. d'équerre à l'intrados ab, dont la largeur commune Aa sera d'environ 5 cent. (2 pouces).

Si l'on trouvait que les sommiers ne fussent pas assez fortifiés par ces facettes, on n'aurait qu'à ne pas faire monter les jambages jusqu'au niveau ao de l'intrados, de sorte que le lit de pose des sommiers pourrait descendre plus bas que cet intrados, d'environ 5 à 6 centimètres, ainsi que l'indique la droite pq.

Si l'on voulait aussi éviter les aiguités d'angle que forment les coupes de la plate-bande avec l'extrados, on ferait pareillement des facettes d'équerre au plan d'extrados; de sorte que les coupes seraient triformes, et les claveaux auraient toute la force possible.

278. Dans l'exemple représenté par la fig. 132, on remarquera que, par leur forme, les premiers claveaux AaHILMnN, BbCDEFgG, empê-

cheront que les coupes aH, bC ne s'ouvrent par le haut, à cause que la charge des parties supérieures du mur retiendra ces claveaux sur leurs parties horizontales IH, CD; de sorte qu'on pourra regarder la plate-bande comme n'ayant que la largeur NG; car indépendamment de ce que les coupes des sommiers ne pourront s'ouvrir vers le haut, la charge de la plate-bande sera pour ainsi dire accrochée aux horizontales IH, CD, de manière que les parties inférieures a et b des sommiers seront considérablement soulagées; ainsi cette disposition offre le double avantage de fortifier les sommiers et de diminuer, en quelque sorte, la largeur de la plate-bande, ce qui équivaut à un plus grand allongement de coupe vers la clef.

Je donne le nom de claveaux *en état de charge*, à tous ceux qui ont la forme GBCbDEFg; ce nom me paraît mieux exprimer l'effet qu'ils produisent, que les mots *tas de charge* qu'on emploie ordinairement. Comme c'est à la partie horizontale CD que ces claveaux doivent leur propriété et leur nom, nous appelerons *état de charge* cette partie horizontale elle-même.

Plus l'état de charge CD d'un claveau sera grand, plus le claveau sera engagé sous la charge des parties supérieures du mur. Mais, d'un autre côté, si on lui donnait trop d'étendue, le claveau pourrait se rompre suivant CF, étant pressé par la charge du mur suivant la direction ED, et par l'action de la plate-bande perpendiculairement à la coupe Fg. Pour garder un juste milieu, on fera l'état de charge CD égal, au plus, à la hauteur de l'assise du mur, avec laquelle le claveau s'accordera, et au moins égal à la moitié de cette même hauteur.

Si l'on mettait deux claveaux en état de charge, à droite et à gauche, on aurait encore plus de solidité, sur-tout (fig. 133) si le joint vertical CD, du second, tombait en plein sur le jambage, ou au moins à l'aplomb de l'arrête AB. Un plus grand nombre de claveaux en état de charge produirait encore une plus grande solidité.

279. La figure 134 offre un exemple de plate-bande à doubles coupes et en état de charge : il est facile de voir que cet appareil est tout ce qu'on peut pratiquer de plus solide en fait de plate-bande, sur-tout si l'on augmentait encore le nombre des claveaux en état de charge.

Pour former les doubles coupes, après avoir divisé la droite AB en autant de parties égales que l'on voudra avoir de claveaux, et par les points de division I, K, L, M, N et O, avoir mené à l'intrados AB les perpendiculaires Ii, Kk, Ll, Mm, Nn et Oo, prolongées jusqu'à la droite ab paral-

lèles à AB, on prendra deux points E et F, à volonté, sur la verticale Ee menée au milieu de la plate-bande; par le point E et les points a, i, k, l, m, n, o et b, on menera les coupes aC, iP, kQ, lR, mS, nT, oU et bD, que l'on arrêtera à la droite CD qui est parallèle à AB, et menée, par rapport à AB, à une distance au moins égale à la hauteur de l'assise correspondante du mur; on divisera ensuite la distance EF en autant de parties égales qu'il y aura de claveaux entre un sommier et la clef : dans notre exemple, ce sera en trois parties, aux points H, G et F; on menera 1°. par le point F, les coupes DV, Cv; 2°. par le point G, les coupes UX, Px; 3°. par le point H les coupes TY, Qy, et 4°. par le point E les coupes de la clef qui seront uniformes.

280. En général, quelle que soit la forme d'appareil que l'on adopte pour une plate-bande, les coupes de la clef doivent être uniformes. En effet, dans la pratique, on pose successivement les claveaux à droite et à gauche, sur les sommiers, de sorte que la clef est toujours posée la dernière. Or, quelque soin qu'on ait apporté au tracer, à la taille et à la pose des claveaux, jamais le vide qui reste pour la clef n'est parfaitement celui indiqué par l'épure, ce qui fait qu'on est obligé d'attendre que tous les claveaux de la plate-bande soient posés, pour prendre, sur place, la mesure de la clef; et, comme il faut nécessairement que cette clef entre juste à sa place, non pas tout-à-fait d'elle-même, mais en la forçant avec précaution, pour qu'elle presse et maintienne solidement les autres claveaux, cette opération serait très-difficile, si les coupes n'étaient pas uniformes.

281. S'il arrivait que l'on se trouvât dans quelque circonstance où il ne fût pas possible de donner assez de longueur de coupe vers la clef, on pourrait y suppléer de plusieurs manières, plus ou moins efficaces. Je vais en présenter deux exemples des plus simples, où il ne sera employé d'autres secours que ceux que peut donner la forme des claveaux; ensuite j'expliquerai quelques armatures en fer, que l'on peut employer dans des cas plus difficiles.

1er. Exemple. Supposons (fig. 136) que la distance comprise entre les horizontales ZB, WD soit la plus grande épaisseur qu'on puisse donner à la plate-bande. On menera une droite O'O à égales distances des droites ZB, WD, et, après avoir fait la division des claveaux, avoir élevé les perpendiculaires Mm, Ll, Kk, Ii, etc., à l'intrados ZB, et avoir mené la droite ib parallèle à ZB, pour avoir les facettes d'équerre à l'intrados, comme à l'ordinaire. par le sommet J d'un triangle équilatéral formé sur la largeur

de la plate-bande, et les points b, m, l, k, i, etc., on menera les coupes bz, mx, lv kt, etc., que l'on arrêtera à la droite O'O; puis, sur cette droite O'O, on prendra les points O, y, W, u, etc., de manière que les distances Oz, yx, wv, tu, etc., soient toutes égales entre elles, et au plus au quart de la distance ZO'; ensuite, par le point J et les points O, y, w, u, etc., on menera les secondes coupes OD, yX, wV, uU, etc., et on aura ce qu'on appelle un appareil de plate-bande à *crossettes*. On observera que nous laissons uniformes les coupes de la clef.

L'effet produit par les crossettes est semblable à celui des états de charge, mais elles ne procurent pas tout-à-fait la même solidité. On peut laisser les crossettes apparentes sur la face de la plate-bande, ou ne les pratiquer que dans l'intérieur, comme l'indique la figure 137, qui représente le premier claveau à droite. La partie en crossette, XX, sera la moitié de l'épaisseur du mur, et les parties *xx*, *xx*, qui sont le prolongement de la coupe inférieure, seront chacune le quart de la même épaisseur.

2me. EXEMPLE. Supposons, comme dans l'exemple précédent, que la distance comprise entre les horizontales AZ, CW (fig. 138) soit la plus grande épaisseur qu'on puisse donner à la plate-bande; on menera encore une droite NO' à égales distances de ces horizontales AZ, CW; après avoir divisé les claveaux comme à l'ordinaire, on menera par les points A, E, F, G, etc., des perpendiculaires Ad, En, Fp, Gr, etc., à l'intrados AZ, lesquelles se termineront à la droite NO'; et par les points a, e, f, g, h, etc., qui sont les arrêtes supérieures des facettes, on menera les coupes aC, eP, fQ, gR, etc., comme à l'ordinaire; par les points a, e, f, etc. comme centres, on décrira les arcs de cercle dc, no, pq, rs, etc., et il en résultera un appareil à mâles et femelles à l'intérieur qui ne comprendront que la moitié de l'épaisseur du mur. La fig. 139 représente la forme du sommier, et la fig. 140, celle du claveau qui vient sur ce sommier.

Ces espèces de mâles et de femelles empêcheront les coupes de s'ouvrir par en haut vers les sommiers, et par en bas vers la clef. La correspondance des lettres des fig. 139 et 140, et de l'épure (fig. 138) fait assez bien sentir la forme et la disposition de ces mâles et femelles.

282. Au lieu de faire des crossettes ou des mâles et femelles, il est plus simple et plus solide de faire les coupes uniformes, et de les empêcher de s'ouvrir ou de glisser les unes sur les autres, au moyen de goujons droits A, A, A (fig. 141) scellés perpendiculairement aux coupes, ou au moyen de Z marqués B, B, B, scellés de même dans les coupes. Les Z valent mieux

que les goujons, en ce que les scellemens des Z se trouvent mieux dans la force de la pierre que ceux des goujons, ainsi qu'il est facile de le voir par la fig. 141. Les goujons pourront être de bois durci au feu ou en pierre très-dure, mais les Z seront nécessairement en fer ou en bronze. Il faudra sceller ces espèces de crampons en plomb, en mortier, ou en ciment gras, et jamais en plâtre ni en soufre, qui sont des corps qui attaquent le fer, et l'oxident promptement. On fera bien aussi de les enduire d'une couche d'huile bouillante, ou d'un vernis gras quelconque.

283. On remplace les goujons et les Z avantageusement par un tiran en fer AB (fig. 142), entaillé de son épaisseur dans l'intrados de la plate-bande, et fixé, par ses extrémités, à deux ancres verticaux CD, EF enfoncés dans l'épaisseur des jambages, de manière à embrasser plusieurs assises de pié-droits, comme on le voit dans la fig. 142. Indépendamment de cette armature, on pourrait encore faire usage de goujons ou de Z, si le cas l'exigeait. Le tiran AB empêcherait évidemment les points a et b de s'écarter, et par conséquent, les coupes de s'ouvrir par le haut vers les sommiers, et par le bas vers la clef. Ce tiran ne produirait pas le même effet, avec autant de force, s'il était posé sur l'extrados.

Cependant on obtiendrait encore une grande solidité, si, en mettant le tiran sur l'extrados, on y suspendait les claveaux au moyen de T enfilés à ce tiran, comme on le voit dans la fig. 143. Les T seraient percés d'un trou à leur partie supérieure, dans lequel passerait le tiran. On pourrait rendre le tiran plus fort, en assemblant dessus, à talons, un arc abc, auquel on accrocherait les T (fig. 144).

Enfin, on obtiendra une grande solidité, en mettant deux tirans, l'un sur l'extrados, et l'autre incrusté dans l'intrados, et tous les deux fixés aux mêmes ancres CD, EF (fig. 145), sur-tout si l'on réunit les deux tirans par des montans noyés dans les coupes des claveaux (fig. 146), et à plus forte raison encore, si les montans noyés dans les coupes, allaient embrasser un arc de cercle abc, assemblé à talons sur le tiran de l'extrados, comme on le voit fig. 146.

Tels sont les principes suivant lesquels on doit construire les plates-bandes pour leur donner le degré de solidité dont elles sont susceptibles, dans les diverses circonstances qui peuvent se présenter. En exposant ces principes, nous n'avons point eu égard à l'espèce de mur au travers duquel nous supposions la porte pratiquée, afin de rendre nos raisonnemens plus généraux ; maintenant nous allons donner des épures dans lesquelles nous aurons égard, et à la forme du mur, et à celle des jambages de la porte.

PLATES-BANDES PRATIQUÉES DANS LES MURS DROITS.

284. Dans le cas où les jambages n'ont point d'évasement, et que le tableau est perpendiculaire à la direction du mur, l'épure se réduit à diviser la largeur de la porte ou de la fenêtre en autant de parties égales que l'on veut avoir de claveaux, à diriger les coupes convenablement, et à ajuster l'appareil de la plate-bande avec celui du mur, comme nous l'avons expliqué sur les figures 129, 132, 133, 134, 136 et 138.

Pour tracer et tailler les claveaux, on levera un panneau de tête, pour chaque claveau d'une moitié de la plate-bande et pour un sommier, et on choisira des pierres qui puissent contenir ces panneaux sur leurs têtes, et qui aient une longueur égale à l'épaisseur du mur. Cela posé, supposons qu'il s'agisse du sommier BbCoP (fig. 132); on commencera par faire le lit de pose représenté par la droite BP; sur ce lit, on menera une droite qui sera l'arrête représentée par le point B, et suivant cette droite, on taillera d'équerre à ce lit, une face d'une largeur au moins égale à Bb, dans toute la longueur de la pierre; on fera les deux têtes de cette pierre d'équerre à la fois au lit et à la face dont la largeur est Bb, en observant entre les deux têtes une distance égale à l'épaisseur du mur. Cela fait, on tracera sur chaque tête la coupe bc et le lit de dessus CO, au moyen du panneau de tête, et on terminera le sommier.

S'il s'agissait d'un claveau, de celui, par exemple, dont le panneau de tête est GBbCDEFg, on ferait d'abord un parement qui serait la face du claveau représenté par la droite GB, à laquelle on donne le nom de *douëlle;* sur ce parement, on tracerait, vers le bord, une ligne droite, qui serait l'arrête représentée par le point G, et, suivant cette droite, on taillerait une face d'équerre à la douëlle dans toute la longueur de la pierre, et sur une largeur au moins égale à Gg; d'équerre à la fois à cette face et à la douëlle, on ferait les deux têtes de la pierre, en observant entre elles une distance égale à l'épaisseur du mur; enfin, sur ces deux têtes on tracerait la forme du claveau au moyen du panneau de tête, et il n'y aurait plus qu'à tailler les coupes et les joints pour avoir achevé le claveau. On se conduirait de la même manière pour un autre claveau quelconque.

285. Supposons, maintenant, qu'il s'agisse d'une plate-bande établie sur deux jambages évasés (fig. 147); soient gr, fs, les traces horizontales des deux faces du mur droit au travers duquel on veut pratiquer la plate-bande; la distance sr comprise entre ces deux droites gr, fs, qui sont supposées parallèles, sera l'épaisseur du mur. Soit ab la trace horizontale du tableau du jambage,

que nous supposons toujours perpendiculaire à la direction du mur, cb celle du recouvrement, et cd celle de la profondeur de la feuillure; enfin, soit ed, la trace horizontale de l'évasement du jambage. Supposons, de plus, que ar soit la moitié de la largeur de la porte ou de la fenêtre, que AB soit la projection verticale de la moitié de l'intrados de la plate-bande, et AP celle du tableau du jambage. Cela posé, on menera, parallèlement aux droites PA et AB, les droites nh et hm, à une distance égale au recouvrement bc de la feuillure; on divisera ensuite les claveaux comme à l'ordinaire, on montera la partie des coupes d'équerre à l'intrados, jusqu'à la droite hm, et on disposera les coupes comme on le jugera convenable. Puis, par l'extrémité e de l'évasement, on élevera une verticale eE, indéfinie, et la droite FE sera la projection verticale de l'arrête de l'évasement; on menera ensuite l'horizontale EG un peu au-dessus de la droite hm, qui sera la projection verticale de l'arrête de l'évasement de la plate-bande et la distance mG comprise entre les droites hm EG s'appelle le relèvement de ce même évasement. Le relèvement de l'évasement de la plate-bande ne doit jamais être, en général, plus grand que le dixième de la longueur qs de cet évasement.

L'épure résultante des opérations que nous venons d'indiquer, suffirait pour tracer les claveaux de la plate-bande en question; cependant, nous allons y ajouter, par surabondance, la projection horizontale des douëlles des claveaux.

Pour obtenir cette projection, on abaissera par les points A, K, L, etc., les droites AQ, KT, LX, etc., perpendiculairement à la ligne de terre FZ, que l'on arrêtera aux points Q, T, X, etc., de la droite dq, qui est la projection horizontale de l'intersection de l'évasement et de la feuillure de la plate-bande, ce qui donnera les projections horizontales aQ, ST, VX, etc., des intersections des coupes avec leurs facettes Ai, Kk, Ll, etc.; par les points I, M, N, etc., où la projection verticale EG de l'arrête de l'évasement de la plate-bande rencontre les coupes, on abaissera les droites IR, MU, NY, etc., que l'on terminera aux points R, U, Y de la trace horizontale fs de la face du mur du côté de l'évasement; ensuite, par les points R et Q, U et T, V et X, on menera les droites RQ, UT, VX, ... qui seront les projections horizontales des joints des coupes sur l'évasement de la plate-bande.

Donnons à présent la manière de tracer et de tailler les claveaux, et supposons, d'abord, qu'il s'agisse du sommier Aituo.

On tracera et on taillera le sommier tout comme s'il n'y avait pas d'évasement aux jambages, ainsi que nous l'avons expliqué au n°. 284; ce qui

donnera à la pierre la forme représentée par la fig. 148. Cela fait, on tracera, sur le lit de pose de la pierre, la forme abcde'oo' des piédroits, au moyen du panneau de projection horizontale fedcbag des jambages (fig. 147); par le point e' on menera la droite e'E sur la tête tuoe' (fig. 148), d'équerre à l'arrête Ao; on fera e'E égal à e'E de la projection verticale (fig. 147); par le point E (fig. 148), on menera la droite EI parallèle à l'arrête oA; par le point b, on menera la droite bi d'équerre à la droite ab sur la facette de la coupe; on fera im égal à la profondeur de la feuillure, et par les points I et m, on menera la droite Im, et le sommier sera entièrement tracé. Pour le terminer, on fera le refouillement indiqué par les lettres e'E, EI, Im, mi, ib, bc, cd et de', en observant que la face qui passe par la droite Ee', e'd doit être d'équerre au lit de pose, et doit rencontrer la face qui passe par les droites EI, Im suivant la droite Eh. Au reste, pour se faire une idée nette de ce refouillement, il faut en couper le modèle en plâtre. Nous recommanderons de faire des modèles, sinon de tout ce dont nous traitons dans ce livre, du moins de tout ce qu'on aura de la peine à concevoir; car, à défaut du langage mathématique, et même néanmoins ce langage, la meilleure manière de se rendre compte des choses, c'est de les faire en petit, telles qu'on les ferait en grand. Les modèles, au surplus, donnent seuls cette grande habitude qu'il faut avoir, dans les travaux, pour exécuter avec promptitude toutes sortes d'ouvrages.

Supposons, maintenant, qu'il s'agisse de tracer et de tailler un claveau, celui dont le panneau de tête est AituDvkK (fig. 147).

On commencera par tailler le claveau au moyen de son panneau de tête, comme s'il n'y avait pas d'évasement, ainsi qu'on le voit fig. 149. Ensuite, on portera la largeur du tableau des piédroits de A' en A et de K' en K; on menera la droite AK sur la douëlle du claveau, et par les points A et K, on menera d'équerre aux arrêtes de la douëlle, deux droites Ai, Kk dans la largeur des facettes des coupes; on fera kT et iQ égales à la profondeur de la feuillure; on menera la parallèle MI à l'arrête K''A'' à une distance égale à BG (fig. 147); par les points I et Q on menera la droite IQ, et par les points M et T la droite MT, et le claveau sera entièrement tracé. Pour le terminer il ne restera plus qu'à faire l'évasement suivant les droites MI, IQ, Qi, iA, AK, Kk, kT, et TM.

286. Si le tableau des piédroits n'était pas perpendiculaire à la face du mur (fig. 150), on ferait l'arrête cp, du tableau de la plate-bande, parallèle à la face du mur, et la face cd de la feuillure perpendiculaire à cette même face. Du reste, la manière de tracer l'épure de la plate-bande resterait la

même que dans le cas précédent, ainsi qu'on le voit par les lignes d'opération. Quant à la manière de tracer les claveaux, elle mérite une explication particulière.

Supposons, d'abord, qu'il s'agisse d'un sommier : on commencera par faire les deux lits à la hauteur d'assise Ou, sur lesquels on tracera la projection horizontale aofg; on fera toutes les faces latérales d'équerre à ces lits, et on aura une pierre de la forme Aat^2t^3uOO (fig. 151). Pour tracer la coupe du sommier en question, la face AaOO étant le lit de pose, on fera an, et Ar égales à la largeur Bm (fig. 150) de la facette des coupes; ensuite, on prendra la distance at′ (fig. 150), comprise entre l'arrête a du tableau et la projection horizontale de l'extrémité de la coupe du sommier (distance qu'il faut prendre dans la direction at′, et non perpendiculairement au tableau), on prendra, dis-je, la distance at′ pour la porter (fig. 151) de t^3 en t et de t^2 en t′; puis on joindra les points t, t′, n et r par les droites tt′, t′n, nr et rt, et la coupe sera tracée; quand elle sera faite, on tracera et on taillera l'évidement bcdeElmi, comme nous l'avons expliqué dans le cas où le tableau des piédroits est perpendiculaire à la direction du mur, en ayant soin de faire la face bc de la feuillure parallèle à l'arrête aO.

S'il s'agissait d'un claveau, de celui dont le panneau de tête est le polygone AKkvDu′ti, on équarrirait la pierre suivant ce panneau de tête, tout comme si la plate-bande n'était pas oblique, en ayant soin de faire les deux têtes de manière que la pierre eût la longueur zy, qui est, ainsi qu'on le voit, la plus grande longueur du claveau. Cela fait, on menerait, dans la projection horizontale de la plate-bande, une droite c′q, quelconque, perpendiculaire à la direction du tableau des jambages, à laquelle nous donnerons le nom de *directrice;* on prendrait la distance h′a′ de la directrice eq au point h′ du claveau qui s'éloigne le plus de cette directrice; et on porterait cette distance (fig. 152) de K^3 en a′, et par le point a′, et perpendiculairement aux arrêtes de la douëlle de la pierre, on menerait les droites a′b′, b′c′, c′d′, d′e′, e′f′, f′g′, g′h′ et h′a′, qui formeraient l'intersection avec les faces de la pierre, d'un plan perpendiculaire aux arrêtes de la douëlle, ou, en d'autres termes, formeraient autour du claveau, la ligne de direction. Cela fait, on porterait la distance b′o (fig. 150), de b′ en A″ et de c′ en i^2 (fig. 152); la distance d′e (fig. 150) de d′ en t (fig. 152); la distance e′x (fig. 150), de e′ en u, et de f′ en D (fig. 152); la distance g′c′ (fig. 150) de g′ en V (fig. 152), et par les points K^3, A″, i^2, t, u, D, V et K, on menera les droites K^3A'', $A''i^2$, i^2t, tu, uD, DV et VK, qui seront les arrêtes de la tête oblique du claveau. On s'y prendrait de la même manière

pour tracer l'autre tête, en prenant les distances de la directrice e'q' aux différens sommets du claveau, dont les projections horizontales sont sur la droite gr; mais, la première tête étant tracée avec précision, il serait plus simple de porter la distance oblique rs (fig. 150) de K^3 en K', de A'' en A', etc. (fig. 152), et de joindre ensuite les points K', A', ... etc. par les droites $K'A'$, etc., qui seraient les arrêtes de cette seconde tête du claveau. Quant à l'évasement, on le tracera comme dans le cas où le tableau des piédroits est d'équerre au mur, en ayant égard, toutefois, à l'obliquité de la plate-bande.

PLATES-BANDES PRATIQUÉES DANS LES MURS EN TALUS.

287. Les droites eB', dm^2 sont les traces horizontales des faces d'un mur en talus (fig. 153), eB' étant celle de la face en talus; bc est la trace horizontale du tableau d'un jambage, et l'angle ebc est droit ou oblique; P'ABPD...... est la projection verticale de la moitié de la plate-bande, dans un plan perpendiculaire au tableau bc; et l'angle piQ' est l'inclinaison du talus : cherchons la projection horizontale des intersections des coupes des claveaux, avec la face en talus du mur.

Pour cela, on prolongera les horizontales am, ut et DP jusqu'à leur rencontre en n, o et p avec la droite ip du talus; par le point i, où la droite ip rencontre la projection verticale AB, de l'intrados de la plate-bande, on abaissera une droite iC perpendiculairement à la droite AB, laquelle ira rencontrer en C la trace horizontale eC de la face en talus; par le point C on menera une droite Cq parallèle à la ligne de terre P'Q, et une autre Cw perpendiculaire à la droite eC; ensuite, par les points n, o et p on menera les droites ns, or et pq, parallèles à iC; par le point C, comme centre, et avec les rayons Cs, Cr et Cq, on décrira les arcs de cercle sy, rz et qw, qu'on terminera à la droite Cw; par les points y, z et w, on menera les droites ya', zf et wg parallèles à la droite eB' : la droite ya' ira rencontrer en l', k' et a' les projections horizontales des arrêtes des douëlles, et ces points l', k' et a' seront les projections horizontales des points où les intersections des facettes avec les coupes, iront rencontrer la face en talus. La droite zf ira rencontrer la projection horizontale $t't^2$ de l'extrémité de la coupe du sommier en un point t', qui sera la projection horizontale du point où cette extrémité de coupe rencontre le talus, de sorte que la droite t'a' qui passe par les points t' et a' est la projection horizontale de la coupe ta du sommier. La droite wg rencontrera les projections hori-

zontales $x'x^2$, $v'v^2$ des extrémités de coupe lx, kv, aux points x' et v' qui seront les projections horizontales des points où ces extrémités des coupes vont rencontrer la face en talus; de sorte que les droites l'x', k'v' qui passeront respectivement par les points t' et x', k' et v', seront les projections horizontales des intersections des coupes lx et kv, etc. avec la face en talus, et l'épure sera terminée.

Pour tracer et tailler les claveaux, on suivra tout-à-fait la même méthode que celle que nous avons indiquée au n°. 286 pour les claveaux de la plate-bande biaise, eu égard, toutefois, au changement qu'apporte le talus dans la projection horizontale.

288 Après avoir taillé les claveaux, d'après le panneau de tête, à leur plus grande longueur, comme nous l'avons déjà expliqué plus haut, au lieu de tracer la directrice tout autour de la pierre comme dans la fig. 152, on pourrait se servir de panneaux de joints et de douëlles, pour tracer la direction des têtes des claveaux.

Les panneaux de douëlles sont donnés directement par la projection horizontale de la plate-bande, et sont tous égaux entre eux, quand les deux traces horizontales des faces du mur sont parallèles; ainsi on en levera un quelconque bck^2K' qui servira pour tous les claveaux.

Quant aux panneaux des joints ou des coupes, voici comment on les obtiendra :

1°. Pour le panneau de la coupe du sommier, on menera (fig. 154) deux droites MN, LO perpendiculaires à une droite quelconque AF qui servira de directrice; ces droites MN, LO seront distantes l'une de l'autre d'une quantité AB égale à la longueur at de la coupe du sommier; puis, ayant mené dans la projection horizontale la directrice EN, on prendra (fig. 153) les distances Fa' et Et' que l'on portera respectivement de B en L et de A en M (fig. 154); on prendra, en outre, les distances Fc et Et^2 (fig. 153) que l'on portera respectivement de B en O et de A en N (fig. 154); enfin, on joindra les points M et L, N et O par les droites ML et NO, et la fig. MLON sera le panneau demandé.

2°. Pour le panneau de la coupe suivante kv (fig. 153), on menera les droites QI, PK (fig. 154) perpendiculaires à la directrice AF, et distantes entre elles de la quantité DC égale à la longueur kv de la coupe en question; puis, on prendra (fig. 153) les distances Hk', Gv', que l'on portera (fig. 154) respectivement de D en I et de C en K; on prendra ensuite les distances Hk^2 et Gv^2 (fig 153), que l'on portera respectivement de D en Q et de C en P; on joindra enfin les points K et I, P et Q par

(fig. 157), on prendra les points a^3, y^3 et A', de manière que $a^3 y^3$ soit égal à ay de la projection verticale (fig. 155), et a^3A' (fig. 157) égal à ag (fig. 155); par les points a^3, y^3 et A' (fig. 157), on menera les droites $a'M'$, $y'y^2$ et $g'g^2$, perpendiculaires à la directrice i^3k^3; on prendra les distances a^3a', y^3y' et $A'g'$ (fig. 156), que l'on portera respectivement de a^3 en a', de y^3 en y' et de A' en g' (fig. 157), et par les points g', y' et a' on menera une courbe à la main; on portera ensuite respectivement les distances a^3M', y^3y^2 et $A'g^2$ (fig. 156), de a^3 en M', de y^3 en y^2 et de A' en g^2 (fig. 157), et on menera par les points g^2, y^2 et M' une ligne qui sera droite, parce que ce bord du panneau se trouve sur la face plane du mur. On s'y prendrait de la même manière pour avoir les autres panneaux de joints. Le panneau $P'c'm'h'h^2m^2$, (fig. 157) est celui de la coupe dont ch (fig. 155) est la projection verticale, et dont $c'm'h'h^2P'$ (fig. 156) est la projection horizontale; le panneau $d'n'i'i^2n^2Q'$ (fig. 157) est celui de la coupe dont di (fig. 155) est la projection verticale, et dont $d'n'i'i^2Q'$ (fig. 156) est la projection horizontale. Les panneaux $N'b'x'q'q^2x^2$, $Y'f'p'l'l^2p^2$, et $X'e'o'k'k^2o^2$ (fig. 157) sont respectivement ceux des coupes dont les projections verticales sont bq, fl et ek, (fig. 155) et dont les projections horizontales sont $N'b'x'q'q^2$, $Y'f'p'l'l^2$, et $e'o'k'k^2X'$ (fig. 156).

PLATE-BANDE PRATIQUÉE DANS UN MUR CYLINDRIQUE DROIT.

290. Que les faces du mur cylindrique soient circulaires ou elliptiques, concentriques, équidistantes ou non, la plate-bande ne peut offrir aucune difficulté, d'après ce qui précède.

En effet, supposons que la figure 158 soit la projection horizontale des jambages de la porte et de la base du mur; quelles que soient les courbes AS et as, comme les surfaces cylindriques sont droites, les projections horizontales des intersections des coupes et des douëlles de la plate-bande avec ces surfaces cylindriques, seront nécessairement sur les traces horizontales mêmes AS, as de ces surfaces; si donc, la fig. 155 est la projection verticale de la plate-bande, en abaissant, par les points qui désignent les arrêtes des douëlles, dans cette projection, des droites perpendiculaires à la ligne de terre GL, les parties Cc, Ff, Ii, Kk, Mm, Nn et Qq de ces droites comprises entre les traces horizontales AS, as (fig. 158) des deux faces du mur, seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles; et, par les points qui désignent, dans la projection verticale (fig. 155), les extrémités et les milieux des coupes, en abaissant des droites

horizontales des arrêtes des douëlles, et les droites $g'g^2$, $h'h^2$, $i'i^2$, $k'k^2$, $l'l^2$ et $q'q^2$ seront celles des extrémités des coupes. Les points a', c', d', e', f' et b', seront les projections horizontales des points dont les projections verticales sont a, c, d, e, f et b. Pour avoir les projections horizontales $a'g'$, $c'h'$, $d'i'$, $e'k'$, $f'l'$ et $b'q'$, des coupes de la plate-bande, on observera que ces projections ne peuvent pas être des lignes droites, et qu'il faut avoir au moins un point intermédiaire entre leurs extrémités. En conséquence, par les points y, m, n, o, p et x de la projection verticale de la plate-bande, pris à peu près à égales distances des extrémités des coupes, on abaissera les perpendiculaires yy^2, mm^2, nn^2, oo^2, pp^2 et xx^2, à la ligne de terre KL; la première yy^2, et la dernière xx^2, iront rencontrer la droite T^4t^4 aux points y' et x', qui appartiendront aux projections horizontales $a'y'g'$ et $b'x'q'$ des coupes des sommiers; les quatre autres iront rencontrer aux points m', n', o', p' et q', les droites S^4s^4, lesquels points appartiendront respectivement aux projections horizontales $c'h'$, $d'i'$, $e'k'$ et $f'l'$ des autres coupes de la plate-bande. Telle est l'épure d'une plate-bande pratiquée au travers d'un mur gauche, dont la face gauche est engendrée par une droite de niveau qui glisse sur les droites IR^2 zr^2, supposées respectivement dans les plans verticaux élevés sur les droites IH, zz'.

Les traces horizontales IH, zz' de ces plans verticaux peuvent être perpendiculaires ou obliques à la trace horizontale IZ de la face gauche, et on peut les supposer parallèles entre elles ou non.

Si l'on imaginait une autre génération pour la face gauche, il faudrait modifier le procédé que nous venons de donner, en conséquence de cette nouvelle génération.

Pour tracer et tailler les claveaux, on les équarrira d'abord au moyen des panneaux de tête, à leur plus grande longueur, et on tracera ensuite la direction des têtes au moyen de la ligne de direction, comme nous l'avons déjà expliqué pour la plate-bande biaise, et pour celle en talus.

Si après avoir taillé les pierres suivant les panneaux de tête, on voulait, au lieu de la directrice, se servir des panneaux des douëlles et des joints, on aurait les panneaux des douëlles dans la projection horizontale, comme pour la plate-bande en talus; pour avoir les panneaux des joints, on s'y prendrait de la manière suivante, qui est la même que celle qui nous a servi pour avoir les panneaux des joints de la plate-bande en talus.

On menera la directrice $A'q^3$ (fig. 156) et i^3K^3 (fig. 157); puis, pour avoir le panneau de joint de la coupe du sommier à gauche, sur la directrice i^3k^3

Soient (fig. 160) ABFE la section verticale du premier mur, faite par un plan perpendiculaire à la direction de ce mur, et abfe une section pareille faite dans le second mur. Soient R le centre de la base inférieure, CTUc, et S celui de la base supérieure DD′f′ de la surface cylindrique oblique, et soient les droites CD, cd les projections horizontales des génératrices de raccordement. (Voyez ce que nous avons dit au sujet des murs cylindriques obliques.) Cela posé, supposons que la fig. 155 soit la projection verticale de la plate-bande, et que par les points qui désignent, dans cette projection, les arrêtes des douëlles, les extrémités et les milieux des coupes, on ait abaissé des perpendiculaires à la ligne de terre GL, prolongées jusqu'à leurs rencontres avec la trace horizontale BE^4b de la face cylindrique droite du mur.

Pour avoir les projections horizontales des intersection des douëlles et des coupes avec la surface cylindrique oblique, parallèlement aux lignes de terre AB et ab (fig. 160), on menera les droites EF et ef, GH et gh, IK et ik, LM et lm, NO et no, respectivement à des distances égales à GR, GS, GT, GU et UV (fig. 155); par les points E, H, K, M et O (fig. 160) on abaissera des perpendiculaires à la ligne de terre AB, que l'on prolongera jusqu'à la droite DC; par les points i, h, k, m et o, on abaissera des perpendiculaires à la ligne de terre ab, que l'on prolongera jusqu'à la droite dc. Cela fait, on cherchera les centres p, q, r et s, comme nous l'avons expliqué en parlant des murs cylindriques obliques, et par ces centres on décrira les arcs $A'E'a'$, $A^2E^2a^2$, $G'b'$, $K'h'c'$ et $DD'd$, qui seront les projections horizontales des intersections des plans horizontaux menés par les horizontales NO, LM, IK, GH et FE, et par conséquent, par celles dont les projections verticales (fig. 155) sont les droites AB, ab, yx, gq et hb. Ces arcs couperont les projections horizontales des arrêtes des douëlles, des extrémités et des milieux des coupes, en des points qui seront, comme dans le cas de la surface gauche, les points par lesquels il faudra faire passer les courbes $A^2G'K'$, $B^2C''D'$, $E^2h''F'$, $g^2h'i'$, $d^2e'f'$, et $a^2b'c'$ pour avoir les projections horizontales des intersections des coupes de la plate-bande avec la surface cylindrique oblique.

Il n'est pas nécessaire de répéter encore la manière de tracer et de tailler les claveaux : elle est la même que celle que nous avons donnée pour les autres plates-bandes. Pour trouver les panneaux de joints (fig. 161), on opérera comme il a été dit pour les épures précédentes.

PLATE-BANDE PRATIQUÉE DANS UN MUR CONIQUE DROIT CIRCULAIRE.

292. Soient (fig. 163) $QQ'Q^2Q^3$ la base de la face conique, STV la trace horizontale de la face cylindrique droite du mur au travers duquel on doit pratiquer la plate-bande, et R la projection horizontale du sommet du cône, et aussi le centre commun des arcs de cercle $QQ'Q^2Q^3$ et STV. Soient OIP (fig. 162) l'angle formé par les génératrices du cône avec le plan horizontal, AB la projection verticale de l'intrados de la plate-bande, AG et BH celles des tableaux des jambages, et supposons qu'on ait disposé les coupes et les états de charge des claveaux, comme à l'ordinaire.

Cela posé, par le point I, où la droite OI rencontre la ligne de terre GI, on abaissera, à cette ligne de terre GI, la perpendiculaire IQ, qui ira rencontrer au point Q, la base $QQ'Q^2$ du cône; par ce point Q, on menera la droite Qv parallèle à la ligne de terre GI, et la droite QR au centre R; on prolongera les horizontales AB, ab, yx, gq et hl, jusqu'à leurs rencontres en K, L, M, N et O, avec la droite LO; par les points M, K, L, N et O, on abaissera, à la ligne de terre, les perpendiculaires Kr, Ls, Mt, Nu et Ov, jusqu'à la droite Qv; par le point Q comme centre, et avec les rayons Qr, Qs, Qt, Qu et Qv, on décrira les arcs de cercle rr', ss', tt', uu' et vv'; par le centre R et avec les rayons Rr', Rs' Rt', Ru' et Rv', on décrira les arcs de cercle $r'B'A'A^2$, s' b'f'......a', t'x'y', u'q'......$g'g^2$, et v'l'...... $h'h^3$, qui seront les projections horizontales des cercles donnés par les intersections, avec le cône, des plans horizontaux menés par les horizontales dont les projections verticales sont les droites AB, ab, yx, gq et hl. Ces arcs de cercles rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douëlles, des extrémités et des milieux des coupes (que l'on trouvera comme il a déjà été dit plusieurs fois) en des points par lesquels on menera les courbes a'y'g', c'm'h', d'n'i', e'o'k', f'p'l' et b'x'q' qui seront les projections horizontales des intersections des coupes avec la surface du cône.

On tracera, et on taillera les claveaux par les moyens donnés plus haut.

PLATE-BANDE PRATIQUÉE DANS UN MUR CONIQUE OBLIQUE A BASE CIRCULAIRE.

293. Soient C le centre de la base $QQ'Q^2B$ (fig. 164), et X la projection horizontale du sommet du cône; la droite CX sera la projection horizontale de l'axe de ce cône. Prolongeons cette droite XC jusqu'à sa rencontre en B avec la base $BQ^2Q'Q$; par le point X, élevons la droite XY perpendi-

culaire à la droite XB, et faisons XY égale à la hauteur du cône; par le sommet Y et les points C et B, menons les droites YC et YB; la droite YC sera l'axe, et YB une génératrice du cône, de sorte que le triangle BYC sera le demi-triangle par l'axe, rabattu autour de la droite BC sur le plan horizontal.

Supposons, maintenant, que AB (fig. 162) soit la projection verticale de l'intrados de la plate-bande, et qu'on ait disposé les coupes et les états de charge des claveaux : cela posé, prenons les hauteurs, par rapport à la ligne de terre GH, des horizontales AB, ab, yx, gq et hl, et portons les (fig. 164) de X en m^2, en n^2, en o^4, en q^5 et r^2; par les points m^2, n^2, o^4, q^5 et r^2, menons les droites m^2m, n^2n, o^4o^2, q^5q^3 et r^2r, parallèles à BX; par les points m', n', o^3, q^4 et r', où ces droites rencontreront l'axe CY, abaissons les perpendiculaires $m's$, $n't$, o^3u, q^4v et $r'z$, à la droite BX, qui iront rencontrer cette droite BX en des points s, t, u, v et z, qui seront les centres des cercles $AA'B'B$, $aa'd'b'$, $yy'x'$, $gg'q'q^2$, et $hh'l'l^2$; pour avoir les rayons sA, ta, uy, vg et zh, abaissons, à la droite BX, les perpendiculaires mA, na, o^2y, q^3g et rh, par les points m, n, o^2, q^3 et r, où les droites m^2m, n^2n, etc., rencontrent la génératrice BY. Ces cercles $AA'B'B^2$, $aa'b'$, $yy'x'$, $gg'q'q^2$, et $hh'l'l^2$, seront les projections horizontales des sections faites dans le cône, par des plans horizontaux menés par les horizontales dont les projections verticales (fig. 162) sont les droites AB, ab, yx, gq et hl, et rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douëlles, des extrémités et des milieux des coupes des claveaux, en des points par lesquels on dessinera, à la main, (fig. 164) les courbes $a'y'g'$, $c'm'h'$, $d'n'i'$, $e'o'k'$, $f'p'l'$ et $b'x'q'$, qui seront les projections horizontales des intersections des coupes des claveaux avec la surface du cône.

On pourrait encore multiplier beaucoup plus les exemples de plates-bandes; mais je crois que ceux que j'ai donnés suffiront pour mettre le lecteur en état de lever toutes les difficultés que ce genre de voûte est susceptible de présenter.

CHAPITRE VII.

Des Berceaux.

294. On appelle *voûtes en berceau*, toutes celles dont la face apparente, en dessous, est une surface cylindrique concave dont les génératrices sont toujours situées horizontalement. La directrice de cette surface peut être une courbe régulière quelconque; mais, le plus souvent, c'est une demi-circonférence de cercle, un arc de cercle moindre qu'une demi-circonférence, une demi-ellipse, une anse-de-panier, quelquefois une parabole, rarement une cycloïde, une cassinoïde, une chaînette, etc. Cette directrice est toujours la section droite de la surface cylindrique (n°. 201), à moins de quelque cas particulier où l'on veut qu'il en soit autrement; mais alors on en avertit.

Nous appelerons *ceintre principal*, cette même directrice ou section droite. Quand le ceintre principal d'un berceau est une demi-circonférence de cercle, ce berceau est dit *en plein ceintre;* si ce ceintre était une demi-ellipse ou une anse-de-panier, et que le grand axe fût horizontal, ou s'il était un arc de cercle moindre qu'une demi-circonférence, le berceau serait *surbaissé;* au contraire, il serait *surhaussé*, si, le ceintre principal étant une demi-ellipse ou une anse-de-panier, le grand axe était vertical.

295. Supposons, maintenant, que la figure 165 représente la section faite dans une voûte en berceau, par un plan perpendiculaire à la direction des génératrices de la surface de cette voûte, que le quart de cercle AD soit la moitié du ceintre principal de la face apparente en dessous du berceau, que le quart de cercle EF soit le ceintre principal d'une seconde surface cylindrique parallèle (n°. 263) à celle dont AD est le ceintre principal, et que la distance uniforme AE entre les deux ceintres dont nous venons de parler soit l'épaisseur de la voûte : la surface cylindrique dont l'arc AD est la demi- directrice sera ce qu'on appelle *intrados*, et celle dont l'arc EF est la demi-directrice sera *l'extrados* du berceau. Les noms d'intrados et d'extrados sont indépendans de la nature des courbes qui servent de

directrices aux surfaces cylindriques, et ne supposent pas même que ces deux surfaces soient parallèles.

Quand l'extrados est parallèle à l'intrados, le berceau est *extradossé uniformément*. Tel est celui dont ADFE (fig. 165) est la moitié de la section droite. Cette manière de disposer les voûtes en berceau est la moins bonne de toutes : elle est la moins solide, et celle qui s'accorde le moins bien avec les assises des carreaux des murs.

296. La figure 166 présente une disposition de berceau en plein ceintre beaucoup plus solide que celle de la fig. 165. On voit ici que l'extrados n'est pas parallèle à l'intrados. Pour avoir la moitié GH de la directrice de cette extrados (fig. 166), on fait DG égal à l'épaisseur que l'on veut donner au sommet de la voûte, et DQ égal au diamètre AB du berceau, ou au moins aux trois quarts de ce diamètre AB ; par le point Q comme centre, et avec le rayon QG, on décrit un arc de cercle GH, qui est la directrice demandée. Dans l'exemple de la fig. 166 nous avons fait DQ égal au diamètre AB tout entier. On arrête l'extrados GH au point H par une horizontale HI, qui est déterminée par les assises du mur, de manière qu'on ait un nombre complet d'assises dans la hauteur KI. La partie horizontale HI est réservée pour recevoir les carreaux du mur, dans le cas où ce mur se prolongerait plus haut.

297. On appelle *voussoirs* les morceaux de pierre qui constituent une voûte à surface courbe quelconque. Les faces portantes des voussoirs se nomment *coupes*. Les coupes doivent toujours être normales ou perpendiculaires à l'intrados de la voûte. La face des voussoirs qui fait partie de l'intrados d'une voûte à surface courbe quelconque prend le nom de *douëlle* : celle qui fait partie de l'extrados porte le nom d'*extrados du voussoir*, et les deux autres faces se nomment *joints* ou *têtes*.

298. Il faut toujours que le ceintre principal d'une voûte à surface courbe soit divisé en un nombre impair de voussoirs, pour qu'il s'en trouve un au sommet de la voûte, que l'on appelle *clef*. Cette condition est nécessaire, comme pour les plates-bandes, afin de donner plus de solidité à la voûte, et de rendre l'appareil plus agréable. Il faut aussi que les douëlles des voussoirs comprennent des arcs égaux sur le ceintre principal du berceau, c'est-à-dire que ces douëlles doivent être de même largeur.

299. Cela posé, pour avoir la disposition des voussoirs (fig. 165), on n'aura qu'à diviser l'arc AD en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs dans cette moitié AD du ceintre principal, en observant, au sommet, une demi-division pour la demi-clef ; ensuite, comme le ceintre

principal est une demi-circonférence de cercle, par tous les points de division, on menera des droites au centre C, qui seront les coupes des voussoirs.

On fera la même chose pour la distribution des voussoirs du berceau dont BODGHIK est la section droite (fig. 166), et on observera que la coupe LM rencontre l'horizontale MN qui passe au niveau du lit d'une assise du mur, et forme, avec cette horizontale, un état de charge MN (n°. 278); quant aux autres coupes, comme OP, elles vont uniformément rencontrer l'extrados, ainsi qu'on le voit dans la fig. 166. Cette forme d'appareil est celle qu'il faut préférer pour les berceaux des caves, des galeries ou corridors, etc.

Quelque soit le ceintre principal d'un berceau, on distribuera les voussoirs comme dans les cas précédens, où le ceintre principal est une demi-circonférence. Quant aux coupes, nous avons déjà dit qu'elles devaient toujours être normales à la courbe qui sert de ceintre principal.

300. Lorsqu'il s'agit d'un berceau pratiqué dans un mur quelconque, la forme d'appareil de la fig. 166 ne peut convenir, sur-tout si le mur est en pierres de taille; dans ce cas, on emploiera la disposition que présente la fig. 167, ou celle que présente la fig. 168, suivant la grandeur du ceintre et le nombre des voussoirs. L'inspection seule de ces deux figures me paraît suffisante pour faire concevoir l'ajustement des voussoirs en état de charge avec les carreaux du mur. Les ceintres principaux de ces deux exemples sont encore des demi-circonférences de cercle.

Voici divers autres exemples d'appareils de berceaux.

La fig. 169 représente la section droite d'un berceau dont le ceintre principal est un arc de cercle moindre qu'une demi-circonférence : on voit, dans cette figure, la disposition des voussoirs la plus convenable pour ce genre de berceaux, supposés pratiqués dans un mur quelconque.

La fig. 170 représente la section droite d'un berceau surbaissé, dont le ceintre principal est une demi-ellipse. La moitié à gauche de cette figure représente un berceau extradossé de manière que la moindre épaisseur de la voûte est à la clef. La directrice AB de l'extrados est un arc de cercle dont le centre est sur le prolongement de l'axe CD, à une distance du point D égale à DC. Les coupes des voussoirs sont des normales à l'ellipse, que l'on menera, par les points de division qui donnent les largeurs des douëlles des voussoirs, par le moyen donné n°. 61. La figure indique assez le reste de l'ajustement. L'autre moitié à droite de la figure 170 offre un exemple d'ajustement en état de charge avec les assises du mur.

La figure 171 est la section droite d'un berceau surhaussé, dont le ceintre principal est une demi-ellipse. Cette figure est encore divisée en deux demies, dont l'une, à gauche, est la demi-section droite d'un berceau extradossé par une surface cylindrique équidistante avec l'intrados. L'autre moitié indique l'ajustement des voussoirs sans état de charge avec les carreaux du mur. On menera encore les coupes normales à l'ellipse comme il a été dit.

La figure 172 représente deux exemples de berceaux surbaissés en anse-de-panier. On observera ici de faire tendre les coupes des voussoirs au centre de l'arc sur lequel est situé le point de division par lequel doit passer la coupe que l'on veut mener. Du reste, la disposition des voussoirs ne présente aucune difficulté.

La figure 173 offre deux exemples de berceaux dont le ceintre principal est une parabole. Pour mener les coupes, on se rappelera comment on mène des normales à cette courbe (n°. 81). Quant à la disposition des voussoirs, elle est évidente.

La figure 174 présente un berceau dont le ceintre principal est ce qu'on appelle *ogive.* Ce ceintre est formé par deux arcs de cercle, dont les centres sont respectivement aux points de naissance de ces arcs. Du reste, l'inspection seule de la figure ne laisse rien à expliquer.

La figure 175 est la section droite d'un berceau dont le ceintre principal est une cycloïde (n°. 102), la figure 176 est un berceau dont le ceintre principal est une chaînette (n°. 111); la fig. 177 est un berceau dont le ceintre principal est une courbe formée par deux arcs égaux de la développée du cercle (n°. 115); la fig. 178 est un berceau dont le ceintre principal est un arc rampant elliptique (n°. 121), et la fig. 179 un berceau dont le ceintre principal est aussi un arc rampant, mais formé par deux arcs de cercle (n°. 122).

J'ai passé rapidement sur l'explication de toutes ces figures, persuadé qu'un peu de réflexion, en les considérant, suffira pour bien saisir l'esprit de leurs dispositions particulières.

En présentant ces types d'appareil des voussoirs des berceaux, nous avons fait abstraction des circonstances dans lesquelles ces sortes de voûtes peuvent se rencontrer, parce que tout ce que nous venons de dire est indépendant de ces circonstances. Maintenant, nous allons considérer les berceaux pratiqués, 1°. dans les murs droits; 2°. dans les murs en talus; 3°. dans les murs gauches; 4°. dans les murs cylindriques droits; 5°. dans les murs cylindriques obliques; 6°. dans les murs coniques droits; et 7°. dans les murs coniques obliques.

DES BERCEAUX PRATIQUÉS DANS LES MURS DROITS.

Les génératrices des berceaux pratiqués dans les murs droits, sont, ou perpendiculaires ou obliques aux faces des murs. Dans le premier cas, les berceaux prennent le nom de *berceaux droits;* et dans le second, celui de *berceaux biais*.

DES BERCEAUX DROITS.

301. Les épures des berceaux droits ne présentent aucune difficulté : il suffit de tracer le ceintre principal, de le diviser en autant de parties égales qu'on veut avoir de voussoirs, de mener les coupes normales à ce ceintre par les points de division, et de disposer l'appareil de manière que les voussoirs s'ajustent convenablement avec les assises du mur par des états de charge ou autrement. D'après cette épure, on tracera et on taillera les voussoirs au moyen de panneaux de tête, de la même manière qu'il a été dit pour les plates-bandes (n°. 284).

DES BERCEAUX BIAIS.

302. PREMIER EXEMPLE. Supposons (fig. 180) que la courbe ADB soit le ceintre principal d'un berceau biais, cette courbe ADB étant quelconque. Prenons la droite AB, qui passe par les naissances A et B du ceintre, pour la ligne de terre : les génératrices du berceau seront perpendiculaires au plan des projections verticales, puisque le ceintre principal est la section droite du berceau. Il suit de là que les projections horizontales des arrêtes des douëlles des voussoirs seront perpendiculaires à la ligne de terre AB, et les projections verticales des mêmes arrêtes seront des points situés sur le ceintre principal ADB (n°. 150) : si donc on a fait la division des voussoirs, mené les coupes normales au ceintre ADB, et disposé l'appareil, comme il a été dit plus haut; en abaissant, par les points de division E, M, Q,......... des perpendiculaires Ac, Ee″, Mm″, Qq″,......... à la ligne de terre, ces dernières droites seront les projections horizontales indéfinies des arrêtes des douëlles des voussoirs. Supposons, maintenant, que les droites ab, cd soient parallèles entre elles, et soient les traces horizontales des faces du mur droit au travers duquel le berceau biais doit être pratiqué : les parties ac, ee″, mm″, qq″,......... des droites Ac, Ee″, Mm″, Qq″,........ dont il vient d'être question, seront les projections horizontales et en même temps les véritables longueurs des arrêtes des douëlles des voussoirs. Les projections horizontales des extrémités des coupes, dont les points

F, L, R,.......... sont les projections verticales, seront les parties ae″, ll″, rr″,.......... des perpendiculaires Fc, Ll″, Rr″,.......... menées par les points F, L, R,.......... à la ligne de terre AB.

Les joints des voussoirs qui viennent s'adapter contre les joints des carreaux du mur doivent être d'équerre aux faces du mur; mais comme il se pourrait que le biais du berceau fût assez considérable pour que les têtes des voussoirs devinssent trop grandes sur une face du mur, tandis qu'elles seraient trop petites sur l'autre face, on plie ces joints comme les droites brisées gg′hg″, zz′kz″, vv′uv″ l'indiquent en projection horizontale, en ayant soin que les parties gg′, g″h, zz′, z″k, vv′, v″u de ces joints, soient d'équerre aux faces du mur.

Les intersections des faces du mur avec le berceau seront des ellipses égales entre elles, si le ceintre principal ADB est une demi-circonférence de cercle, puisque les faces du mur sont des plans parallèles (n°. 196). Ces intersections s'appellent *les ceintres de face du berceau.*

Pour obtenir un de ces ceintres de face, par les points e^3, m^3, q^3,..... on élevera des perpendiculaires e^3e^4, m^3m^4, q^3q^4, $c'c^{iv}$,......... à la trace horizontale ab de l'une des faces du mur; on fera ces perpendiculaires respectivement égales aux ordonnées E″E, M″M, Q′Q, CD,....... du ceintre principal, et on fera passer une courbe à la main par les points b, e^4, m^4, q^4,............ qui sera le ceintre de face demandé, rabattu autour de la droite ab.

Si l'on trouvait que les points b, e^4, m^4, q^4, ... fussent trop écartés les uns des autres pour dessiner exactement cette courbe, on pourrait prendre, sur le ceintre principal, les points A′, E′, M′,........ au milieu des douëlles AE, EM, MQ,........; abaisser ensuite les projections horizontales des génératrices menées par les points dont les projections verticales sont les points A′, E′, M′,.........; par les points f^3, l^3, n^3,........ élever les perpendiculaires f^3f^4, l^3l^4, n^3n^4,......... à la droite ab, et faire ces perpendiculaires respectivement égales aux distances des points A′, E′, M′,....... par rapport à la ligne de terre AB.

Cette épure, telle que nous venons de l'expliquer, est plus que suffisante pour tracer les voussoirs du berceau; cependant nous allons encore y ajouter le développement des panneaux des douëlles et des joints.

DÉVELOPPEMENT DES PANNEAUX.

303. Pour avoir le développement des douëlles, on étendra la courbe ADB du ceintre principal, sur une ligne droite AB (fig. 181); pour cela,

on prendra une ouverture de compas égale à une demi-douëlle AA′ (fig. 180), que l'on portera autant de fois sur la droite AB (fig. 181), à partir du point A, qu'il y a de demi-douëlles dans le ceintre principal ; ce qui donnera les points A, C, D, E, F, G, H, I........ B, par lesquels on menera les droites A′A″, C′C″, D′D″, E′E″, F′F″, G′G″, H′H″, I′I″,..... perpendiculaires à la droite AB, lesquelles seront les génératrices indéfinies du berceau, qui sont, alternativement, les arrêtes et les milieux des douëlles. Pour avoir les longueurs de ces génératrices, on menera une directrice a′b′ dans la projection horizontale (fig. 180), qui doit être, ainsi qu'on sait, perpendiculaire aux projections horizontales des arrêtes des douëlles; on fera les droites AA′, CC′, DD′, EE′, FF′, GG′, HH′, II′,.......... (fig. 181), respectivement égales aux parties a″a, f′f, e′e, l′l, m′m, n′n, q′q, C″C′,.......... des projections horizontales des génératrices en question (fig. 180), et par les points A′, C′, D′, E′, F′, G′, H′,........ on fera passer une courbe A′C′D′E′F′.... (fig. 181), qui sera un bord du développement des douëlles. Pour avoir l'autre bord A″C″D″E″F″,........... on fera les droites AA″, CC″, DD″, EE″, FF″, GG″, HH″,........ respectivement égales aux parties a″c, f′f″, e′e″, l′l″, m′m″,......... des projections horizontales des mêmes génératrices que ci-dessus (fig. 180), et on dessinera à la main une courbe par les points A″, C″, D″, E″,........ (fig. 181), et on aura le développement demandé, dans lequel les panneaux des douëlles sont les figures A″A′D′D″, D″D′F′F″, F″F′H′H″,...........

Cherchons maintenant les panneaux des joints, et commençons par celui de la coupe EF (fig. 180), qui est la figure K″K′D′D″ (fig. 181). Pour cela, on fera DK (fig 181), égal à la longueur de la coupe EF (fig. 180); par le point K (fig. 181), on menera une perpendiculaire K′K″ à la droite AB, et on fera les distances KK′, KK″ respectivement égales aux parties a″a, a″c (fig. 180) de la projection horizontale ac de l'arrête supérieure de la coupe en question, et on joindra les points D′, K′ et D″, K″, (fig. 181) par les droites D′K′, D″K″; et la figure D″D′K′K″ sera le panneau demandé. Pour avoir les panneaux F″F′L′L″, H″H′M′M″,.......... (fig. 181), des autres coupes ML, QR,........... (fig. 180), on opérera de la même manière.

Il y a deux méthodes pour tracer et tailler les voussoirs : la première est connue sous le nom de *méthode par équarrissement*, et la seconde sous celui de *méthode par panneaux*. La première est la plus sure et la plus générale ; mais elle exige plus de pierre que la seconde, quand l'appareilleur ne sait pas la modifier suivant les circonstances. La seconde est moins

rigoureuse, théoriquement parlant, puisque le développement des panneaux des douëlles ne peut s'obtenir que par approximation, et entraîne un trop grand attirail de panneaux. Nous allons expliquer l'une et l'autre méthode sur le tracer des voussoirs du berceau biais qui nous occupe en ce moment.

MÉTHODE PAR ÉQUARRISSEMENT, POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSSOIRS DES BERCEAUX.

304. Supposons qu'il s'agisse de tracer et de tailler le premier voussoir à gauche; on fera un panneau de projection horizontale g″e″egg′h (fig. 180); on choisira une pierre qui ait la hauteur AF, et dont le lit puisse contenir ce panneau; on fera les deux lits parallèles entre eux, et à une distance égale à la hauteur AF; on appliquera le panneau de projection horizontale sur chaque lit, de manière que les sommets du panneau se correspondent bien en se trouvant sur les mêmes droites d'équerre aux lits; on taillera ensuite toutes les faces de la pierre, ce qui donnera un prisme qui aura la forme g″e″eegg′hg (fig. 182). Cela fait, on prendra la hauteur E″E de la première douëlle (fig. 180), que l'on portera de e″ en E, et de e en E (fig. 182) sur le parement qui doit contenir la douëlle du voussoir; on fera ensuite les distances e″c, ea, situées sur les arrêtes e″g″, eg, égales chacune à la saillie ea de la première douëlle prise sur la trace horizontale ab de l'une des faces du mur (fig. 180), puis on joindra les points c et a, E et E par les droites ca, EE, et on joindra les points c et E, a et E, par l'arc du ceintre de face que comprend la douëlle du premier voussoir. On tracera cet arc de courbe, au moyen d'un morceau de planche mince, que l'on taillera sur le ceintre de face même, de manière que ce morceau de planche ait parfaitement la courbure de l'arc que comprend la douëlle à tracer. Ce morceau de planche, ainsi taillé, prend le nom de *cerce*, ou *cherche*, ou *cerche*; le nom qui semble le plus usité maintenant est le premier, et c'est celui-là que nous adopterons comme étant plus doux à la prononciation. Il faut bien remarquer qu'en général le ceintre de face est une courbe qui change de courbure à chaque instant, ce qui exige que l'on fasse la cerce exactement d'une longueur égale à l'arc de la douëlle à tracer, et qu'on ait l'attention que l'extrémité de la cerce qui répond à l'arrête inférieure de la douëlle ne soit pas tournée du côté de l'arrête supérieure quand on trace la pierre.

Pour tracer la coupe de notre voussoir, il suffira de faire les distances e″F, eF, situées sur les arrêtes supérieures e″g, eg, des têtes du voussoir

(fig. 182), égales chacune à ea, qui est la projection horizontale de la longueur de la coupe EF (fig. 180), et de joindre les points F, F par une droite FF, qui sera l'arrête supérieure de la coupe : on joindra de plus les points E et F sur chaque tête du voussoir, par une droite EF (fig. 182); cela fait, la pierre sera tracée, et il ne restera plus qu'à tailler la douëlle et la coupe que nous venons de tracer.

Pour tracer le second voussoir à gauche, on fera un panneau de projection horizontale z″m″mzz′k (fig. 180); on choisira une pierre qui ait la hauteur NL′, et dont le lit contienne le panneau de projection horizontale; on fera les deux lits parallèles entre eux, et à une distance égale à la hauteur NL′; on appliquera le panneau de projection horizontale sur chaque lit, de manière que les sommets du panneau se correspondent bien sur les mêmes perpendiculaires aux lits; on taillera ensuite toutes les faces de la pierre d'équerre à ces lits, et on aura un prisme ayant la forme z″m″mm°z z′kz″m^2 (fig. 183). Sur le parement m^2m°mm″ qui doit contenir la douëlle du voussoir, on fera les distances m^2M, m°N chacune égale à NM (fig. 180), et on menera la droite MN (fig. 183) qui sera l'arrête supérieure de la douëlle du voussoir; on fera les distances m e″, m°e égales à la projection horizontale me de la douëlle EM (fig. 180), et on menera la droite e″e (fig. 183), qui sera l'arrête inférieure de la même douëlle; on joindra les points M et e″, N et e, au moyen de la cerce de la seconde douëlle, levée sur le ceintre de face. Pour tracer la coupe du lit de dessus, on fera les distances m″L, mL (fig. 183) égales à la projection horizontale ml de la coupe ML (fig. 180), et on menera les droites LL, LM et LN (fig. 183). Pour tracer la coupe du lit de dessous, on fera les distances c″c, ea (fig. 183) égales à la projection horizontale ea (fig. 180) de la coupe EF; par les points c et a (fig. 183), on menera les droites cF, aF d'équerre au lit de dessous; on fera les distances cF, z″I, kk, z′z′, zI, aF (fig. 183), égales à EF′ (fig. 180), et on menera les droites FI, Ik, kz′, z′I, et IF, ainsi que les coupes e″F, eF, et la pierre sera tracée. Pour tracer les autres voussoirs, on s'y prendrait de la même manière.

MÉTHODE PAR PANNEAUX, POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSSOIRS DES BERCEAUX.

305. Supposons qu'il s'agisse de tracer le premier voussoir à gauche; on levera son panneau de tête AEFGH (fig. 180), et l'on équarrira une pierre à ce panneau de tête, comme s'il était question d'un berceau droit, en ayant l'attention de faire cette pierre à la plus grande longueur g″t de la projection horizontale du voussoir qu'il s'agit de tracer. La forme de cette

pierre sera celle représentée par les lettres abCdefghiK (fig. 184). Cela fait, on tracera la forme du lit de pose qui est MA″INHI et celle du lit de dessus LK″K′GHI (fig. 184), au moyen du panneau de piédroit g″cagg′h (fig. 180); puis, avec le panneau de douëlle A″D″D′A′ (fig. 181) on tracera la douëlle A″liD″ (fig. 184), et avec le panneau de joint D″D′K′K″ (fig. 181), on tracera la coupe D″iK′K″ (fig. 184). En appliquant tous ces panneaux sur la pierre, il faut observer avec soin qu'ils se correspondent bien, et que la forme du voussoir reste franche, sans flâche ni écornure.

Ce que nous venons de dire de l'usage des panneaux de tête, de douëlles et de joints, sur le premier voussoir à gauche du berceau biais en question, doit suffire pour concevoir la manière de tracer les autres voussoirs du berceau, d'après la même méthode.

On pourrait encore tracer les voussoirs des berceaux, par le moyen donné (n°. 286) pour les claveaux des plates-bandes biaises, au moyen de la ligne de direction.

SECOND EXEMPLE DE BERCEAUX BIAIS.

306. Dans le premier exemple de berceaux biais, nous avons donné la forme de la surface du berceau par le ceintre principal; mais quelquefois cette forme est donnée par le ceintre de face ADB (fig. 185). Dans ce cas, on fait la division des voussoirs sur ce ceintre de face, que nous supposons être une courbe régulière quelconque. Cela fait, par les points A, E, M, Q, D,......, qui indiquent les arrêtes des douëlles sur le ceintre de face, on abaisse des perpendiculaires Aa, Ee, Mm, Qq, Dc′,........, à la ligne de terre AB, par les points a, e, m, q, c′,........, où ces perpendiculaires à la ligne de terre rencontrent la trace horizontale ab, de la face du mur, qui se trouve le plus près de cette ligne de terre AB, on mène les droites ac, ee″, mm″, qq″, c′c‴,.........., parallèles entre elles et dans la direction du biais du berceau, et ces dernières droites sont les projections horizontales des arrêtes des voussoirs; bien entendu que ces projections se terminent à la trace horizontale g″d de la seconde face du mur. Pour avoir les projections horizontales des extrémités des coupes et des demi-douëlles, on s'y prendrait de la même manière.

Si, les pierres étant trop courtes, on est obligé de faire des joints dans l'épaisseur du mur, comme il faut faire ces joints d'équerre aux arrêtes des douëlles, il s'ensuit que le ceintre principal devient nécessaire pour tracer ces joints. Voici comment on obtient ce ceintre, au moyen de celui de face:

On prolonge, si cela est nécessaire, les projections horizontales des arrêtes des douëlles, et on mène à leur direction une perpendiculaire $a''b'$ quelconque, dont la partie $a''d'$ est l'axe horizontal du ceintre principal demandé. Cela fait, on prend les ordonnées $E''E$, $M''M$, $Q'Q$, CD,......., du ceintre de face, que l'on porte respectivement de e^3 en e^4, de m^3 en m^4, de q^3 en q^4, de c'' en c^v,..........., et par les points d', e^4, m^4, q^4, c^v..........., on fait passer une courbe qui est le ceintre principal demandé. Pour avoir les coupes e^4b, m^4L', q^4R', ..., on fait les distances f^3b, l^3L', r^3R', ..., égales aux hauteurs AF, $L''L$, $R''R$,..., et l'on mène les droites e^4b, m^4L', q^4R',.....; ou bien, si le ceintre de face ADB est circulaire, par le point c'', qui est le centre de la section droite, et les points e^4, m^4, q^4, etc., on menera les droites e^4b, m^4L', q^4R', etc., qui seront les coupes demandées, et qui iront rencontrer les horizontales $X'b$, $U'L'$, $S'R'$, qui indiquent les lits des carreaux du mur, aux points b, L', R', etc., qui seront les extrémités des coupes.

Pour avoir le développement des panneaux des douëlles et des joints (fig. 186), on s'y prendra tout-à-fait de la même manière que nous avons expliquée au n°. 303, en observant de développer sur la droite AB (fig. 186), non pas le ceintre de face ADB (fig. 185), mais toujours la section droite $a''c^vd'$. En développant cette section droite, on observera que les douëlles étant égales dans le ceintre de face, elles ne le seront plus dans la section droite, quel que soit le ceintre de face, ce qui exige que, dans le développement, on prenne successivement la largeur de chaque douëlle, à partir de la première (à gauche ou à droite), et qu'on porte ces largeurs sur la droite AB (fig. 186) dans le même ordre qu'on les aura prises sur la section droite. Pour les panneaux des joints, on prendra de même les largeurs des coupes sur la section droite ou ceintre principal, et jamais sur le ceintre de face.

Quant à la manière de tracer et de tailler les voussoirs, elle est la même que dans le premier exemple.

TROISIÈME EXEMPLE DE BERCEAUX BIAIS.

307. Si le ceintre principal ADB (fig. 187) est une demi-circonférence de cercle, après avoir obtenu les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on pourra avoir les panneaux des douëlles et des joints de la manière suivante :

On menera, par les points a, e, f, g et a', e', f', g^9, les droites aa^2, e^2e^4, f^2f^4, g^2g^4 et $a'a^3$, e^6e^8, f^6f^8, g^6g^8, parallèlement à la ligne de terre AB. Cela fait, pour avoir les panneaux des douëlles, celui du premier voussoir, par

exemple, par le point a^2, où la droite aa^2 rencontre la projection horizontale gg^9 de l'une des arrêtes de la douëlle de la clef, et le point e^4, où la droite e^2e^4 rencontre la projection horizontale hh' de la seconde arrête de la douëlle de la clef, on menera la droite a^2e^4, et par les points a^3 et e^8 on menera la droite a^3e^8, et le polygone $a^3e^8e^4a^2$ sera le panneau demandé.

Pour avoir le panneau de la seconde douëlle, par le point e^5, où la droite e^2e^4 rencontre la projection horizontale gg^9 de l'une des arrêtes de la douëlle de la clef, et par le point f^4, où la droite ff^4 rencontre la projection horizontale hh' de l'autre arrête de la douëlle de la clef, on menera la droite e^5f^4 ; par les points e^9, f^8, on menera la droite e^9f^8, et le polygone $e^9f^8f^4e^5$ sera le panneau demandé.

Pour avoir le panneau de la troisième douëlle, on menera les droites f^5g^4, f^9g^8 par les points f^5 et g^4, f^9 et g^8, et le polygone $f^9g^8g^4f^5$ sera le panneau demandé. Quant au panneau de la douëlle de la clef, il est tout trouvé : c'est le parallélogramme $ghh'g^9$. On trouvera les autres panneaux de douëlles, en opérant de la même manière que ci-dessus, ainsi qu'on le voit dans l'épure. On observera que les panneaux de douëlles, que nous venons de trouver, ne sont rigoureux qu'autant qu'on ne les enfonce pas dans les douëlles, ce qui les raccourcirait, ou qu'on laisse les douëlles plates, ainsi que les cordes AE, EF, etc. l'indiquent dans le ceintre principal. On observera aussi que quand les faces du mur sont parallèles, la moitié des panneaux des douëlles suffit; de sorte que le panneau de douëlle du premier voussoir à gauche, peut servir pour le premier à droite, en le tournant de manière que le bord du panneau qui répondait à une face du mur réponde à l'autre.

Quant aux panneaux des joints, on les aura en menant, par le point c et les points e^2, f^2, g^2, les droites e^2e^3, f^2f^3, g^2g^3, et en menant par le point c' et les points e^6, f^6, g^6, les droites e^6e^7, f^6f^7, g^6g^7, et le premier panneau de joint à gauche sera $e^6e^2e^3e^7$, le second sera $f^6f^2f^3f^7$ et le troisième sera $g^6g^2g^3g^7$. On aurait ceux à droite de la même manière.

L'usage de ces panneaux de douëlles et de joints est le même que si on les eut obtenus par le moyen donné au n°. 303.

Dans cet exemple de berceaux biais, nous avons supposé le berceau extradossé uniformément, mais on pourrait lui donner une autre forme d'extrados, ou disposer les voussoirs en état de charge. N'oublions pas que les berceaux extradossés uniformément sont moins solides que les autres, et qu'il n'est permis d'en faire usage que quand le berceau est pratiqué dans un mur en moëllons.

DES BERCEAUX EN TALUS.

Les berceaux en talus sont droits ou obliques: ils sont droits quand les projections horizontales des génératrices de l'intrados sont perpendiculaires à la trace horizontale de la face en talus, et ils sont obliques dans le cas contraire.

DES BERCEAUX DROITS EN TALUS.

308. Supposons 1°. que la courbe régulière quelconque ADB (fig 188) soit le ceintre principal d'un berceau droit; 2°. que les droites EF, GH soient les traces horizontales des faces du mur, celle de la face en talus étant la droite EF; 3°. que le trapèze IKLM soit la section droite du mur. D'après ces données, et puisque le berceau est droit et que le ceintre ADB en est la section droite, la trace horizontale EF de la face en talus du mur sera parallèle à la ligne de terre AB, et la ligne de terre MI, de la section droite du mur, sera perpendiculaire à la première AB. Prolongeons ces deux lignes de terre, l'une AB vers l et l'autre IM vers m. Cela posé, voici de quelle manière on tracera l'épure du berceau en question :

On divisera le ceintre principal ADB en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division b', c', d', f', g' et h', qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles, on menera les normales $b'b^3$, $c'c^3$, $d'd^3$, etc. à ce ceintre principal, pour avoir les projections verticales des coupes des voussoirs; et, après avoir disposé l'appareil en état de charge ou autrement, on obtiendra les projections horizontales aa', bb^2, cc^2, dd^2, etc. des arrêtes des douëlles, en menant des perpendiculaires à la ligne de terre AB par les projections verticales b', c', d', etc. des mêmes arrêtes, comme on l'a fait pour le premier exemple de berceaux biais (fig. 180); si, pour plus de précision, on veut avoir égard aux génératrices qui passent par les milieux des douëlles, on en aura les projections de la même manière que celles des génératrices qui passent par les arrêtes des douëlles, ainsi qu'on le voit dans l'épure. On obtiendra aussi les projections horizontales b^4b^5, c^4c^5, d^4d^5, etc. des extrémités des coupes, en abaissant, par les projections verticales b^3, c^3, d^3, etc. de ces mêmes extrémités, des perpendiculaires à la ligne de terre AB, comme pour les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Cela fait, il faudra chercher les deux projections de l'intersection de la face cylindrique du berceau avec le plan en talus.

Pour cela, on remarquera que (le berceau ayant ses génératrices perpendiculaires au plan de projections verticales, puisque ce plan de projections

n'est autre que celui de la section droite du berceau), on remarquera, dis-je, que la projection verticale de l'intersection dont il s'agit est le ceintre principal ADB lui-même, d'où il suit qu'il ne nous reste plus qu'à obtenir la projection horizontale abcdefghi de la même intersection.

Nous obtiendrons cette projection horizontale en cherchant celles b, c, d, e, etc. des points où les arrêtes des douëlles vont percer le plan en talus, et en faisant passer ensuite à la main une courbe abcdefghi par tous ces points, qui sera la projection demandée.

Voici maintenant comment on obtiendra les projections horizontales des points dont il vient d'être parlé.

Supposons qu'on veuille avoir celle g du point où l'arrête dont la projection verticale est le point g' rencontre le plan en talus; par le point g' on menera la droite $g'g^6$ parallèle à la ligne de terre AB : cette droite $g'g^6$ rencontrera la droite km en un point g^5. Par le point k comme centre, et avec le rayon kg^6, on décrira le quart de cercle g^6g^7, qui se terminera au point g^7 de la droite kl; par le point g^7 on menera la droite g^7g^8 prolongée jusqu'à la droite IK. Cette droite g^7g^8 rencontrera la ligne de talus ML en un point g^8, par lequel on menera la droite g^8g parallèle à la trace horizontale EF de la face en talus, laquelle droite g^8g rencontrera la projection horizontale gg^2 de l'arrête de douëlle qui nous occupe, en un point g qui sera la projection horizontale demandée. On s'y prendra de la même manière pour avoir les projections horizontales b, c, d, e, etc., des points où les autres arrêtes de douëlle vont rencontrer le talus.

Pour avoir les projections horizontales des intersections des plans des coupes avec le talus, on opérera sur les arrêtes supérieures des coupes, dont les projections verticales sont les points b^3, c^3, d^3, etc., et dont les projections horizontales sont les droites b^4b^5, c^4c^5, d^4d^5, etc., comme nous venons de l'indiquer sur les arrêtes des douëlles, et on obtiendra les points b^4, c^4, d^4, etc., qui seront les projections horizontales de ceux où les arrêtes des extrémités des coupes vont rencontrer la face en talus du mur. Si maintenant on joint les points b et b^4, c et c^4, d et d^4, f et f^4, etc., par les droites bb^4, cc^4, dd^4, ff^4, ..., etc., on aura les projections horizontales demandées.

Si le ceintre principal ADB était une demi-circonférence de cercle, les projections horizontales bb^4, cc^4, dd^4, ff^4, gg^4, etc., des intersections des plans des coupes avec le talus tendraient toutes au point C', qui est le point où l'axe de la surface du berceau rencontre la face en talus.

On aurait les mêmes projections horizontales en menant la droite M'L',

de manière qu'elle fît, avec la ligne de terre AB, un angle I'M'L' égal à l'angle IML, qui est l'inclinaison du talus sur le plan horizontal, et en opérant de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse d'avoir la projection horizontale c du point où l'arrête de douëlle, dont le point c' est la projection verticale, rencontre la face en talus; par le point c' on menera la droite $c'c^6$ parallèle à la ligne de terre AB, laquelle droite $c'c^6$ ira rencontrer la ligne de talus M'L' au point c^6; par ce point c^6 on menera une perpendiculaire c^6c^7 à la ligne de terre AB, qui ira rencontrer au point c^7 la trace horizontale EF de la face en talus; par le point M' on abaissera à la ligne de terre AB la perpendiculaire M'K'; par le point N, où la droite M'K' rencontre la trace horizontale EF de la face en talus, comme centre, et avec un rayon égal à Nc^7, on décrira le quart de cercle c^7c^8, qui se terminera au point c^8 de la droite NK'; par le point c^8 on menera la droite c^8c parallèle à la trace horizontale EF de la face en talus, qui ira rencontrer la projection horizontale cc^2 de l'arrête de douëlle qui nous occupe, en un point c qui sera la projection horizontale demandée. On opérerait de la même manière pour les autres arrêtes de douëlle; et, si on le juge nécessaire, pour les génératrices qui passent par les milieux des douëlles, et on aurait les points a, b, c, d, e, f, g, h et i de la projection horizontale de l'intersection de la surface cylindrique avec la face en talus.

Pour avoir les projections horizontales bb^4, cc^4, dd^4, etc., des intersections des coupes avec la face en talus, on opérera sur les arrêtes des extrémités des coupes, comme nous venons de l'expliquer pour les arrêtes des douëlles, ainsi que l'enchaînement des lignes ponctuées de construction l'indique, ce qui donnera les points b^4, c^4, d^4, f^4, etc., que l'on joindra respectivement avec les points b, c, d, f, etc., par des droites qui seront les projections horizontales demandées. Que l'on opère d'après le premier ou d'après le second procédé que nous venons d'expliquer, pour trouver les projections horizontales des intersections de la surface cylindrique et des plans des coupes du berceau avec le plan en talus, on observera que les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau sont, deux à deux, symétriquement disposées par rapport au plan horizontal, et que, conséquemment, l'opération qui donne la projection horizontale du point où l'une de ces arrêtes perce le plan en talus, donne en même temps celle du point où sa symétrique perce le même plan. Ainsi, par exemple, la droite g^8g, qui nous a donné le point g, étant prolongée donnera aussi le point c; et, réciproquement, la droite c^8c qui nous a donné le point

c, étant prolongée, donnera le point g, et ainsi des autres, comme on le voit dans l'épure.

309. Je recommande au lecteur de bien saisir l'enchaînement des lignes de construction, parce que ces lignes peignent les opérations à l'œil de telle sorte, qu'une fois qu'on s'est habitué à les considérer, elles tiennent lieu d'une explication détaillée, au lieu de compliquer l'épure, ainsi qu'on serait d'abord tenté de le croire. Voici de quelle manière on pourra prendre l'habitude de considérer cet enchaînement : Supposons que je veuille suivre les lignes de construction relatives à l'arrête de douëlle dont le point g' est la projection verticale ; je suivrai de l'œil la droite $g'g^6$, qui me conduira au point g^6, lequel appartient à l'arc de cercle g^6g^7 ; je suivrai cet arc qui me conduira au point g^7, lequel appartient à la droite g^7g^8, que je suivrai de même, et j'arriverai au point g^8 qui est la projection verticale du point où l'arrête de douëlle qui m'occupe va percer la face en talus. Ce point g^8 appartient à la droite g^8g que je suis, et j'arrive au point g qui est la projection horizontale du point de rencontre de mon arrête de douëlle avec le talus; ce point g se trouve sur la verticale gg' qui me conduit au point g' d'où j'étais parti. On trouverait le même enchaînement dans le procédé indiqué dans la moitié de l'épure à gauche. Continuons notre épure.

310. Si l'on veut avoir le ceintre de face sur la face en talus, comme les projections horizontales des arrêtes des douëlles sont perpendiculaires à la trace horizontale EF de la face en talus, on les prolongera, autant que nécessaire, et deviendront les directions des ordonnées du ceintre de face $a p' i$ demandé. La droite ai sera l'un des axes de ce ceintre. Pour avoir les grandeurs des ordonnées successives, il ne faudra pas, comme dans le berceau biais (n°. 302), aller prendre celles des ordonnées correspondantes du ceintre principal ADB, parce que les ordonnées dont il est question ici se trouvent sur le plan en talus, et ont, par rapport au plan horizontal, la même inclinaison que ce plan en talus. En conséquence, voici comment on obtiendra les grandeurs de ces ordonnées.

Supposons qu'il s'agisse des ordonnées symétriques et égales Qq et $Q'q'$; au lieu de faire ces ordonnées égales à Pg' ou $P'c'$, on les fera égales à la quantité Mg^8 prise sur la ligne ML du talus, ou bien égales à la quantité $M'c^6$ prise sur la ligne $M'L'$ du même talus. Il est inutile de dire que les autres ordonnées s'obtiendraient de même sur la ligne du talus, en ayant soin de prendre les grandeurs correspondantes aux ordonnées respectives qu'on voudrait avoir.

Si l'on voulait ajouter à ce ceintre de face la direction des coupes sur la

face en talus, on raisonnerait sur les arrêtes des extrémités des coupes, comme nous venons de le faire sur celles des douëlles. Ainsi, par exemple, s'il s'agissait de déterminer la direction des coupes symétriques et égales qS' et $q'R'$, on ferait sur les projections horizontales Sg^5, Rc^5 des arrêtes des extrémités des coupes, les distances SS', RR' égales à la distance MO prise sur la ligne ML du talus, ou à la distance $M'O'$ prise sur la ligne $M'L'$ du même talus; ce qui donnerait les points S' et R' que l'on joindrait respectivement avec les points q et q' par les droites qS', $q'R'$ qui seraient les coupes demandées. Si le ceintre principal ADB était une demi-circonférence de cercle, toutes les coupes du ceintre de face tendraient au point C' qui est le point où l'axe de la surface cylindrique du berceau perce le plan en talus.

Pour avoir le développement des panneaux des douëlles et des joints (fig. 189), on s'y prendra de la même manière que pour celui du berceau biais, en observant :

1°. Que la trace horizontale GH de la face verticale du mur pourra servir de directrice, puisque cette trace est perpendiculaire aux projections horizontales des arrêtes des douëlles.

2°. Que les projections horizontales des arrêtes des douëlles ne se prolongent pas jusqu'à la trace EF du mur, mais seulement jusqu'à la projection abcdefghi de l'intersection de la surface du berceau avec la face en talus. Pour les panneaux des coupes, on aura égard aussi aux projections horizontales b^4, c^4, etc., des extrémités des arrêtes supérieures de ces coupes.

Supposons, maintenant, qu'il s'agisse de tracer et de tailler les voussoirs.

1°. Si l'on veut employer la méthode par panneaux, on s'y prendra comme nous l'avons expliqué au n°. 305.

2°. Si l'on aime mieux se servir de la méthode par équarrissement, on équarrira une pierre (qui aura pour base le panneau de projection horizontale $y'v'b'z'$, et pour hauteur celle yZ de l'assise correspondante du mur), de la même manière que s'il s'agissait d'un carreau du mur en talus, et que nous avons expliquée au n°. 257; ensuite, on tracera la douëlle et la coupe, comme nous l'avons enseigné au n°. 304, en ayant soin de tracer la courbe bi qui est sur la face en talus (fig. 190), au moyen d'une cerce levée sur le ceintre de face pour la douëlle de la première assise à gauche que l'on veut tailler, et on prendra toutes les précautions indiquées dans le même numéro.

Pour les autres voussoirs, on opérera d'une manière tout-à-fait analogue, en ayant l'attention de diminuer la largeur des panneaux de projection horizontale, en raison de la diminution de l'épaisseur du mur occasionnée par

le talus. Ainsi, par exemple, pour le second voussoir à gauche, le bord du panneau de projection horizontale qui donne, sur la face en talus, l'arrête du lit de pose de la pierre (préparée comme s'il ne s'agissait que d'un carreau du mur), devra passer par le point b qui est la projection horizontale de l'extrémité de l'arrête de la douëlle du lit de pose du voussoir, et ce bord du panneau sera indiqué par la droite y^2y^3. Ainsi ce panneau sera le polygone $y^2y^3c^2y^4$.

DES BERCEAUX BIAIS EN TALUS.

311. Supposons que la courbe régulière quelconque ADB (fig. 191) soit le ceintre principal du berceau, et que les droites EF′, GH, parallèles ou non, soient les traces horizontales des faces du mur, la trace EF′ étant celle de la face en talus.

Si nous supposons actuellement que la droite FL soit la ligne de talus, c'est-à-dire que l'angle LFK, que fait cette droite FL avec la ligne de terre AB, soit l'inclinaison du talus par rapport au plan horizontal; on obtiendra la projection horizontale de l'intersection de la surface cylindrique du berceau et des plans des coupes, avec la face en talus, tout-à-fait comme nous l'avons expliqué pour les berceaux droits en talus, ce que les lignes ponctuées de construction font voir très-clairement, si l'on se rappelle l'observation que nous avons faite au n°. 309. On se rappelera aussi que la droite FM où viennent se terminer les arcs de cercle décrits du point F comme centre, est perpendiculaire à la trace horizontale de la face en talus.

312. La direction du plan en talus peut être donnée par ses deux traces EF, FI (voyez n°. 158 et suiv. ce que nous avons dit sur les traces des plans); dans ce cas, pour avoir les projections horizontales des intersections de la surface cylindrique du berceau et des plans des coupes avec la face en talus, on prolongera les droites menées par les projections verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes parallèlement à la ligne de terre AB jusqu'à la trace verticale FI de la face en talus; et, par les points où toutes ces parallèles à la ligne de terre iront rencontrer cette trace verticale FI, on abaissera des perpendiculaires à la ligne de terre AB, par les pieds desquelles on menera des parallèles à la trace horizontale EF du plan en talus, qui iront rencontrer respectivement les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, en des points qui seront les projections horizontales des points d'intersection de toutes ces arrêtes avec la face en talus, ainsi que les lignes ponctuées de construction

l'indiquent dans l'épure. On joindra ensuite tous les points ainsi obtenus, qui sont relatifs aux arrêtes des douëlles, par une courbe abcdefghi, qui sera la projection horizontale de l'intersection de la surface cylindrique du berceau avec la face en talus ; on opérera de la même manière pour avoir les projections horizontales des intersections des coupes avec la même face en talus.

Si l'on ne connaissait le talus que par ses deux traces, et qu'on voulût avoir sa véritable inclinaison par rapport au plan horizontal, on s'y prendrait comme nous l'avons expliqué au n°. 173.

Pour avoir le développement des panneaux des douëlles et des coupes (fig. 192), on s'y prendrait comme il a été dit pour les berceaux que nous avons traités précédemment.

Quant au ceintre de face sur le talus, on l'obtiendra de la manière suivante :

Par les points b, c, d, e, f, g et h, on menera des perpendiculaires telles que $c'c^2$, $e'e^2$, $g'g^2$, etc., à la trace horizontale EF de la face en talus, lesquelles seront les directions des ordonnées du ceintre de face demandé. La droite ai, comme dans la fig. 188, sera un axe de ce ceintre, et on aura les grandeurs respectives des ordonnées de cette courbe, comme dans le cas du n°. 310, c'est-à-dire qu'on les prendra sur la ligne de talus FL, qui fait, avec la ligne de terre AB, un angle LFK qui donne la véritable inclinaison du plan en talus par rapport au plan horizontal. Il faudrait bien se garder de les aller prendre sur la trace verticale FI du plan en talus.

Pour tracer et tailler les voussoirs de ce genre de berceau, on s'y prendra tout-à-fait de la même manière que nous avons expliquée plusieurs fois.

313. Si le ceintre principal ADB (fig. 193) était une demi-circonférence de cercle, après avoir obtenu (au moyen de la ligne de talus IK qui fait un angle KIL, avec la ligne de terre AB, qui est égal à l'inclinaison de la face en talus avec le plan horizontal), après avoir obtenu, dis-je, la projection horizontale abcdefghi de l'intersection de la surface cylindrique avec la face en talus, on pourra avoir les panneaux des douëlles et des coupes, comme nous l'avons expliqué au n°. 307, ainsi que l'indiquent les lignes ponctuées de construction dans la présente épure.

Pour avoir la projection horizontale de l'intersection de la surface cylindrique avec la face en talus, on observera que la droite FM est parallèle à la ligne de terre, et que la droite FN est perpendiculaire à la trace horizon-

$bb'b^2$, $cc'c^2$, $dd'd^2$, etc., des intersections des coupes avec la surface cylindrique oblique du mur. Les arcs de cercle b^2b^3, h^2h^3, c^2c^3, g^2g^3, d^3d^2 et f^2f^3, seront les projections horizontales des arrêtes horizontales des états de charge des voussoirs.

Cela est fondé 1°. sur ce que si l'on coupe une surface cylindrique circulaire par des plans parallèles à la base, les sections seront des circonférences de cercle parfaitement égales à celle de la base; 2°. sur ce que nous supposons ici des plans horizontaux menés par les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes; 3°. sur ce que la projection horizontale d'une circonférence de cercle située sur un plan horizontal est parfaitement égale à la circonférence en question. D'où il suit que nous aurions pu nous contenter d'avoir le centre g^6 de l'arc de cercle c^6cg qui nous a servi à trouver les projections horizontales c et g des points où les génératrices, dont les projections verticales sont les points c^4, g^4, vont rencontrer la surface cylindrique oblique en question, car cet arc de cercle est d'un rayon égal à celui de la trace horizontale EF de cette surface; ce qui aurait diminué beaucoup le nombre des lignes de construction.

On aurait pu traiter cette épure dans le même esprit que celle de la plate-bande pratiquée dans un mur du même genre. (Voyez ce que nous en avons dit au n°. 291).

Si la base de la surface cylindrique oblique était une ellipse, les plans horizontaux menés par les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau rencontreraient cette surface suivant des ellipses parfaitement égales à la base, et les axes de toutes ces ellipses non-seulement seraient égaux, mais encore ils seraient parallèles dans l'espace; par conséquent les projections horizontales de ces mêmes axes seraient toutes parallèles et égales aux axes de la base de la surface. D'où il suit que, pour avoir les projections horizontales de tous ces axes, il suffirait d'avoir celles des centres des ellipses auxquelles ces axes appartiennent, ce qu'on obtiendrait parfaitement de la même manière que nous venons de trouver les centres des cercles qui sont, dans notre épure (fig. 198), les projections horizontales des intersections des plans horizontaux menés, dans la surface cylindrique oblique, par les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau.

On obtiendra le développement des panneaux des douëlles et des coupes (fig. 199), comme il a été dit.

Pour tracer et tailler les voussoirs, on s'y prendra encore comme précédemment.

DES BERCEAUX PRATIQUÉS AU TRAVERS DES MURS CONIQUES DROITS.

317. La courbe régulière quelconque ADB (fig. 200) est le ceintre principal d'un berceau pratiqué au travers d'un mur conique droit, que nous supposons à base circulaire; l'arc de cercle EF est la trace horizontale de la face conique, et l'arc de cercle GH est celle de la face cylindrique droite du mur. Supposons que la droite KL fasse, avec la ligne de terre AB, un angle MKL égal à celui que forment les génératrices de la surface conique avec le plan horizontal, et que, par le pied K de la droite KL, on abaisse la perpendiculaire KE, qui ira rencontrer au point E la trace horizontale EF, de la surface conique, par lequel on menera la droite EI parallèle à la ligne de terre AB, et une autre droite EN au centre N de la base du cône. Cela posé, en considérant la droite KL comme une ligne de talus, on obtiendra les projections horizontales abcdefghi, et $bb'b^2$, $cc'c^2$, $dd'd^2$, etc., des intersections de la surface cylindrique et des plans des coupes du berceau avec la face conique du mur, de la même manière que nous avons obtenu les mêmes projections dans les berceaux pratiqués au travers des murs en talus, en observant pourtant que, par le centre N de la base du cône, on décrira des arcs de cercle dont les rayons seront donnés par les distances de ce centre N aux différens points où les arcs décrits du point E, comme centre, vont rencontrer la droite EN. Ces arcs de cercle, décrits du point N, iront couper les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, ainsi que celles des milieux des douëlles et des coupes, en des points qui appartiendront aux projections horizontales demandées, comme les lignes ponctuées de construction l'indiquent.

Il est inutile de répéter ce qui est relatif au développement des panneaux des douëlles et des joints (fig. 201), et à la manière de tracer et de tailler les voussoirs.

DES BERCEAUX PRATIQUÉS AU TRAVERS DES MURS CONIQUES OBLIQUES.

318. La courbe régulière quelconque ADB (fig. 202) est le ceintre principal d'un berceau pratiqué au travers d'un mur conique circulaire oblique; l'arc de cercle EF est la trace horizontale de la surface conique oblique, et la courbe quelconque GH est celle de la face cylindrique droite du mur; le point P est la projection horizontale du sommet de la surface conique, et le point Q est le centre de la base EF; et, par conséquent, la droite QP est la

projection horizontale de l'axe de la même surface. Supposons, maintenant, que l'on ait construit le demi-triangle par l'axe ERQ, comme nous l'avons expliqué au n°. 293, au sujet des plates-bandes. Supposons, de plus, qu'on ait mené la droite KM, quelconque, perpendiculaire à la ligne de terre AB; que par le point M, où cette droite KM rencontre la droite EQ prolongée, on ait mené 1°. à cette dernière droite EQ la perpendiculaire MO, et 2°. la droite MN parallèle à la ligne de terre AB. Cela posé, par le point I comme centre, on décrira des quarts de cercle, tels que KL, avec des rayons respectivement égaux aux distances du point I aux points où les parallèles, à la ligne de terre AB, menées par les points de la section droite du berceau qui indiquent les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, etc., vont rencontrer la droite IK; par les points où tous ces quarts de cercle rencontreront la droite IL, on menera des parallèles à la droite IM qui iront rencontrer la droite MN, à des distances du point M, respectivement égales aux hauteurs des arrêtes des douëlles et des coupes par rapport au plan horizontal; par le point M, comme centre, on rabattra, par des arcs de cercle, toutes les distances dont nous venons de parler sur la droite MO; par les points où ces derniers arcs de cercle rencontreront la droite MO, on menera des parallèles à la base EQ du demi-triangle par l'axe EQR de la surface conique, lesquelles iront rencontrer l'axe QR et la génératrice ER de la même surface. Par les points où ces parallèles rencontreront l'axe QR, on abaissera des perpendiculaires à la droite EQ, et les pieds de ces perpendiculaires seront les centres des projections horizontales d'une suite de cercles qui seront les intersections, avec la surface conique, d'une suite de plans horizontaux menés par les arrêtes des douëlles et des coupes du berceau. Les rayons respectifs de tous ces cercles seront les longueurs des parallèles à la droite EQ comprises entre les droites QR et ER, lesquels cercles intercepteront les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau, en des points par lesquels on menera les courbes abcdefghi, $bb'b^2$, $cc'c^2$, $dd'd^2$, $ff'f^2$, etc., qui seront les projections horizontales des intersections de la surface d'intrados et des plans des coupes du berceau avec la face conique oblique du mur, et l'épure sera terminée.

La figure 203 est le développement des panneaux des douëlles et des coupes, que l'on obtiendra comme dans les cas précédens.

Si la face conique du mur au travers duquel on veut pratiquer le berceau était à base elliptique, les intersections des plans horizontaux menées par les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, au lieu d'être des cercles, comme dans l'exemple précédent, seraient des ellipses sem-

blables à la base de la surface conique. Pour avoir les projections horizontales de ces ellipses, qui seraient des ellipses respectivement égales à celles dont on veut les projections horizontales, on menerait un plan par le sommet de la surface conique et par l'un des axes de la base de cette surface, et on rabattrait, autour de ce même axe, le triangle qui résulterait de l'intersection de ce plan avec la surface conique. Au moyen de ce triangle, ou seulement de sa moitié, on obtiendrait un axe de chacune des ellipses qui doivent être les projections horizontales des intersections, avec la surface conique, de la suite des plans horizontaux menés par les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau, en opérant comme on l'a fait sur le triangle par l'axe ERQ de la surface conique qui nous a servi, dans l'exemple précédent, à avoir les centres et les rayons des cercles qui exprimaient les mêmes choses dans l'épure de la figure 202. Mais comme le plan de ce nouveau triangle pourrait ne pas être vertical, on déterminerait son inclinaison par rapport au plan horizontal, en construisant un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit seraient, l'un, la perpendiculaire abaissée par la projection horizontale du sommet de la surface conique sur l'axe (de la base de la surface conique) qui est la base du premier triangle, et l'autre serait la hauteur même du sommet de la surface conique : l'inclinaison demandée serait l'angle aigu, de ce triangle rectangle, dont le sommet n'est pas celui de la surface conique. Ensuite, on ferait l'angle KIL (fig. 202) égal à cette inclinaison, et on prendrait les hauteurs des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, suivant la droite IK, pour les porter parallèlement à la base du triangle qui remplace celui par l'axe, et on opérerait ensuite comme nous l'avons expliqué sur le triangle par l'axe dans la fig. 202.

Ayant le centre et la grandeur d'un axe de toutes ces ellipses, on aura le second axe, pour chacune d'elles, en observant que toutes ces ellipses étant semblables à celle qui sert de base à la surface conique, leurs axes doivent être proportionnels à ceux de cette base. De plus, on observera que les axes de toutes les ellipses dont il s'agit doivent être parallèles à ceux de la base de la surface conique.

Le lecteur qui ne saurait pas trouver une quatrième proportionnelle à trois droites données, menerait un plan par le sommet et le second axe de la base de la surface conique, sur lequel il opérerait comme nous venons de l'indiquer sur le premier plan, ce qui lui donnerait les seconds axes des ellipses en question.

Je regrette que les bornes que j'ai dû me prescrire dans cet ouvrage

ne me permettent pas de donner l'épure de ce berceau ; cependant, je ne doute pas que le lecteur, envieux de se perfectionner dans la coupe des pierres, ne vienne à bout de la dessiner de lui-même, d'après l'explication générale que je viens d'en donner.

CHAPITRE VIII.

Des Berceaux en descente.

319. Les berceaux en descente ne diffèrent des berceaux proprement dits, qu'en ce que les génératrices des premiers sont inclinées à l'horizon, tandis que celles des seconds sont horizontales (n°. 294); mais cette seule différence, dans la position des génératrices des surfaces d'intrados, en amène de grandes dans la forme de la voûte, dans l'appareil, et sur-tout dans les difficultés qui en résultent dans le tracer des épures. Du reste, les berceaux en descente, aussi bien que les berceaux proprement dits, peuvent être pratiqués au travers des murs droits, des murs en talus, des murs gauches, des murs cylindriques droits, des murs cylindriques obliques, des murs coniques droits et des murs coniques obliques. Passons de suite à des exemples.

DES BERCEAUX EN DESCENTE PRATIQUÉS AU TRAVERS DES MURS DROITS.

Nous expliquerons ces sortes de berceaux en même temps que ceux pratiqués au travers des murs en talus.

DES BERCEAUX EN DESCENTE PRATIQUÉS AU TRAVERS DES MURS EN TALUS.

320. Nous distinguerons deux espèces de berceaux en descente pratiqués au travers des murs en talus : ceux dans lesquels les projections horizontales des arrêtes des douëlles seront perpendiculaires à la trace horizontale du plan en talus, et que nous appellerons *berceaux en descente droits et en talus*, et ceux dans lesquels les mêmes projections horizontales seront obliques à la trace horizontale du plan en talus, et que nous nommerons *berceaux en descente biais et en talus*.

DES BERCEAUX EN DESCENTE DROITS ET EN TALUS.

321. Supposons 1°. que la courbe régulière quelconque BFD (fig. 204) soit le demi-ceintre de face (sur le plan en talus du mur) du berceau en descente dont il s'agit; 2°. que les droites A'h, A³c soient les traces horizontales des faces du mur en talus au travers duquel on veut pratiquer le berceau en descente, la trace A'h étant celle de la face en talus; 3°. que le quadrilatère k'h'rr' soit une section faite dans le mur en talus par un plan vertical perpendiculaire à la trace horizontale A'h' du plan en talus; 4°. que la droite k'h', de ce quadrilatère, soit la ligne de terre de la section, et la droite h'r la ligne du talus, de sorte que l'angle k'h'r soit l'inclinaison du plan en talus par rapport au plan horizontal; 5°. enfin supposons que la droite kk' soit la projection verticale (dans le plan de la section faite dans le mur en talus) de l'axe de la face cylindrique du berceau. Cela posé, voici comment on opérera pour dessiner l'épure du berceau en question :

On divisera le ceintre de face BFD,....., en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs; on disposera l'appareil, et on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, comme pour les berceaux ordinaires. Cela fait, on prendra les ordonnées E⁴E, F⁴F, G⁴G du ceintre de face, que l'on portera sur la ligne de talus kr, à partir du point k, de manière que les distances kl, ko, kp et kq, soient respectivement égales à ces ordonnées; puis, par les points l, o, p et q, on menera les droites ll', oo', pp' et qq' parallèles à la projection verticale kk' de l'axe du berceau, lesquelles droites seront les projections verticales des arrêtes des douëlles des voussoirs; par les mêmes points l, o, p et q, et le point k, on abaissera, à la ligne de terre h'k', les perpendiculaires ka, le, of, pg et qA², lesquelles iront rencontrer respectivement les projections horizontales des arrêtes des douëlles aux points a, e, f, g et A², par lesquels on fera passer une courbe aefgA qui sera la moitié de la projection horizontale de l'intersection de la surface cylindrique du berceau avec la face en talus du mur. Pour avoir les projections horizontales ee', ff' et gg', des intersections des plans des coupes du berceau avec le plan en talus, on opérera sur les arrêtes des extrémités des coupes, comme nous venons de l'indiquer sur les arrêtes des douëlles, ainsi que les lignes ponctuées de construction l'indiquent dans l'épure. Ces lignes ponctuées indiquent qu'on a transporté les hauteurs des ordonnées du ceintre de face BFD, et des extrémités des coupes sur la droite kO², à partir du point k, et qu'ensuite, par le point k, comme centre, on a décrit les arcs de cercle I-I, K²n, L²o, etc., pour transporter

les mêmes hauteurs sur la ligne de talus kr. Si la courbe BFD était le ceintre de face, non pas sur le plan en talus, comme nous venons de le supposer, mais sur la face verticale du mur dont les traces sont les droites A^3k', $k'r'$, il ne faudrait point décrire les arcs de cercle dont nous venons de parler, mais il faudrait, par les points I^2, K^2, L^2, M^2, N^2 et O^2, mener des parallèles à la droite kk' pour avoir les projections verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau. Dans ce cas, les points l, n, o, p, q et r seraient les rencontres de ces parallèles (à la droite kk') avec la ligne kr du talus, et serviraient encore, comme précédemment, à obtenir la projection horizontale des intersections de l'intrados et des plans des coupes du berceau avec le plan en talus. Il est essentiel d'observer que cette projection horizontale est inutile pour tracer les voussoirs du berceau dont il s'agit, et que nous ne la donnons que comme introduction aux épures suivantes.

Il est facile de voir que si le plan en talus devenait vertical, la ligne de talus kr coïnciderait avec la verticale kO^2, et que, par conséquent, la projection horizontale des intersections de l'intrados et des plans des coupes du berceau, avec cette face du mur, serait la trace horizontale mb de cette même face, comme la trace A^3c est la projection horizontale des intersections des mêmes surfaces avec la face verticale du mur en talus; d'où il suit évidemment l'explication de l'épure d'un berceau en descente pratiqué dans un mur droit, c'est-à-dire, d'où l'on voit la différence qu'il y a entre l'épure d'un berceau de cette espèce, à celle du berceau dont il est question dans cet article.

Cherchons, maintenant, le ceintre principal ou la section droite du berceau. Le plan qui donne cette section droite est perpendiculaire à l'axe de la surface cylindrique du berceau (n°. 201); mais les traces d'un plan perpendiculaire à une droite sont perpendiculaires aux projections de cette droite (n°. 166); d'où il suit que les traces TP, PQ du plan de la section droite de notre berceau sont, la première perpendiculaire à la projection horizontale A^2A^3 de l'axe du berceau (et en même temps à la ligne de terre h'k'), et la seconde perpendiculaire à la projection verticale kk' du même axe. Ces deux traces seraient toutes les deux nécessaires si l'on voulait avoir les projections de la section droite, et si la trace horizontale TP n'était pas perpendiculaire à la ligne de terre h'k'; mais, dans le cas actuel, il suffit d'avoir la trace verticale PQ; la projection horizontale de la section droite est inutile; la projection verticale seule est nécessaire, et cette projection verticale est la portion s'Q de la trace verticale PQ du plan de la section droite; de sorte que pour avoir cette projection verticale il suffira

de mener une perpendiculaire quelconque $s'Q$ ou sT à la droite kk'; je dis de mener *quelconque* cette perpendiculaire, parce que la section droite reste constante quand on fait mouvoir son plan parallèlement à lui-même. En profitant de cette observation, on préférera de mener la perpendiculaire sT (à la droite kk'), qui rencontre toutes les projections verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, au lieu de l'autre $s'Q$ qui obligerait de prolonger toutes les projections dont nous venons de parler jusqu'aux points l^2, n^4, o^2, p^2, etc. La droite kk' est à la fois la projection verticale de l'axe et des génératrices de naissance de l'intrados du berceau; ou en d'autres termes, cette droite kk' est la projection verticale d'un plan mené par les génératrices de naissance perpendiculairement au plan vertical; d'où il suit que le point s est la projection verticale de l'intersection de ce plan des génératrices de naissance avec celui de la section droite. Cette intersection, terminée aux génératrices de naissance, est évidemment un des axes du ceintre principal du berceau. Par conséquent les distances su, sx, sy et sz seront les grandeurs des ordonnées de ce ceintre principal. Quant aux abscisses de ce même ceintre, il est clair qu'elles seront les distances de^2, e^2f^2, f^2g^2 et g^2A^3, comprises entre les projections horizontales des arrêtes des douëlles des berceaux, car les ordonnées ne sont que les intersections, avec le plan de la section droite, des plans projetans des arrêtes des douëlles sur le plan horizontal, lesquels plans projetans sont partout à égales distances deux à deux. Ainsi donc, en faisant les distances e^2e^4, f^2f^5, g^2g^5 et A^3A^4 respectivement égales aux distances su, sx, sy et sz, et en faisant passer une courbe à la main par les points d, e^4, f^5, g^5 et A^4, on aura la moitié du ceintre demandé. Par les mêmes raisons, si l'on fait les distances e^3e^5, f^3f^4 et g^3g^4 respectivement égales aux distances sv, sz et st, et que par les points e^4 et e^5, f^5 et f^4, g^5 et g^4 on mène les droites e^4e^5, f^5f^4 et g^5g^4, ces dernières lignes seront les coupes de la section droite du berceau; de sorte qu'en menant les horizontales e^5e^6, f^4f^6 et g^4g^6, et en abaissant les verticales $G\,G^5$, F^2F^5 et E^3c, on obtiendra les figures $de^4e^5e^6e$, $e^4e^5f^7f^6f^4f^5$, $f^5f^4g^7g^6g^4g^5$, qui seront les panneaux de tête des voussoirs pour servir à tracer les joints perpendiculaires aux arrêtes des douëlles; et l'épure sera terminée.

322. Pour avoir le développement des panneaux des douëlles et des coupes, on étendra la demi-section droite $de^4f^5g^5A^4$ sur une ligne droite AB (fig. 205), comme pour les berceaux proprement dits, et par les points B, E, D, C et A, on menera les droites $B'B^2$, $E'E^2$, $D'D^2$, $C'C^2$ et $A'A^2$ perpendiculaires à la droite AB; puis on fera les distances BB', EE', DD', CC'

et AA' respectivement égales aux distances sk, ul, xo, yp et zq (fig. 204), et par les points B', E', D', C' et A' (fig. 205), on fera passer la courbe $B'E'D'C'A'$, qui sera l'un des bords du développement des panneaux des douëlles; pour avoir l'autre bord $B^2E^2D\ C^2A^2$, on fera les distances BB^2, EE^2, DD, CC^2 et AA^2, respectivement égales aux distances sk', ul', xo', yp' et zq' (fig. 204); pour avoir les panneaux des coupes, on fera les distances EF, DG et CH (fig. 205), respectivement égales aux largeurs e^4e^5, f^5f^4 et g^5g^4 des coupes prises dans la section droite; par les points F, G et H, on menera les droites $F'F^2$, $G'G^2$, $H'H^2$, perpendiculaires à la droite AB; on fera les distances FF', GG' et HH' respectivement égales aux distances vn, zq et tr (fig. 204): et, par les points E' et F', D' et G', C' et H' (fig. 205), on menera les droites $E'F'$, $D'G'$ et $C'H'$, qui formeront un bord des panneaux demandés. Pour avoir l'autre bord, on fera les distances FF^2, GG^2 et HH^2 (fig. 205), respectivement égales aux distances vn', zq' et tr' (fig. 204), et on menera les droites E^2F^2, D^2G^2 et C^2H^2 (fig. 205).

Pour tracer les voussoirs par panneaux, on s'y prendra de la même manière que nous avons expliquée au nº. 305, en prenant les panneaux de tête sur la section droite, et en prenant la plus grande longueur des pierres dans la projection verticale, ainsi que le rectangle $k'RnS$ l'indique pour un premier voussoir.

323. Après avoir équarri la pierre au panneau de tête, on pourrait tracer sur cette pierre l'intersection uvxyz (fig. 206) du plan de la section droite avec le premier voussoir, et faire ensuite les distances vi, um^2, zm', yn et xh (fig. 206) respectivement égales aux distances sk, sk, ul, vn et vn (fig. 204), et joindre les points m^2, i, h, n et m' (fig. 206) par les droites m^2i, ih, hn, et nm', par lesquelles on fera passer un plan qui sera la tête du voussoir du côté du talus. Pour avoir la tête du côté de la face verticale du mur, on fera les distances vd, ur, zl, yo et xt (fig. 206) respectivement égales aux distances sk', sk', ul', vn' et vn' (fig. 204), et on joindra les points r, d, t, o et l (fig. 206) par les droites rd, dt, to, et ol, par lesquelles on fera passer un plan qui sera la seconde tête du voussoir. On tracerait les autres voussoirs en s'y prenant d'une manière semblable.

On pourrait encore tracer les voussoirs des berceaux droits en descente et en talus, de la manière suivante :

S'il s'agissait du premier voussoir, on ferait le parement de la pierre qui devrait contenir la douëlle, sur lequel, au moyen d'un panneau ou autrement, on tracerait la figure $k'knn'$, et on ferait, d'équerre à ce parement, les quatre faces contiguës aux côtés de cette figure $k'knn'$; ensuite,

sur la face répondante à la droite kn, qui serait la tête en talus du voussoir, on appliquerait le panneau de tête BEE′E³B′, pris sur le ceintre de face BED, ce qui donnerait sur cette tête la courbure de la douëlle et la direction de la coupe du lit de dessus. On conçoit facilement comment ensuite on terminerait le voussoir.

DES BERCEAUX EN DESCENTE BIAIS ET EN TALUS.

324. Supposons 1°. que la courbe régulière quelconque ADB (fig. 207) soit la projection verticale du ceintre de face, du berceau en descente dont il s'agit, qui est situé sur la face verticale du mur en talus, la ligne de terre AB de cette projection verticale étant perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe du berceau; 2°. que la droite IH soit la trace horizontale de la face verticale du mur, et que la droite EG soit la projection horizontale de l'intersection du plan qui passe par les génératrices de naissance du berceau avec le plan en talus; 3°. que l'intersection dont nous venons de parler soit une droite horizontale parallèle à la face verticale du mur, d'où il s'ensuivra que la projection horizontale EG, de cette même intersection, sera parallèle à la trace horizontale IH; 4°. que le quadrilatère INMK soit la section droite du mur, la droite MK étant la ligne de talus, la droite IK la ligne de terre, et la droite IN l'intersection du plan de la section avec la face verticale du mur; 5°. enfin, que la droite IL soit la projection verticale de l'axe et des génératrices de naissance du berceau, de sorte que la distance TL soit la hauteur du rampant du berceau. D'après ces conditions il est clair qu'on aura les projections horizontales $Ea^2b^2c^2C^2$.......G, et a^2f^2, b^2e^2, c^2d^2, etc., des intersections de l'intrados et des plans des coupes du berceau, par la méthode donnée au n°. 321, en observant de porter les ordonnées a′a, b′b, c′c,........, et les hauteurs f′f, e′e, d′d, etc., des extrémités des coupes du ceintre de face, sur la ligne IN de la face verticale du mur, à partir du point I.

Si les deux faces du mur étaient verticales, la ligne du talus KM serait le prolongement de la droite EG, laquelle deviendrait, à la fois, la trace horizontale de la face du mur, et la projection horizontale de tout ce qui est situé sur cette même face; d'où il s'ensuivrait que la section droite INMK du mur deviendrait inutile.

La projection verticale, sur le plan dont la ligne de terre est la droite IK, ne donne plus, comme dans le cas du n°. 321, les véritables longueurs des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, en ce que la ligne de terre IK n'est pas parallèle aux projections horizontales EF, a^2a^3, etc., des

arrêtes des douëlles, ce qui nous oblige à avoir une seconde projection verticale dans un plan parallèle aux plans projetans des arrêtes des douëlles.

Pour avoir cette projection verticale, on prendra une ligne de terre PQ parallèle à la projection horizontale $C'C^3$ de l'axe du berceau; on menera la droite RS parallèle à la ligne de terre PQ, et à une distance PR égale à la hauteur TL du rampant du berceau; par les sommets E et G, F et H, des jambages du berceau, on élevera les perpendiculaires ER, GS, FO et HQ; les deux premières, de ces perpendiculaires, rencontreront la droite RS aux points R et S, et les deux dernières rencontreront la ligne de terre PQ aux points O et Q; on joindra les points R et O, S et Q par les droites RO, SQ, qui seront les projections verticales des génératrices de naissance du berceau. La droite RS sera la projection verticale de l'intersection du plan qui passe par les génératrices de naissance du berceau avec le plan en talus, et la ligne de terre OQ sera la projection verticale de l'intersection du même plan, qui passe par les génératrices de naissance, avec la face verticale du mur. Cela fait, on cherchera la projection verticale $Oa^6b^6c^6C^6$.....Q du ceintre de face situé sur la face verticale du mur, et on l'obtiendra en élevant, par les points a^3, b^3, c^3, C^3, etc., les perpendiculaires a^3a^6, b^3b^6, c^3c^6, C^3C^6, etc., à la ligne de terre PQ; en faisant a^8a^6, b^8b^6, c^8c^6, C^8C^6, etc., respectivement égales aux ordonnées $a'a$, $b'b$, $c'c$, CD, etc., et en faisant passer à la main la courbe $Oa^6b^6c^6C^6$....Q, par les points O, a^6, b^6, c^6, C^6....Q, qui sera la projection demandée, sauf celles des intersections des plans des coupes du berceau avec la face verticale du mur. Pour avoir ces dernières projections, on élevera, par les points f^3, e^3, d^3, etc., les perpendiculaires f^3f^5, e^3e^6, d^3d^4, etc., à la ligne de terre PQ; on fera les hauteurs f^8f^5, e^8e^6, d^8d^4, etc., égales aux hauteurs $f'f$, $e'e$, $d'd$, etc., et on joindra les points a^6 et f^5, b^6 et e^6, c^6 et d^4, etc., par les droites a^6f^5, b^6e^6, c^6d^4, etc., qui seront les projections verticales des intersections des plans des coupes du berceau avec la face verticale du mur.

Pour avoir les projections verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, et des intersections de l'intrados et des plans des coupes du berceau avec la face en talus du mur; 1°. pour les arrêtes des douëlles et pour l'intersection de l'intrados du berceau avec le plan en talus, par les points a^6, b^6, c^6, C^6, etc.; on menera les droites a^6a^7, b^6b^7, c^6c^7, C^6C^7, etc., parallèlement à la droite QS ou OR, et par les points a^2, b^2, c^2, C^2, etc., on élevera les droites a^2a^7, b^2b^7, c^2c^7, C^2C^7, etc., perpendiculairement à la ligne de terre PQ, lesquelles iront rencontrer les parallèles à QS respectivement aux points a^7, b^7, c^7, C^7, etc., par lesquels, et les points R et S, on fera passer

une courbe $Ra^7b^7c^7C^7$.........S, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados avec le plan en talus ; et les droites a^6a^7, b^6b^7, c^6c^7, C^6C^7, etc., seront les projections verticales des arrêtes des douëlles ; 2°. pour les arrêtes des extrémités des coupes, et pour les intersections des plans des coupes avec le plan en talus, par les points f^6, e^6, d^4, etc., on menera les droites f^6f^7, e^2e^7, d^4d^5, etc., parallèlement à la droite QS ou OR ; par les points f^2, e^2, d^2, etc., on élevera les droites f^2f^7, e^2e^7, d^2d^5, etc., perpendiculairement à la ligne de terre PQ, lesquelles iront respectivement rencontrer les parallèles à la droite QS, aux points f^7, e^7, d^5, etc., que l'on joindra respectivement avec les points a^7, b^7, c^7, etc., par les droites a^7f^7, b^7e^7, c^7d^5, etc., qui seront les projections verticales des intersections des plans des coupes avec le plan en talus, et les droites f^6f^7, e^6e^7, d^4d^5, etc., seront celles des extrémités des coupes.

Pour avoir la section droite $F'C^8H^2$ du berceau, on menera la droite gt perpendiculairement à la droite SQ ; on prolongera les projections horizontales des arrêtes des douëlles, si cela est nécessaire, et on menera la perpendiculaire F'H' quelconque à ces mêmes projections horizontales. Cela fait, on fera la distance $H'H^2$ égale à la distance gh, comprise entre les projections verticales des génératrices de naissance, et on joindra les points F' et H^2 par la droite $F'H^2$, qui sera le diamètre de la section droite. Puis, on fera les distances a^9a^{10}, b^9b^{10}, c^9c^{10}, $C^{10}C^8$, etc., respectivement égales aux distances gi, gm, gp, gr, etc., du point g aux points où les projections verticales des arrêtes des douëlles vont rencontrer la droite gt, et par les points F', a^{10}, b^{10}, c^{10}, C^8,....H^2, on fera passer la courbe $F'C^8H^2$, qui sera la section droite demandée.

Quant aux coupes $a^{10}f^{10}$, $b^{10}e^{10}$, $c^{10}d^{10}$, etc., de cette section droite, on les aura en faisant les distances f^9f^{10}, e^9e^{10}, d^9d^{10}, etc., respectivement égales aux distances gk, gp, gt, etc., du point g aux points où les projections verticales des arrêtes des extrémités des coupes vont rencontrer la droite gt, et on joindra ensuite les points a^{10} et f^{10}, b^{10} et e^{10}, c^{10} et d^{10}, etc., par des droites qui seront les coupes demandées. Si la courbe ADB était une demi-circonférence de cercle, ces coupes tendraient au point C^9, et la courbe $F'C^8H^2$ serait une demi-ellipse rapportée à ses diamètres conjugués.

Il ne s'agit plus, maintenant, que de trouver le développement des panneaux des douëlles et des coupes (fig. 208) pour que l'épure soit terminée. Pour cela, on étendra, comme à l'ordinaire, la courbe $F'C^8H^2$ (fig. 207) de la section droite, sur une droite AB (fig. 208), on menera, à cette droite AB, les perpendiculaires CM', DN, EO, FP, GQ, etc., qui doivent

*

représenter, dans le développement, les arrêtes des douëlles; on fera les distances AC, YD, VE, LF, MG, etc., respectivement égales aux distances gR, ia^7, mb^7, pc^7, rC^7, etc., par rapport à la droite gt (fig. 207) des points R, a^7, b^7, c^7, C^7, etc., de la projection verticale RC^{7}S de l'intersection de l'intrados du berceau avec le plan en talus, et par les points C, D, E, F, G,......L' (fig. 208), on fera passer la courbe CDEFG......L' qui sera un des bords du développement des douëlles; pour avoir l'autre bord M'NOPQ........U', on fera les distances AM', YN, VO, LP, MQ, etc., respectivement égales aux distances gO, ia^6, mb^6, pc^6, rC^6, etc. (fig. 207), par rapport à la droite gt, des points O, a^6, b^6, c^6, C^6, etc., de la projection verticale OC^{6}Q de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face verticale du mur.

Quant aux panneaux des coupes, on les obtiendra de la même manière, en observant toujours de faire les largeurs YX, VZ, LT, etc. (fig. 208), de ces coupes, respectivement égales aux coupes a^{10}f^{10}, b^{10}e^{10}, c^{10}d^{10}, etc., de la section droite (fig. 207).

Outre les panneaux des coupes, il faut encore des panneaux pour tracer les arrêtes des têtes des voussoirs sur les plans inclinés qui forment les états de charge, et qui sont représentés dans la section droite (fig. 207) par les droites F'u, f^{10}v, etc. Pour avoir ces panneaux, on fixera, à volonté, la largeur F'u; par le point u, on menera la droite uu^2 parallèle à C^{10}C; par le point u^2, où la droite uu^2 rencontre la projection horizontale EG de l'intersection du plan qui passe par les naissances du berceau, avec le plan en talus, on élevera la droite u^{2}x, perpendiculaire à la ligne de terre PQ; par le point x, où cette droite u^{2}x rencontre la droite Rx, on menera la droite xy parallèle à la droite RO. Cela fait, on aura le panneau du lit de pose du premier voussoir, de la manière suivante: on menera une droite AB quelconque (fig. 209), sur laquelle on fera la distance AB égale à F'u (fig. 207); par les points A et B (fig. 209), on élevera les droites DC, FH, perpendiculaires à AB; on fera les distances AC et BE respectivement égales aux distances yx, gR (fig. 207), et on joindra les points C et E par la droite CE (fig. 209), qui sera le bord du panneau du côté du talus. Pour avoir l'autre bord DF, on fera les distances CD et EF, chacune égale à RO (fig. 207), et on joindra les points D et F (fig 209) par la droite DF, qui sera, par conséquent, parallèle à CE, comme cela doit être, à cause que les intersections du plan qui contient ce panneau avec les faces du mur sont des droites parallèles. Pour avoir le panneau du lit de dessus du même voussoir,

on fera la distance BL (fig. 209) égale à $f^{10}v$ (fig. 207), par le point L on menera la droite LI perpendiculaire à AB ; on fera la distance BH, égale à kf^7 (fig. 207), et par le point H on menera la droite IH (fig. 209) qui sera le bord du panneau du côté du talus. Pour avoir l'autre bord KG, on fera les distances IK, HG, chacune égale à la distance f^6f^7 (fig. 207), et on joindra les points K et G par la droite KG (fig. 209), qui sera parallèle à IH. On s'y prendrait de la même manière pour avoir les panneaux des plans qui forment les états de charge des autres voussoirs.

Quant à la manière de tracer les voussoirs, il faudra toujours se servir des panneaux de tête levés sur la section droite, pour équarrir les voussoirs comme s'il ne s'agissait que d'un berceau ordinaire dans un mur droit, et ensuite, pour tracer les têtes des voussoirs, on se servira convenablement des panneaux des douëlles, des coupes et des plans qui forment les états de charge, ou bien en traçant sur le voussoir l'intersection du plan de la section droite, et en rapportant, sur la pierre, les longueurs des arrêtes, comme dans le cas des berceaux en descente droits en talus (n°. 323). Dans le cas où les voussoirs feraient seuls l'épaisseur du mur, avant de les équarrir aux panneaux de tête, on chercherait leurs plus grandes longueurs sur la projection verticale dont la droite PQ est la ligne de terre. La fig. 210 représente le premier voussoir, dont le panneau de tête est $F'a^{10}f^{10}vu$ (fig. 207). Dans cette figure 210, les têtes primitives du voussoir sont yghdc, vselk ; la tête en talus est ukmtt'; la tête du côté de la face verticale du mur est $xcz^2z'z$, et l'intersection du plan de la section droite est pqrno.

DES BERCEAUX EN DESCENTE PRATIQUÉS DANS LES MURS GAUCHES.

325. Supposons 1°. que la droite GI soit la trace horizontale de la face verticale du mur ; 2°. que la droite FH soit la projection horizontale de la génératrice, de la surface gauche, qui passe par les points où les génératrices de naissance, de l'intrados du berceau, percent la face gauche du mur ; 3°. que les droites Nk^4, QR soient les projections horizontales des directrices de la surface gauche, et que les droites $N'N^2$, ST, soient les projections verticales des mêmes directrices, dans un plan vertical dont la ligne de terre est l'une Nk^4 des projections horizontales de ces mêmes directrices ; 4°. que la surface gauche soit engendrée par une ligne droite qui, restant toujours de niveau, glisse sur les deux directrices dont nous venons de parler ; 5°. enfin, supposons que la courbe régulière quelconque ABC soit la

projection verticale du ceintre de face, du berceau, situé sur la face plane et verticale du mur, dans un plan vertical dont la ligne de terre AC soit perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe du berceau. Cela posé, voici comment on obtiendra la projection horizontale des intersections de l'intrados, des plans des coupes et de ceux d'état de charge des voussoirs du berceau avec la surface gauche.

On commencera par mener la droite N'S parallèlement à la ligne de terre NO, et à une distance égale à la hauteur de la rampe du berceau; ensuite, (puisque la droite FH est la projection horizontale de la génératrice, de la surface gauche, qui passe par les points où les génératrices de naissance du berceau rencontrent la surface gauche) par les points F et H, on élevera les droites FP', HO' perpendiculaires à la ligne de terre NO, et les points P' et O' seront les projections verticales des points où les génératrices de naissance du berceau rencontrent la surface gauche; puis par les points G et I, on élevera les droites GP, IO perpendiculaires à la ligne de terre NO, et les points P et O seront les projections verticales des points où les génératrices de naissance rencontrent la face plane et verticale du mur : si donc on joint les points P et P', O et O', par les droites PP', OO', ces droites seront les projections verticales des génératrices de naissance elles-mêmes. Cela fait, on cherchera les projections horizontales et verticales d'un certain nombre de génératrices de la surface gauche; pour cela, on menera arbitrairement les droites N^4N^7, N^2T, etc., parallèlement à la ligne de terre NO, lesquelles seront les projections verticales des génératrices en question; puis, par les points N^4, N^2, etc. (où ces droites N^4N^7, N^2T, etc., rencontrent la projection verticale $N'N^2$ de la directrice dont la projection horizontale est la ligne de terre NO), on abaissera les perpendiculaires N^4N^5, N^2N^3, etc.; par les points N^7, T, etc. (où les mêmes droites N^4N^7, N^2T, etc., rencontrent la projection verticale ST de la directrice dont la projection horizontale est la droite QR), on abaissera, à la ligne de terre NO, les perpendiculaires N^7N^6, TU, etc., qui iront rencontrer la droite QR aux points N^6, U, etc., par lesquels, et les pieds N^5, N^3, etc., des perpendiculaires abaissées des points N^4, N^2, etc., sur la ligne de terre NO, on menera les droites N^6N^5, UN^3, etc., qui seront les projections horizontales d'une suite de génératrices de la surface gauche. Cela fait, on imaginera des plans verticaux élevés sur les projections horizontales des arrêtes et des milieux des douëlles, des extrémités et des milieux des coupes, ainsi que d'un certain nombre de droites parallèles aux arrêtes des douëlles et menées sur les plans formant les états de charge des vous-

soirs, et on obtiendra les projections verticales des intersections de tous ces plans avec la surface gauche, de la manière suivante :

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de l'intersection du plan élevé sur la droite kk^4 (qui est la projection horizontale d'une droite parallèle aux arrêtes des douëlles et menée sur un plan d'état de charge), par les points k, k^8, k^3, etc., où cette droite kk^4 rencontre les projections horizontales des génératrices de la surface gauche, on élevera des perpendiculaires kk', k^8k^9, k^3k^2, etc., qui iront rencontrer respectivement les projections verticales $N'S$, N^4N^7, N^2T, etc., des génératrices correspondantes, aux points k', k^9, k^2, etc., par lesquels on fera passer la courbe $k'k^9k^2$........., qui sera la projection verticale de l'intersection du plan en question avec la surface gauche. On s'y prendra de la même manière pour les autres plans, et on aura la suite d'intersections (en projection verticale) $N'i^2$, h^7h^8, a^7a^8, g^7g^8, b^7b^8, $E'E^2$, c^7c^8, f^7f^8, d^7d^8, e^7e^8, $l'l^2$, et $m'm^2$, qui répondent respectivement aux plans verticaux élevés sur les droites Ni^3, h^6h', a^6a', g^6g', b^6b', EB', c^6c', f^6f', d^6d', e^6e', ll^4, et mm^4, ainsi que les lignes ponctuées kk', NN', h^6h^7, a^6a^7, g^6g^7, b^6b^7, etc. l'indiquent. Cela fait, on cherchera (comme il a été expliqué au n°. 324) la projection verticale PB^3O du ceintre de face, du berceau, situé sur la face verticale du mur, ainsi que celles a^3h^3, b^3g^3, c^3f^3 et d^3e^3, des intersections des plans des coupes avec la même face, et ensuite, par les points a^3, b^3, B^3, c^3, et d^3, on menera les droites a^3a^4, b^3b^4; B^3B^4, c^3c^4, et d^3d^4 parallèles aux projections verticales OO', PP', des génératrices de naissance du berceau, lesquelles iront rencontrer respectivement les intersections a^7a^8, b^7b^8, $E'E^2$, c^7c^8 et d^7d^8, aux points a^4, b^4, B^4, c^4 et d^4, par lesquels, et les points P' et O', on fera passer la cour $P'a^4b^4B^4c^4d^4O'$, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la surface gauche. Par les points h^3, g^3, f^3 et e^3, et les milieux des coupes, on menera des droites h^3h^4, g^3g^4, f^3f^4, et e^3e^4, parallèlement à la droite OO', lesquelles iront rencontrer respectivement les intersections h^7h^8, g^7g^8, f^7f^8 et e^7e^8 aux points h^4, g^4, f^4 et e^4, par lesquels et les points a^4, b^4, c^4, d^4 (ainsi que par ceux que donneraient les droites menées par les milieux des coupes), on fera passer les courbes a^4h^4, b^4g^4, c^4f^4, d^4e^4, qui seront les projections verticales des intersections des plans des coupes du berceau avec la surface gauche. Maintenant, par les points a^4, b^4, B^4, c^4, d^4, on abaissera les perpendiculaires a^4a^5, b^4b^5, B^4B^5, c^4c^5, d^4d^5, à la ligne de terre NO, lesquelles iront rencontrer respectivement les projections horizontales a^6a', b^6b', EB', c^6c', d^6d', des arrêtes des douëlles, en des points a^5, b^5, B^5, c^5, d^5, par lesquels, et les points F et H, on fera passer

une courbe $Fa^5b^5B^5c^5d^5H$ qui sera la projection horizontale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la surface gauche. Par les points h^4, g^4, f^4, e^4, (et les milieux des coupes) on abaissera des perpendiculaires h^4h^5, g^4g^5, f^4f^5, e^4e^5, à la ligne de terre NO, lesquelles iront respectivement rencontrer les projections horizontales h^6h', g^6g', f^6f', e^6e' des extrémités des coupes, aux points h^5, g^5, f^5, e^5, par lesquels et les points a^5, b^5, c^5, d^5, on fera passer les courbes a^5h^5, b^5g^5, c^5f^5, d^5e^5, lesquelles seront les projections horizontales des intersections des plans des coupes du berceau avec la surface gauche.

Actuellement, il ne nous manque plus que les projections horizontales et verticales des intersections des plans des états de charges des voussoirs avec la surface gauche, que l'on obtiendra de la manière suivante :

Par les points k^4, i^3, l^4 et m^4, où les droites kk^4, Ni^3, ll^4 et mm^4 rencontrent la trace horizontale GI de la face verticale du mur, on élevera les perpendiculaires m^4m^5, l^4l^6, i^3i^4, et k^4k^5, à la ligne de terre NO ; par les points m^5, l^5, i^6 et k^5 (où ces droites viennent rencontrer les états de charge e^3m^5, h^3k^5), on menera les droites m^5m^7, l^5l^{10}, i^6i^7 et k^5k^6, parallèles à la droite OO', lesquelles iront rencontrer respectivement les intersections $m'm^2$, $l'l^2$, $N'i^2$ et $k'k^2$ (correspondantes aux droites mm^4, ll^4, Ni^3 et kk^4), aux points m^7, l^{10}, i^7 et k^6, par lesquels, et les points e^4 et h^4, on fera passer les courbes $e^4l^{10}m^7$, $h^4i^7k^6$, qui seront les projections verticales des intersections des premiers plans d'état de charge avec la surface gauche. Pour avoir les projections horizontales $k^7i^8h^5$, $e^5l^9m^8$; on abaissera, par les points k^6, i^7, l^{10} et m^7, les perpendiculaires k^6k^7, i^7i^8, $l^{10}l^9$ et m^7m^8, lesquelles iront respectivement rencontrer les droites kk^4, Ni^3, ll^4 et mm^4 aux points k^7, i^8, l^9 et m^8, par lesquels et les points h^5 et e^5, on fera passer les courbes $k^7i^8h^5$, $e^5l^9m^8$, qui seront les projections demandées, ainsi que les lignes ponctuées de construction l'indiquent; pour avoir les projections $i\,h^{11}g^4f^4e^{11}l^{10}$ et $i^9h^{12}g^5f^5e^{12}l^8$, on s'y prendra d'une manière semblable.

Si la ligne de terre NO était parallèle à la projection horizontale EB' de l'axe du berceau, l'épure serait terminée jusqu'au point qu'on pourrait avoir la section droite du berceau et le développement des panneaux des douëlles et des coupes, ainsi que ceux des plans d'état de charge. Mais ici cela n'a pas lieu, et, en conséquence, il faudra obtenir une seconde projection verticale sur la ligne de terre QI', absolument de la même manière que dans le cas de la descente biaise dans un mur en talus (n°. 324), ainsi que les lignes ponctuées l'indiquent dans l'épure. On aura ensuite la section droite LD'M, ainsi que le développement des panneaux (que nous n'avons pas cru nécessaire de joindre à l'épure) comme il a été dit au n°. 324.

Quant à la manière de tracer les voussoirs, elle est tout-à-fait la même que pour les berceaux en descente biais dans les murs en talus.

DES BERCEAUX EN DESCENTE PRATIQUÉS DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

Nous distinguerons deux espèces de berceaux en descente pratiqués dans les murs cylindriques droits : la première espèce comprendra ceux dont la projection horizontale de l'axe sera l'un des axes des traces horizontales des faces du mur que nous supposons concentriques, de sorte que les deux moitiés du berceau seront symétriques. Nous appelerons cette espèce de berceaux, *berceaux en descente droits pratiqués dans les murs cylindriques droits.* La seconde espèce comprendra tous ceux dont la projection horizontale de l'axe sera quelconque, et nous appelerons ceux-ci, *berceaux en descente biais pratiqués dans les murs cylindriques droits.* Cette dernière espèce comprendra aussi tous ceux dans lesquels les traces horizontales des faces du mur seront des courbes quelconques.

DES BERCEAUX EN DESCENTE DROITS PRATIQUÉS DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

326. PREMIER EXEMPLE. J'observerai d'abord que ces sortes de berceaux étant symétriques, il suffira de la moitié de l'épure. En conséquence, supposons que les courbes régulières LC^2, KC^8 (fig. 212) soient les traces horizontales des faces d'une moitié du mur; que la courbe BaC soit la projection verticale (dans un plan perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe du berceau) de la moitié du ceintre de face du berceau sur la face du mur dont la courbe LC^2 est la trace horizontale, et que la droite FG soit la projection horizontale de l'une des génératrices de naissance du berceau. On se rappelera que la projection horizontale C^2C^8, de l'axe du berceau, coïncide avec un axe $C^{11}C^2$, prolongé, des traces horizontales des faces du mur. Cela posé, on divisera la projection verticale BaC de la moitié du ceintre de face, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; on disposera les coupes et les états de charge comme à l'ordinaire, et on abaissera les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, ainsi que celles des milieux des douëlles et des coupes; puis, on prendra une ligne de terre KL quelconque parallèle à la projection horizontale de l'axe du berceau, et parallèlement à cette ligne de terre KL, et à une distance égale à la hauteur de la rampe du berceau, on menera la droite $L'C^3$ qui sera la projection verticale de l'intersection avec la face

du mur, dont LC^2 est la trace horizontale, d'un plan horizontal mené par les points où les génératrices de naissance du berceau percent la même face du mur. Cela posé, on observera 1°. que l'intersection, avec la face LC^2 du mur, du plan horizontal dont nous venons de parler, est une courbe égale à LC^2; 2°. que si, par les génératrices de naissance du berceau et cette intersection, on fait passer une surface, cette surface sera cylindrique, et on pourra imaginer projetées, sur cette surface, les arrêtes des douëlles du berceau; 3°. et que si, par les points où les arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes percent la face LC^2 du mur, on abaisse des perpendiculaires sur le plan horizontal dont il vient d'être question, ces perpendiculaires seront dans la face du mur, et leurs longueurs comprises entre les points desquels on les aura abaissées et l'intersection avec la face du mur du plan horizontal en question, seront respectivement égales aux hauteurs $a'a$, $b'b$, $h'h$, $m'X$, $i'i$ et $k'k$. Il suit de là que pour avoir la projection verticale $G'a^4b^4C^4$, du ceintre de face dont nous avons déjà parlé plusieurs fois, il suffira 1°. de mener les droites C^2C^6, b^2b^4, a^2a^4 et GG', par les points C^2, b^2, a^2 et G, perpendiculairement à la ligne de terre KL; 2°. de faire les distances a^3a^4, b^3b^4 et C^3C^4 respectivement égales aux ordonnées $a'a$, $b'b$ et $C'C$, et de faire passer une courbe à la main par les points G', a^4, b^4 et C^4. De même, pour avoir les projections verticales des intersections des plans des coupes du berceau avec la face du mur dont la courbe LC^2 est la trace horizontale, par les points h^2, m^2, i^2 et k^2, on élevera les droites h^2h^3, m^2m^3, i^2i^3 et k^2k^3, perpendiculaires à la ligne de terre KL, et on portera les distances $h'h$, $m'X$, $i'i$ et $k'k$ sur ces mêmes perpendiculaires, à partir de la droite $L'C^3$, ce qui donnera les points m^3, h^3, i^3 et k^3, et on dessinera les courbes $a^4i^3k^3$, $b^4h^3m^3$, qui seront les projections demandées. Ensuite, par les points k^3 et m^3, on menera les droites k^3L^2 et C^6U^5, parallèles à la ligne de terre KL; par les points L et U^2 on élevera les droites LL^2, U^2U^5, perpendiculaires à la même ligne de terre, et les figures $L'L^2k^3a^4G'$, $U^4k^3a^4b^4m^3U^5$, seront les projections verticales de la forme des têtes des voussoirs sur la face du mur dont la courbe LC^2 est la trace horizontale. Cela fait, on obtiendra la projection verticale des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, ainsi que celles des intersections de l'intrados et des surfaces des coupes avec la face du mur, dont la trace horizontale est la courbe KC^8, de la manière suivante :

D'abord, par le point F, on élevera la droite FG^2 perpendiculaire à la ligne de terre KL, et par le pied G^2, de cette perpendiculaire, et le point G', on menera la droite G^2G' qui sera la projection verticale de la généra-

trice de naissance du côté du jambage FG. Puis, par les points a^4, b^4, C^4, on menera les droites indéfinies a^4a^5, b^4b^5, C^4C^5, qui seront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles; par les points a^7, b^7, C^8, on élevera les droites a^7a^5, b^7b^5, C^8C^5, perpendiculaires à la ligne de terre KL, lesquelles iront rencontrer respectivement les projections verticales a^4a^5, b^4b^5, C^4C^5, des arrêtes des douëlles, aux points a^5, b^5, C^5, par lesquels, et le point G^2, on fera passer la courbe $G^2a^5b^5C^5$, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe KC^8.

Pour avoir les projections verticales $a^5i^4k^4$, $b^5h^4m^4$, par les points K^5, i^5, m^5 et h^5, on élevera les droites K^5k^4, i^5i^4, m^5m^4 et h^5h^4, perpendiculaires à la ligne de terre KL, lesquelles iront respectivement rencontrer les droites k^3k^4, i^3i^4, m^3m^4, h^3h^4, menées par les points k^3, i^3, m^3, h^3, parallèlement à la droite $G'G^2$, en des points k^4, i^4, m^4, h^4, par lesquels et les points a^5 et b^5, on fera passer les courbes $a^5i^4k^4$, $b^5h^4m^4$, qui seront les projections demandées. On observera que les coupes du berceau, au lieu d'être planes, sont ici des surfaces cylindriques.

Cherchons, maintenant, les projections verticales $K'G^2C^9$, $L^3U^7k^4$, $U^6k^7m^4$, des intersections, avec la face du mur dont la courbe KC^8 est la trace horizontale, de la surface cylindrique qui passe par les naissances, et de celles qui forment les états de charge des voussoirs, qui sont aussi des surfaces cylindriques parfaitement égales à celle qui passe par les naissances. D'abord supposons qu'il s'agisse de l'intersection de cette dernière surface; par les points C^3, b^3, a^3, U^3 et L', on menera les droites C^3C^9, b^3b^6, a^3a^6, U^3U^9, $L'K'$, parallèles à la droite $G'G^2$; par les points C^8, b^7, a^7, U^8, K, on élevera, à la ligne de terre KL, les perpendiculaires C^8C^9, b^7b^6, a^7a^6, U^8U^9 et KK', lesquelles iront rencontrer respectivement les droites C^3C^9, b^3b^6, a^3a^6, U^3U^9, $L'K'$, en des points C^9, b^6, a^6, U^9 et K', par lesquels, et le point G^2, on fera passer la courbe $C^9b^6a^6G^2U^9K'$ qui sera la projection demandée. Les lignes ponctuées de construction indiquent assez clairement, d'après ce qui précède, comment on doit opérer pour avoir les projections verticales $L^3U^7k^4$ et $U^6k^7m^4$, des intersections des surfaces cylindriques des états de charge avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe KC^8.

Maintenant il ne s'agit plus que d'avoir la section droite et les dévelopemens des panneaux des douëlles, des coupes et des surfaces d'état de charge.

Pour avoir la section droite, on menera d'abord une droite quelconque

oz^5, perpendiculaire aux projections verticales des arrêtes des douëlles, et une autre droite quelconque K^2C^{11} perpendiculaire aux projections horizontales des mêmes arrêtes, prolongées si cela est nécessaire, et ensuite, 1°. pour avoir l'intersection du plan de la section droite avec la surface cylindrique qui passe par les naissances du berceau, on fera les distances b^8b^9, a^8a^9, $F'F^2$, $U^{10}U^{11}$ et K^2K^3, respectivement égales aux distances op, oq, or, os et ot, et par les points C^{11}, b^9, a^9, F^2, U^{11} et K^3, on fera passer la courbe $C^{11}b^9a^9F^2U^{11}K^3$, qui sera l'intersection demandée. 2°. Pour avoir la section droite de l'intrados du berceau, on fera les ordonnées a^8a^{10}, b^8b^{10}, $C^{11}C^{12}$, respectivement égales aux distances ou, oz et oz', et par les points F^2, a^{10}, b^{10} et C^{12}, on fera passer la courbe $F^2a^{10}b^{10}C^{12}$ qui sera la moitié de la section droite demandée. 3°. Pour avoir les intersections du plan de la section droite avec les surfaces cylindriques des coupes et des états de charge, on fera 1°. les distances h^6h^8, m^6m^8, i^6i^8 et k^6k^8, respectivement égales aux distances oz^2, oz^4, ov et ox, et on menera les courbes $b^{10}h^8m^8$, $a^{10}i^8k^8$, qui seront les coupes des voussoirs dans la section droite; 2°. les distances $C^{11}C^{13}$, $U^{10}U^{13}$, $U^{10}U^{12}$ et K^2K^4 respectivement égales aux distances oC^7, oz^6, oy et oz, et on menera les courbes $C^{13}m^8U^{13}$, $k^8U^{12}K^4$, qui seront les intersections des surfaces d'état de charge avec le plan de la section droite.

Quant aux développemens des panneaux des douëlles et des coupes (fig. 213), on les obtiendra comme il a été dit au n°. 324, en observant que les bords des panneaux des coupes qui se trouvent aux faces du mur doivent être des lignes courbes, et que, par conséquent, il faut chercher au moins trois points de ces courbes.

Pour obtenir les panneaux des surfaces d'état de charge, celui du lit de pose du premier voussoir, par exemple, on menera la droite AB (fig. 213 *bis*), sur laquelle on fera les distances BI, IC, respectivement égales aux distances F^2U^{11}, $U^{11}K^3$ (fig. 212); par les points B, I, C (fig. 213 *bis*), on élevera les droites DF, HK, EG, perpendiculaires à la droite AB; on fera les distances BD, IH, CE, respectivement égales aux distances rG', sU^3, tL' (fig. 212), et par les points D, H, E (fig. 213 *bis*), on fera passer la courbe DHE qui sera le bord du panneau demandé du côté de la face convexe du mur. Pour avoir l'autre bord FKG, on fera les distances BF, IK, CG, respectivement égales aux distances rG^2, sU^9, tK' (fig. 212), et par les points F, K, G (fig. 213 *bis*), on décrira la courbe FKG, et le panneau demandé sera terminé. On aura le panneau NOPRSQ, du lit de dessus du même voussoir, et les panneaux des autres états de charge, en opérant d'une manière semblable.

La manière de tracer et de tailler les voussoirs est tout-à-fait la même que celle que nous avons donnée pour les autres berceaux en descente, en prenant toujours les panneaux de tête sur la section droite. On voit, par cette section droite, que toutes les faces des voussoirs seront des surfaces courbes, ce qui est un inconvénient dans la pratique.

327. Second Exemple. Si l'on veut que les coupes et les surfaces d'état de charge soient planes, il faudra supposer que la courbe AdC (fig. 214), au lieu d'être la projection verticale de l'intrados du berceau avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbure régulière IC^2 (comme nous l'avons supposé dans l'exemple précédent), est la projection verticale de la section faite, dans le berceau, par un plan vertical perpendiculaire à la projection horizontale C^2C^8 de l'axe du berceau, et il faudra opérer ensuite, de la manière suivante :

Après avoir obtenu les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des coupes, ainsi que des milieux de ces dernières, on prendra une ligne de terre MN parallèle à la projection horizontale C^2C^8 de l'axe du berceau; par les points D et E, on menera les droites DM et EE′ perpendiculaires à cette ligne de terre; on fera la distance E^2E' égale à la hauteur de la rampe du berceau, et par les points M et E′ on menera la droite ME′ indéfiniment prolongée, qui sera la projection verticale du plan mené par les génératrices de naissance; par les points d^2, c^2 et C^2, qui sont les projections horizontales des points où les arrêtes des douëlles rencontrent la face du mur dont la trace horizontale est la courbe IC^2, on élevera les perpendiculaires d^2d^4, c^2c^4, et C^2N^2; on fera les distances d^3d^4, c^3c^4, et $N'N^2$, respectivement égales aux ordonnées d′d, c′c et C′C, et par les points E′, d^4, c^4 et N^2, on fera passer la courbe $E'd^4c^4N^2$, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe IC^2. On s'y prendra de la même manière pour avoir les projections verticales $d^4e^3f^3$, $c^4g^3l^3$ des intersections des plans des coupes avec la même face du mur, en ayant l'attention de porter les hauteurs f′f, e′e, l′Y, et g′g, respectivement sur les droites f^2f^3, e^2e^3, l^2l^3, et g^2g^3, à partir de la droite inclinée MN′, et on achevera l'épure comme dans l'exemple précédent, ainsi qu'on le voit par les lignes de construction, en observant que les lignes d'état de charge sont ici des lignes droites inclinées. Pour avoir la section droite $D'd^8C^{12}$, le développement des panneaux des douëlles et des coupes (fig. 215), ainsi que celui des panneaux d'état de charge, et pour tracer les pierres, on s'y prendra comme dans les exemples précédens.

DES BERCEAUX EN DESCENTE BIAIS PRATIQUÉS DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

328. Premier Exemple. Supposons que les courbes quelconques A^4B^4, A^3B^3 (fig. 216), soient les traces horizontales des faces du mur cylindrique droit, au travers duquel on veut pratiquer un berceau en descente; que la droite $C'C^2$ soit la projection horizontale de l'axe de ce berceau, et les droites $A'A^2$, $B'B^2$, soient celles des génératrices de naissance, et que la courbe quelconque AOB soit la projection verticale (dans un plan perpendiculaire à la projection horizontale $C'C^2$ de l'axe du berceau) de l'intersection de l'intrados du berceau, avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe A^4B^4. Cela posé, après avoir obtenu les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, ainsi que des milieux de ces dernières, on prendra une ligne de terre $B^{13}A^6$, parallèle à la projection horizontale de l'axe du berceau; on menera la droite B^5A^5, parallèle à cette ligne de terre $B^{13}A^6$, et à une distance égale à la hauteur de la rampe du berceau; par les points A' et B' on élevera les perpendiculaires $A'A^5$, $B'B^6$ à la ligne de terre A^6B^{13}, qui rencontreront la droite B^6A^5, aux points A^5 et B^6; par les points A^2 et B^2 on élevera les perpendiculaires A^2A^6 et B^2B^7, à la même ligne de terre; par le point A^6, où A^2A^6 rencontre la ligne de terre A^6B^{13}, et le point A^5, on menera la droite A^6A^5, qui sera la projection verticale de l'une des génératrices de naissance du berceau; par le point B^6, et parallèlement à A^5A^6, on menera la droite B^6B^7, qui sera la projection verticale de l'autre génératrice de naissance. Cela fait, on élevera par les points d, c, C', etc., les droites dd^3, cc^3, $C'C^4$, etc., perpendiculaires à la ligne de terre A^6B^{13}; on fera les distances d^2d^3, c^2c^3, C^3C^4, etc., respectivement égales aux ordonnées $G'G$, $F'F$, CO, etc., de la courbe AOB, et par les points A^5, d^3, c^3, C^4,......., B^6, on fera passer une courbe, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe A^4B^4. Pour avoir les projections verticales $d^3e^3f^3$, $c^3o^3p^3$, etc., des intersections des coupes avec la même face du mur, on s'y prendra d'une manière semblable. Enfin, on achevera l'épure comme nous l'avons expliqué au n°. 326, tant pour avoir les projections verticales des arrêtes des douëlles, des extrémités des coupes, et des milieux de ces dernières, que pour avoir celles $A^6C^5B^7$, $d^4e^4f^8$, $c^4o^4p^4$, etc., des intersections de l'intrados et des coupes du berceau avec la seconde face du mur, ainsi que celles $g^5f^5p^4$......, $h^5g^6f^8$, $B^8C^6A^6h^4$ des intersections des surfaces cylindriques qui forment les états de charge et de celle qui passe par les génératrices de naissance, ainsi qu'on le voit indiqué dans l'épure.

Pour avoir la section droite, on se conduira aussi comme dans le n°. 326, c'est-à-dire qu'on menera une droite qg^8 perpendiculaire à la direction des projections verticales des arrêtes des douëlles, et ensuite, on commencera par chercher l'intersection $h^7C^9B^{11}$ du plan de la section droite avec la surface qui passe par les naissances, comme nous l'avons fait au numéro cité, et on continuera la section droite, en obtenant d'abord l'intersection $A^8C^8B^{10}$ de l'intrados du berceau avec le plan de la section droite, puis, celles d^9f^{11}, c^9p^2, etc., des coupes avec le même plan, et enfin celles h^8f^{11}, $g^{11}p^2m^5k^6$, etc., des surfaces d'état de charge.

Quant à la manière de tracer les voussoirs et d'avoir les développemens des panneaux, elle est encore la même que celle que nous avons donnée au n°. 326. On observera que toutes les faces des voussoirs sont encore ici des surfaces cylindriques, comme dans le cas du même numéro.

329. SECOND EXEMPLE. Si l'on voulait que les coupes et les surfaces d'état de charge fussent planes, on supposerait (fig. 217) que la courbe ABC, au lieu d'être la projection verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe DHF (comme nous l'avons supposé dans l'exemple précédent), est celle de l'intersection de l'intrados avec un plan vertical élevé sur la droite DF qui passe par les projections horizontales D et F des points où les génératrices de naissance percent la face du mur dont il vient d'être question ; on chercherait ensuite, comme il a été expliqué dans les exemples précédens, la projection verticale $h^3a^6b^6B^4c^6d^6F'$, de l'intersection du plan élevé sur la droite DF avec l'intrados du berceau, en élevant les perpendiculaires Dh^3, $a'a^6$, $b'b^6$, $B'B^4$, etc., à la ligne de terre $E'F^2$, et en faisant les distances a^3a^6, b^3b^6, B^2B^4, etc., respectivement égales aux ordonnées $a^{10}a$, $b^{10}b$, etc. On obtiendra de même les projections verticales a^6h^4, b^6g^3, c^6f^3 et d^6e^3, des intersections des plans des coupes avec le même plan vertical de la droite DF; et ensuite, après avoir obtenu les projections verticales h^3E' et $F'G'$, des génératrices de naissance, comme précédemment, par les points d^5, c^6, B^4, b^6, a^6, on menera les droites indéfinies d^6d^8, c^6c^8, B^4I', b^6b^8, a^6a^8, parallèlement à la droite h^3E', lesquelles seront les projections verticales des arrêtes des douëlles du berceau; on menera aussi les projections verticales indéfinies e^3e^4, f^5f^6, g^5g^6, h^4h^7, des arrêtes des extrémités des coupes; puis, par les points a^4, b^4, H, c^4, d^4, on élevera, à la ligne de terre $E'F^2$, les perpendiculaires a^4a^7, b^4b^7, HB^5, c^4c^7 et d^4d^7, qui iront rencontrer les projections verticales correspondantes des arrêtes des douëlles aux points a^7, b^7, B^5, c^7 et d^7, par lesquels et les points h^3, F', on fera passer la courbe $h^3a^7b^7B^5$

c^7d^7F', qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face du mur dont la trace horizontale est la courbe DHF. Par un moyen semblable, on obtiendra les projections verticales a^7o', b^7g^5, c^7f^5 et d^7e^5, ainsi que les lignes ponctuées oo', g^4g^5, f^4f^5, et e^4e^5 l'indiquent. Ensuite on obtiendra les projections verticales $E'I'G'$, a^8h^7, b^8g^6, c^8f^6, et d^8e^4, des intersections de l'intrados et des plans des coupes du berceau avec la seconde face du mur, comme dans les exemples précédens. Quant aux projections verticales des intersections des plans d'état de charge et de celui qui passe par les naissances avec les faces du mur, on s'y prendra de la manière suivante :

1°. Pour celles $F'd^5c^5B^3b^5a^5h^3l^7$, et $G'd^9c^9I^2b^9a^9E'i^2i^3$, du plan qui passe par les naissances du berceau, par les points k', d^3, c^3, B^2, b^3, a^3, i', l^8, où les droites kk', $d'd^3$, $c'c^3$, $B'B^2$, $b'b^3$, $a'a^3$, ii', $l'l^8$ vont rencontrer la droite $F'h^3$ (qui est la projection verticale de l'intersection du plan qui passe par les naissances avec le plan vertical élevé sur la droite DF), on menera les droites $k'k^2$, d^3d^9, c^3c^9, B^2I^2, b^3b^9, a^3a^9, $i'i^2$, l^8i^3, parallèles aux projections verticales des arrêtes des douëlles, lesquelles iront rencontrer d'une part, les droites k^5k^4, d^4d^5, c^4c^5, HB^3, b^4b^5, a^4a^5, ii', $l'l^8$, aux points k^4, d^5, c^5, B^3, b^5, a^5, i^4, l^7, par lesquels on menera la courbe $k^4F'B^3h^3l^7$, qui sera la projection demandée pour la première face du mur; et de l'autre part, les droites k^3k^2, d^2d^9, c^2c^9, II^2, b^2b^9, a^2a^9, etc., aux points k^2, d^9, c^9, I^2, b^9, a^9, i^2, i^3, par lesquels on menera la courbe $k^2G'd^9c^9I^2b^9a^9E'i^2i^3$, qui sera la projection demandée pour la seconde face du mur.

2°. Pour les projections verticales e^5k^6, h^4l^3, $k^9f^5g^5D'l^5$, et les correspondantes e^4k^7, $h^7i^2l^2$, $e^8f^6g^6D^2i^6$, on s'y prendra de la même manière, ainsi que l'indiquent les lignes ponctuées de construction.

Quant à la section droite, on l'obtiendra comme pour les berceaux en descente biais pratiqués dans les murs droits. On fera le développement des panneaux des douëlles, des coupes et des plans d'état de charge, et on tracera les voussoirs, comme nous l'avons expliqué pour les autres berceaux en descente.

DES BERCEAUX EN DESCENTE PRATIQUÉS AU TRAVERS DES MURS CYLINDRIQUES OBLIQUES.

330. Supposons 1°. que la courbe quelconque MC^2K (fig. 218) soit la trace horizontale de la face droite du mur, et que la courbe régulière quelconque ADB soit la projection verticale (dans un plan perpendiculaire à la projection horizontale CC^2 du berceau) de l'intersection de l'intrados du

berceau avec cette première face du mur; 2°. que l'on ait pris une ligne de terre L'K' parallèle à la projection horizontale CC^2 de l'axe du berceau; 3°. que l'arc de cercle IEOL soit la projection horizontale de l'intersection d'un plan horizontal (dont la trace verticale est la droite O'I') avec la surface cylindrique oblique du mur, que nous supposons à base circulaire; 4°. que le point N soit le centre de la projection horizontale IEOL dont nous venons de parler, et que le point O^2 soit la projection horizontale du centre de l'intersection, avec la face cylindrique oblique du mur, d'un plan horizontal dont la trace verticale est la droite Q'R'; 5°. que xc^5n soit la projection horizontale de l'intersection de ce dernier plan avec la face oblique du mur. Le rayon O^2n, de cette projection, sera égal à celui NO de la première IEO. Cela posé, entre les traces verticales O'I', Q'R', des deux premiers plans, on menera une nouvelle trace M'N' (ou plusieurs), pour avoir la projection horizontale zc^3b^4z' de l'intersection d'au moins un troisième plan horizontal avec la face oblique du mur.

Pour avoir le centre T, de ce nouvel arc de cercle zc^3b^4z', on joindra d'abord les deux centres donnés, N et O^2, par la droite NO^2; par le centre O^2, qui répond au plan horizontal le plus élevé, on élevera la droite O^2P perpendiculaire à la droite NO^2; parallèlement à cette dernière droite, et à des distances respectivement égales aux distances comprises entre les traces O'I' et Q'R', O'I' et M'N', on menera les droites PQ et RS; la droite PQ rencontrera la droite O^2P au point P, par lequel et le point N on menera la droite NP, qui rencontrera la droite RS au point R, par lequel on abaissera la droite RT perpendiculaire à la droite NO^2, et le point T sera le centre demandé, par lequel, et avec un rayon égal à NO, on décrira l'arc de cercle zc^3b^4z'. Si la surface cylindrique oblique était à base elliptique, les arcs IEb^3OL, zc^3b^4z', xc^5n, seraient des portions d'ellipses, lesquelles ellipses seraient égales entre elles, et auraient les axes parallèles. Quant à leurs centres, on les obtiendrait tout-à-fait comme nous venons d'obtenir ceux des arcs de cercles que nous venons de décrire. Cela posé, que la base de la surface cylindrique oblique soit circulaire ou elliptique, on obtiendra, comme à l'ordinaire, les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, ainsi que celles des milieux des douëlles, ou au moins celles des milieux des coupes (que nous n'avons pas menées dans l'épure, pour éviter la confusion de lignes), et ensuite, comme dans les berceaux pratiqués dans les murs gauches, on cherchera les projections verticales des intersections, avec la face cylindrique oblique du mur, des plans projetans (sur le plan horizontal) des arrêtes des douëlles

et des extrémités des coupes, etc. (lesquelles intersections seront des portions d'hyperboles), en opérant sur les arcs de cercle IEOL, zc^3b^4z' et xc^5n, comme nous l'avons expliqué au n°. 325 sur les projections horizontales NQ, N^3N^6 et N^3U de la face gauche du mur (fig. 211); de sorte que (fig. 218) s'il s'agissait, par exemple, de la projection verticale $E'c^9c^8$ de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite EF, par les points E, c^3, c^5, où la droite EF rencontre les arcs de cercle IEOL, zc^3b^4z' et xc^5i, on éleverait les perpendiculaires EE', c^3c^9, c^5c^8, à la ligne de terre L'K', lesquelles iraient rencontrer respectivement les horizontales O'I', M'N', Q'R', aux points E', c^9, c^8, par lesquels on ferait passer la courbe $A'c^9c^8$, qui serait la projection demandée.

Après avoir trouvé les projections verticales des intersections de la suite de plans verticaux, dont nous venons de parler, avec la surface cylindrique oblique, on cherchera la projection verticale $F'a^9b^9C^7$....H' de l'intersection de l'intrados du berceau avec la face cylindrique du mur, ainsi que celles a^9F^2, b^9d^7, etc., des intersections des surfaces cylindriques des coupes, et celles F^2K^2, d^7e^{13}, etc., des intersections des surfaces cylindriques des états de charge avec la même face du mur, en opérant comme nous l'avons expliqué au n°. 325 pour avoir les projections analogues de la face verticale du mur gauche, dans le plan de projection dont la ligne de terre est la droite NO (fig. 211), ainsi que les lignes ponctuées de construction l'indiquent dans la présente épure (fig. 218).

Cela fait (et comme dans le cas du mur gauche, et par les mêmes moyens), 1°. on menera les projections verticales F'E', H'G', des génératrices de naissance du berceau, celles a^9a^{10}, b^9b^{10}, C^7C^8, etc., des arrêtes des douëlles, etc.; 2°. on obtiendra la projection verticale $G'b^{12}a^{11}E'e^8I^5$, de l'intersection, avec la face cylindrique oblique du mur, de la surface cylindrique qui passe par les naissances du berceau, en observant que si les portions d'hyperboles, telles que Q'M'G', n'étaient pas assez prolongées, on les prolongerait jusqu'à la droite $U'a^{13}$, en cherchant le centre Y de l'arc de cercle $c'b'C^0U$ (qui serait la projection horizontale de l'intersection, avec la face cylindrique oblique du mur, d'un plan horizontal dont la trace verticale serait la droite $U'a^{13}$), et on opérerait, ensuite, sur cet arc de cercle et sur la droite $U'a^{13}$, comme il a été dit ci-dessus, pour avoir les points a^{13}, b^{13}, c^{11}, etc., des portions d'hyperboles à prolonger. Pour avoir le centre Y dont il vient d'être question, on menera la droite VX, parallèle à NO^2, et à une distance égale à celle comprise entre les droites O'I' et $U'a^{13}$; par le point V, où la droite VX rencontrera la droite PN, on abaissera la per-

pendiculaire VY, et le pied Y, de cette perpendiculaire, sera le centre demandé; 3°. on cherchera la projection verticale $E'a^{10}b^{10}C^{8}....G'$, de l'intersection de l'intrados et celles $a^{10}c^{10}$, $b^{10}d^{8}$, etc., des intersections des surfaces cylindriques des coupes du berceau avec la face cylindrique oblique du mur; et enfin 4°. on aura les projections verticales $c^{10}e^{7}I^{4}$, $P'd^{8}c^{7}e^{6}$, des surfaces cylindriques d'état de charge avec la même face du mur, et l'épure sera terminée, sauf la section droite $F^{4}C^{5}H^{2}$, et les développemens des panneaux des douëlles, des coupes et des faces d'état de charge, qu'on obtiendra comme dans les autres berceaux en descente.

Les projections horizontales des intersections, avec la face cylindrique oblique du mur, de l'intrados, des surfaces des coupes et des états de charge du berceau sont inutiles; si on veut les obtenir, on s'y prendra encore comme pour le cas où le mur est gauche, la courbe $I^{2}e^{3}Eb^{2}GG^{2}$ est celle de l'intersection de la surface cylindrique qui passe par les naissances du berceau; la courbe $Ea^{3}b^{4}C'......G$ est celle de l'intersection de l'intrados; les courbes $a^{3}c^{2}$, $b^{4}d^{2}$, etc., sont celles relatives aux surfaces des coupes, et les courbes $c^{2}e^{4}I^{3}$, hk et $e^{5}c^{4}d^{2}mn$ sont celles relatives aux surfaces d'état de charge. Quant à la manière de trouver les développemens des panneaux, et de tracer les voussoirs, elle est toujours la même.

DES BERCEAUX EN DESCENTE PRATIQUÉS DANS LES MURS CONIQUES QUELCONQUES.

Pour ce genre de berceaux en descente, on opérera tout-à-fait comme nous l'avons expliqué pour ceux qui sont pratiqués dans les murs cylindriques obliques, avec cette seule différence que, pour avoir les centres P, X, V (fig. 219), des projections horizontales IEG^{4}, NN', OO', des intersections avec la surface conique quelconque, de la suite de plans horizontaux dont les traces verticales sont les droites G'K', $G^{2}K^{2}$, $G^{3}K^{3}$, il faudra construire le triangle par l'axe IYP, comme pour les berceaux ordinaires pratiqués dans les murs coniques obliques (voyez ce que nous avons dit à ce sujet au n°. 318). En conséquence, je crois que l'inspection de l'épure de la figure 219 suffira au lecteur qui se sera donné la peine de suivre attentivement les explications précédentes, et qui aura fait soigneusement toutes les épures que j'ai données ou indiquées jusqu'ici.

REMARQUE SUR LES BERCEAUX EN DESCENTE.

On a vu, dans le cours de ce chapitre, combien les berceaux en descente sont plus difficiles que les berceaux ordinaires; mais les difficultés qu'ils

présentent ne sont rien en comparaison des défectuosités qu'il s'y rencontre, quand on les considère dans toute la simplicité de leur forme, comme nous l'avons fait ici; car ces défectuosités sont telles, qu'on ne peut les laisser subsister sans violer les lois les plus impérieuses de la bonne construction, ainsi que nous allons le faire concevoir.

En effet, les angles que forment les faces des pierres, pour un ouvrage quelconque, doivent toujours être droits; les surfaces des voussoirs des berceaux en descente étant inclinées à l'horizon, forment, avec les faces des murs, des angles d'autant plus aigus, que le rampant du berceau est plus considérable. Les lits des assises d'un mur doivent toujours être des plans horizontaux; les surfaces d'état de charge des voussoirs des berceaux doivent s'accorder parfaitement, sans entaille ni refouillement, avec les lits des murs; les surfaces d'état de charge, des voussoirs des berceaux en descente, sont inclinées à l'horizon : elle ne peuvent donc pas s'accorder d'une manière convenable avec les lits des assises des murs. Cette dernière défectuosité est d'autant plus grande, dans les berceaux en descente pratiqués dans les murs cylindriques ou coniques, que, non-seulement les surfaces d'état de charge ne sont pas horizontales, mais encore leurs intersections avec les faces des murs ne le sont pas non plus, ainsi qu'on le voit dans les épures fig. 212, 214, 216, 217, 218 et 219. Il y a plus; dans les épures fig. 216, 217, 218 et 219, l'un des ceintres de face du berceau est nécessairement un arc rampant, ce que les règles du bon goût réprouvent en architecture, sur-tout quand ces arcs rampans sont placés d'une manière ostensible. Toutes ces défectuosités disparaissent, et les berceaux en descente ne deviennent pas plus difficiles que les berceaux proprement dits, quand on les dispose comme il sera expliqué plus tard. En conséquence, j'aurais pu me dispenser de donner le chapitre que je termine ici, si je n'avais pas cru nécessaire de donner, à ceux qui veulent se mettre au-dessus des difficultés, l'occasion de s'exercer avantageusement.

CHAPITRE IX.

Des Voûtes coniques.

331. Nous appelerons *voûtes coniques* toutes celles dont l'intrados sera une surface conique quelconque. La directrice de l'intrados d'une voûte conique peut être une courbe fermée, ou une courbe ouverte. Dans le cas où elle est une courbe ouverte, la surface prend le nom de surface conique ouverte; et dans celui où cette directrice est une courbe fermée, on peut ne considérer que la moitié, ou qu'une portion moindre que la moitié de cette directrice; de sorte que, la surface conique n'étant plus entière, elle se présente comme une surface conique ouverte, et puisse, en conséquence, être rangée dans cette dernière classe. Les voûtes, dont l'intrados, concave en dessous, est une surface conique ouverte, ne peuvent être pratiquées qu'au travers des murs, comme les berceaux, ou dans l'encoignure formée par la rencontre de deux murs droits ou en talus. Dans le premier cas, l'intrados ne se prolonge jamais jusqu'au sommet de la surface conique, et la voûte prend le nom de *porte* ou *arcade conique,* et quelquefois de *soupirail* ou d'*abat-jour coniques.* Dans le second cas, elles s'appellent *trompes,* et l'intrados va jusqu'au sommet de la surface.

Quand l'intrados de la voûte est une surface conique fermée, et qu'elle est pratiquée au travers d'un mur, on lui donne les noms d'O, de *soupirail* ou d'*abat-jour conique en œil de bœuf,* et l'intrados ne se prolonge pas jusqu'au sommet de la surface. Les voûtes à surface conique fermée peuvent servir à couvrir les salles cylindriques, et alors, si le sommet est très-élevé, on leur donne le nom de *flèches coniques;* si, au contraire, le sommet de la surface est très-peu élevé, elles donnent lieu à des espèces de plafonds coniques susceptibles de produire un bon effet, tant sous le rapport de la décoration que sous celui de la solidité. Dans ce chapitre, nous ne traiterons que des portes et des œils de bœufs coniques, et nous renverrons les trompes au chapitre suivant, et les plafonds coniques au chapitre treizième.

DES PORTES CONIQUES EN GÉNÉRAL.

Dans toutes les portes coniques, il faut entendre que les génératrices de naissance sont situées dans un même plan horizontal, et que la directrice

de la surface d'intrados est une courbe plane située dans un plan vertical. Cette directrice sera, le plus souvent, une demi-circonférence de cercle, quelquefois une demi-ellipse, une anse de panier, ou un arc de cercle moindre qu'une demi-circonférence, rarement une parabole, et à plus forte raison une hyperbole, une cycloïde, une cassinoïde, etc. Ainsi, la généralité de nos raisonnemens ne sera presque pas diminuée, en supposant un axe à la surface d'intrados des portes coniques. Quant au genre d'appareil qui convient à cette espèce de voûtes, il est absolument le même que pour les portes cylindriques ou en berceau. Cela posé, donnons les moyens de tracer les épures des portes coniques pratiquées dans les murs droits, dans les murs en talus, dans les murs gauches, dans les murs cylindriques droits, dans les murs cylindriques obliques, dans les murs coniques droits, et dans les murs coniques obliques, comme nous l'avons fait pour les plates-bandes et pour les berceaux.

DES PORTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS DROITS.

Nous distinguerons deux cas dans les portes coniques pratiquées dans les murs droits; 1°. le cas où l'axe de l'intrados est perpendiculaire aux faces du mur; 2°. celui où cet axe est quelconque. Dans le premier cas la porte sera dite *conique droite*, et dans le second *conique oblique*.

DES PORTES CONIQUES DROITES.

332. Supposons que les droites AB, CD (fig. 220) soient les traces horizontales des faces du mur droit au travers duquel on veut pratiquer une porte conique droite; que la droite EF soit la projection horizontale de l'axe de l'intrados de la porte, et le point F celle du sommet de la même surface; enfin, supposons que la courbe IMN soit la projection verticale de la directrice de cette même surface, cette directrice étant une demi-circonférence de cercle située sur la face verticale du mur dont la droite AB est la trace horizontale. Cela posé, on observera que la projection horizontale EF de l'axe de la surface d'intrados est perpendiculaire aux traces horizontales AB, CD des faces du mur; que la ligne de terre IN est parallèle aux mêmes traces, et que, par conséquent, le centre H de la demi-circonférence de cercle IMN est la projection verticale du sommet de la surface. Ensuite, pour avoir l'épure de la porte en question, on opérera de la manière suivante :

D'abord on divisera la demi-circonférence de cercle IMN en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs, comme pour les berceaux;

seront les panneaux de douëlles demandés, lesquels sont, dans ce cas, tous égaux entre eux.

Pour avoir les panneaux des coupes, par le centre H (fig. 220), on décrira les arcs de cercles TT′, UU^4, etc., qui passeront par les points T, U, etc., et qui viendront rencontrer la ligne de terre IN aux points T′, U^4, etc., par lesquels on abaissera les droites $T'T^3$, U^4U^3, etc., perpendiculaires à la ligne de terre U^4N; puis, pour avoir le panneau de la coupe PT, on prendra un rayon égal à FT^2, et par le point a (fig. 221) on décrira un arc de cercle en o; on prendra un rayon égal à KT (fig. 220) et par le point c (fig. 221), on décrira un second arc en o, qui coupera le premier au point o, par lequel et le point c on menera la droite co qui sera le bord du panneau qui se trouve sur la face du mur qui contient la grande base de la surface conique. Pour avoir l'autre bord, on prendra un rayon égal à FT^3 (fig. 220), et par le centre a (fig. 221) on décrira un arc de cercle en p; on prendra un autre rayon égal à PT (fig. 220), et par le centre i (fig. 221) on décrira un second arc en p, qui coupera le premier au point p, par lequel et le point i on menera la droite ip, et par les points o et p, on menera la droite op, et le quadrilatère cipo sera le panneau demandé. On obtiendrait les autres d'une manière semblable.

Les développemens de panneaux que nous venons d'expliquer sont inutiles pour tracer les voussoirs des portes coniques, et même ce serait une mauvaise méthode de tracer, que de les employer. Voici un moyen beaucoup plus sûr et plus expéditif :

Supposons qu'il s'agisse d'un premier voussoir; on levera le panneau de tête X′OPTV (fig. 220) et on équarrira, à ce panneau, une pierre qui ait une longueur égale à l'épaisseur du mur, comme s'il s'agissait d'un berceau, et cette pierre prendra la forme abcdefghik (fig. 222). Cela fait, on prendra la distance PK, ou son égale OI (fig. 220) que l'on portera sur la pierre (fig. 222) de b en m et de c en l; ensuite, on joindra les points m et i, l et h, par les droites mi, lh, et on joindra les points m et l par une cerce levée sur la demi-circonférence de cercle IMN, et il ne restera plus qu'à tailler la douëlle mihl, pour avoir terminé le voussoir.

333. On pourrait encore tracer les voussoirs des portes coniques par la méthode suivante :

Supposons toujours qu'il s'agisse d'un premier voussoir; on commencera par lever un panneau de projection horizontale $K^2K'XY$, au moyen duquel on équarrira une pierre qui ait la hauteur IT, et cette pierre aura la forme anopqefk (fig. 222). Cela fait, on fera, sur la pierre, les hauteurs nl, oh,

respectivement égales aux hauteurs K^3K, $P'P$ (fig. 220), et on joindra les points l et h par la droite lh (fig. 222); ensuite, on fera les distances nm, oi, respectivement égales aux saillies de douëlle AK', CK^2 (fig. 220); on joindra les points m et i par la droite mi, et les points m et l, i et h, respectivement par des cerces levées sur les demi-circonférences IMN, ORS, et la douëlle sera tracée. Pour tracer la coupe, on fera les distances qd, pg (fig. 222) respectivement égales aux distances AK', T^4K^2 (fig. 220); et on joindra les points l et d, d et g, g et h par les droites ld, dg et gh, et la pierre sera terminée.

Si la directrice IMN (fig. 220) était une demi-ellipse, ou toute autre courbe régulière, la manière de tracer l'épure et les voussoirs serait la même que pour le cas des portes coniques obliques, que nous allons expliquer.

DES PORTES CONIQUES OBLIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS DROITS.

334. Supposons (fig. 223) 1°. que les droites AB, CD soient les traces horizontales des faces du mur droit au travers duquel on veut pratiquer une porte conique oblique; 2°. que la droite EF soit la projection horizontale de l'axe de la surface d'intrados, et le point F celle du sommet de la même surface; et 3°. que la droite GI, perpendiculaire à la droite EF, soit la ligne de terre du plan de projection verticale. Cela posé, supposons qu'on ait décrit la projection verticale GHI de la grande base de la surface d'intrados, qui est située sur la face du mur dont la trace horizontale est la droite CD, et que cette base soit une courbe régulière quelconque. Pour avoir l'épure de la porte dont il s'agit, on divisera la courbe GHI en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; et par les points de division K, L, M et N, et les points G et I, on abaissera, à la ligne de terre GI, les perpendiculaires Gg, Kk, Ll, Mm, Nn et Ii, lesquelles iront rencontrer la trace horizontale CD, de la face du mur qui contient la grande base de la surface, aux points g, k, l, m, n et i, lesquels appartiendront respectivement aux projections horizontales des arrêtes des douëlles, que l'on obtiendra en menant, par les points g, k, l, m, n et i, et par la projection horizontale F du sommet de la surface d'intrados, les droites gs, kv, lx, my, nz et iu, qui seront les projections demandées. Pour avoir les projections verticales RV, QX, PY et OZ des mêmes arrêtes, ainsi que des coupes, par la projection verticale F' du sommet de la surface d'intrados, et les points K, L, M et N, on menera les droites RV, QX, PY et OZ, qui seront les projections demandées, menées indéfiniment.

Quelle que soit la courbe GHI, pour avoir la projection verticale STU

de l'intersection de la surface d'intrados avec la face du mur, dont la trace horizontale est la droite AB, par les points s, v, x, y, z et u, où les projections horizontales des arrêtes des douëlles vont rencontrer la trace horizontale AB, on élevera les perpendiculaires sS, vV, xX, yY, zZ et uU, à la ligne de terre GI, lesquelles iront respectivement rencontrer les projections verticales des mêmes arrêtes, aux points S, V, X, Y, Z et U, par lesquels on fera passer la courbe SVXTYZU, qui sera la projection demandée. Si l'on veut avoir les projections horizontales gv', qx', pz et iy' des arrêtes supérieures et horizontales des coupes, par les points R, Q, P et O, on abaissera, à la ligne de terre, les perpendiculaires Rg, Qq, Pp et Oi, et les parties gv', qx', pz, et iy', de ces perpendiculaires, seront les projections demandées, et l'épure sera terminée.

Tout inutile que soit le développement des panneaux des douëlles et des coupes, si on veut l'obtenir, on s'y prendra de la manière suivante :

D'abord on observera que comme la surface conique est oblique, ses génératrices sont inégales entre elles, et que, par conséquent, il faut commencer par avoir leurs véritables longueurs. Pour cela, par la projection horizontale F du sommet de la surface, comme centre, et avec les rayons respectifs Fk, Fl, FE, Fm, Fn et Fi, on décrira les arcs de cercle kk', ll', Ee, mm', nn' et in', lesquels iront rencontrer la génératrice de naissance Fg, respectivement aux points k', l', e, m', n', par lesquels on élevera, à la droite Fg, les perpendiculaires $k'k^2$, $l'l^2$, ee', $m'm^2$ et $n'n^2$; on fera les distances $k'k^2$, $l'l^2$, ee', $m'm^2$, $n'n^2$, respectivement égales aux ordonnées K'K, L'L, F'H, M'M, et N'N, de la grande base de la surface, et par les points g, k^2, l^2, e', m^2, n^2 et n', on fera passer une courbe $gk^2l^2e'm^2n^2n'$, qui n'a d'autre objet que celui de réunir les points g, k^2, l^2, e', m^2, n^2 et n', afin d'en bien montrer la correspondance avec les points G, K, L, etc. Cela fait, par le point F et les points k^2, l^2, e', m^2, n^2, on menera les droites k^2v^5, l^2x^5, etc.; et ensuite, par le point F comme centre, et avec les rayons Fv, Fx, FE', Fy, Fz et Fu, on décrira les arcs de cercle vv^4, xx^4, etc., qui iront rencontrer la génératrice Fg de naissance aux points v^4, x^4, etc., par lesquels on élevera les perpendiculaires v^4v^5, x^4x^5, etc., lesquelles iront rencontrer respectivement les droites k^2v^5, l^2x^5, etc., aux points v^5, x^5, etc., par lesquels, et les points s et u', on fera passer une courbe sv^5x^5.......u', et les distances Fg, Fk^2, Fl^2, Fe', etc., seront les longueurs des génératrices entières de la surface, et les longueurs Fs, Fv^5, Fx^5, etc., seront celles qu'il faut respectivement retrancher des premières, pour avoir les longueurs gs, k^2v^5, l^2x^5, etc., des arrêtes des douëlles. Pour

avoir les longueurs nécessaires pour construire les panneaux des coupes, par le point F comme centre, et avec les rayons Fv', Fq et Fx', Fp et Fz, Fi et Fy', on décrira les arcs de cercle $v'v^2$, qq' et $x'x^2$, pn' et y'u', etc., lesquels iront rencontrer la génératrice de naissance Fg aux points v^2, q' et x^2, n', etc., par lesquels, et le goint g, on élevera les perpendiculaires gg' et v^2v^3, $q'q^2$ et x^2x^3, etc., que l'on fera respectivement (deux à deux) égales aux hauteurs GR, Q'Q ; par les points k^2 et g', l^2 et q^2, etc., on menera les droites k^2g', l^2q^2, etc.; et par les points v^5 et v^3, x^5 et x^3, etc., on menera les droites v^3v^5, x^3x^5, etc. Maintenant on procédera au développement des panneaux de la manière suivante :

On commencera par déterminer le ceintre de face yE''i de la face dont la trace horizontale est la droite CD, en s'y prenant comme s'il s'agissait d'un berceau ordinaire, et ensuite on menera une droite quelconque ab (fig. 224), que l'on fera égale à Fi (fig. 223); par le point a, comme centre (fig. 224), on décrira un arc de cercle en c, avec le rayon Fn^2 (fig. 223); par le point b, comme centre (fig. 224), on décrira un second arc de cercle en c, avec un rayon égal à yk^3 (fig. 223), et par le point c (fig. 224), où ces deux arcs se couperont, on menera la droite ca. Par le point a, comme centre, et avec le rayon Fm^2 (fig. 223), on décrira un arc de cercle en d (fig. 224); par le point c et avec un rayon égal à k^3l^3 (fig. 223), on décrira un second arc en d (fig. 224), qui coupera le premier au point d, par lequel et le point a, on menera la droite da, et ainsi de suite pour déterminer les points f, g et h de ce développement; par les points b, c, d, e, f, g et h, on fera passer la courbe beh, qui sera le bord du développement des panneaux des douëlles, du côté de la grande base de l'intrados. Pour avoir le bord iklmnop, du côté de la petite base, on fera les longueurs ap, ao, an, am, etc., respectivement égales aux distances Fs, Fv^5, Fx^5, etc. (fig. 223); et par les points i, k, l, m, etc. (fig. 224), on fera passer la courbe iklmnop, qui sera le second bord du développement.

Quant aux panneaux de coupe ckrq, dlts, etc., on s'y prendra comme il a été dit au n°. 332, en observant de prendre les longueurs Fg', Fq^2, Fp^2, etc., et Fv^3, Fx^3, etc. (fig. 223), pour décrire (fig. 224) les arcs en v, u, etc., et en x, q^2, etc., du point a, comme centre. Quant aux distances gv, fu, etc., on les fera respectivement égales aux longueurs de coupe k^3k^4, l^3l^4, etc. (fig. 223); et ensuite on fera les distances vx, uq^2, etc. (fig. 224), toutes égales à la droite yv' (fig. 223), en décrivant des arcs de cercle en x, q^2, etc. (fig. 224), par les points v, u, etc.

Pour tracer les voussoirs, on se servira des moyens donnés aux n°s. 332 et 333.

335. La figure 225 est l'épure de l'assemblage de deux voûtes coniques obliques, réunies par un berceau entre deux. Cet assemblage de trois voûtes a lieu dans l'épaisseur d'un mur droit dont les droites AB, GH sont les traces horizontales des faces. Les droites AC, BD sont les projections horizontales des génératrices de naissance de la première voûte conique; les droites CE, DF sont celles des génératrices de naissance du berceau, et les droites EG, FH, sont celles des génératrices de naissance de la seconde voûte conique. Toutes ces génératrices de naissance sont sur un même plan horizontal. Les droites CD, EF, qui sont les projections horizontales des intersections des deux surfaces coniques avec la surface cylindrique, sont ou ne sont pas parallèles entre elles et aux traces AB, GH des faces du mur; la courbe A'NB' est la projection verticale de l'intersection de la première surface conique avec la face du mur dont la droite AB est la trace horizontale, et peut être prise arbitrairement, mais celle OPQ de la seconde face du mur dont la droite GH est la trace horizontale, ainsi que celle TUV de la section droite du berceau, dépendent de la première, et on les obtiendra de la manière suivante :

Après avoir divisé la courbe arbitraire A'NB' en autant de parties égales qu'on veut avoir de voussoirs, par les points de division a, b, c, d, on abaissera les perpendiculaires aa', bb', cc' et dd', à la ligne de terre A'B'; par la projection horizontale X du sommet de la surface conique, et par les pieds a', b', c', d', de ces perpendiculaires, on menera les droites a'e', b'f', c'g', d'h', lesquelles seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la première voûte conique. Par les points C, e', f', g', h' et D, où ces droites rencontreront la projection horizontale CD de l'intersection de la première voûte conique avec le berceau, on élevera les perpendiculaires CT, e'e, f'f, g'g, h'h, DV, à la ligne de terre A'B'; par les points a, b, c, d, et la projection verticale R du sommet de la première surface conique, on menera les droites ae, bf, cg, dh, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la première voûte conique, et qui iront respectivement rencontrer les droites e'e, f'f, g'g, h'h, aux points e, f, g, h, par lesquels et les points T et V on fera passer la courbe TUV, qui sera la projection verticale de l'intersection de la première voûte conique avec le berceau, et en même temps la section droite du berceau, si les génératrices de ce dernier sont perpendiculaires au plan de projection verticale, ainsi que nous les supposons ici. En conséquence de cette dernière supposition, on prolongera les droites TC, ee', ff', gg', hh', VD, qui sont perpendiculaires à la ligne de terre A'B', jusqu'à leur rencontre E, e^2, f^2, g^2, h^2, F, avec la projection

horizontale de l'intersection du berceau avec la seconde surface conique; par les points E, e^2, f^2, g^2, h^2, F, et la projection horizontale Y du sommet de la seconde surface conique, on menera les droites EG, e^2i', f^2k', g^2l', h^2m', FH, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la seconde voûte conique. Par les points G, i', k', l', m', H, où ces projections rencontrent la trace horizontale GH de la seconde face du mur, on élevera, à la ligne de terre A'B', les perpendiculaires GO, i'i, k'k, l'l, m'm, HQ; par les points i, k, l, m, et les points O et Q on fera passer la courbe OPQ qui sera la projection verticale de l'intersection de la seconde surface conique avec la face du mur dont la trace horizontale est la droite GH.

Les lignes de construction indiquent assez clairement comment on devra opérer pour avoir les projections horizontales et verticales des arrêtes des coupes, qui doivent terminer l'épure.

Pour tracer les voussoir de ce système de voûtes, on les équarrira d'abord comme s'il s'agissait d'un berceau biais, dont le ceintre principal serait la courbe TUY (voyez au n°. 304, la manière de tracer ces voussoirs), et ensuite, on opérera de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse d'un premier voussoir, de celui dont le panneau de tête est la figure $STeA^2M$; on le taillera d'abord comme il vient d'être dit, et il aura la forme gadfihk'a'lk (fig. 226), et ensuite on fera les longueurs dc et lo (fig. 226) respectivement égales aux distances T'C, e^3e' (fig. 225); les longueurs db, lp (fig. 226) respectivement égales aux distances T'E, e^3e^2 (fig. 225), et l'on décrira les courbes co, bp (fig. 226) dans la douëlle aa'ld, de manière qu'elles soient respectivement dans les plans menés, le premier par la droite cc' et le point o, et le second par la droite bb' et le point p. Les droites cc', bb' forment, avec l'arrête ad du voussoir, les mêmes angles que les droites CD, EF (fig. 225) avec la projection horizontale des arrêtes des douëlles de la partie cylindrique de la voûte en question. Cela fait, on fera les distances dm, ln (fig 226), respectivement égales aux distances TA', ea (fig. 225); on joindra les points m et c, n et o par les droites mc, no; on joindra, de plus, les points m, n par une cerce levée sur le ceintre de face situé sur la face du mur dont la droite AB est la trace horizontale, ceintre de face qu'on obtiendra comme s'il s'agissait d'un berceau biais dans un mur droit (n°. 302). On fera ensuite les distances ar, a'q (fig. 226) respectivement égales aux distances TO, ei (fig. 225), et on joindra les points r et b, q et p par les droites rb, qp (fig. 226), et les points r, q par une cerce levée sur le ceintre de face de

la face du mur dont la droite GH (fig. 225) est la trace horizontale, et la pierre sera tracée, sauf le joint qui doit s'accorder avec les carreaux du mur, qu'on tracera comme les fig. 225 et 226 l'indiquent. Quand on taillera les douëlles coniques cmno, rqpb, on aura soin de faire glisser la règle sur les courbes co, mn, et bp, rq, de manière qu'elle soit toujours dans la direction des génératrices des surfaces coniques dont ces douëlles font partie.

Pour tracer le second voussoir dont le panneau de tête est la fig. ZA^2efZ^2Z', après avoir mis le voussoir sous la forme abcdefghiklm (fig. 227), on fera les distances dy, dz (fig. 227), respectivement égales aux distances e^3e^2, e^3c' (fig. 225); les distances cx, cv (fig. 227), respectivement égales aux distances f^3f^2, f^3f' (fig. 225), et les distances bx', bv' (fig. 227) respectivement égales aux distances e^3e^2, e^3e' (fig. 225), prises sur la projection horizontale de l'extrémité Z^2 de la coupe, et ensuite on joindra les points v et v', x et x', par les droites vv', xx', et les points v et z, xy par les courbes vz, xy, de manière qu'elles soient dans les plans menés, le premier par la droite vv' et le point z, et le second par la droite xx' et le point y, puis on tracera les douëlles coniques d'c'vz, yi'k'x, comme on l'a fait pour le premier voussoir; et on tracera tous les autres de la même manière.

Le système de voûtes que nous venons de traiter s'emploie assez souvent dans les murs de fortification, pour les embrasures par lesquelles on tire le canon.

DES PORTES CONIQUES QUELCONQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS EN TALUS.

336. Supposons (fig. 228) 1°. que les droites AB, CD, soient les traces horizontales des faces du mur en talus, au travers duquel on veut pratiquer une porte conique, la trace AB étant celle de la face en talus; 2°. que la droite EF, quelconque, soit la projection horizontale de l'axe de la surface d'intrados, le point F étant celle du sommet de la même surface; 3°. que la courbe régulière quelconque HIK soit la projection verticale de la directrice de la surface conique, dans un plan perpendiculaire à la droite EF, cette directrice étant située dans un plan vertical élevé sur la droite AB; 4°. que la droite F^2L soit la projection verticale de l'axe de la surface en question, dans un plan perpendiculaire à la direction du mur; 5°. que la droite Lf soit l'intersection du plan en talus avec le plan de projection verticale. Cela posé, on opérera de la manière suivante pour dessiner l'épure de la porte conique en question :

On divisera la directrice HIK en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs, et par les points de division a, b, c et d, on menera

les droites a^6a^{10}, b^7b^6, c^6c^8, et d^6d^{10}, au point F′ qui est la projection verticale du sommet de la surface d'intrados de la porte, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles; par les mêmes points de division, on abaissera, à la ligne de terre HK, les perpendiculaires HA, aa^2, bb^2, cc^2, dd^2, KB, lesquelles iront rencontrer la trace horizontale AB de la face en talus du mur, aux points A, a^2, b^2, c^2, d^2, B, par lesquels, et la projection horizontale F du sommet de la surface conique, on menera les droites AC, a^2a^9, b^2b^5, c^2c^4, d^2d^4, BD, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte conique. Cela fait, on fera les distances LN, LO, LP, respectivement égales aux ordonnées $a'a$, b^4b, $c'c$, $d'd$, et par les points N, O, P, et la projection verticale F^2 du sommet de l'intrados de la voûte conique, on menera les droites NX, OV, PU, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la voûte. Par les points e, h et i, où ces droites rencontrent la ligne de talus Lf, on abaissera les perpendiculaires ed^3, hc^3, iE′, à la ligne de terre F^2L, lesquelles iront rencontrer les projections horizontales des arrêtes des douëlles, respectivement aux points a^3 et d^3, b^3 et c^3, et E′, par lesquels, et les points A et B, on fera passer la courbe $Aa^3b^3E'c^3d^3B$, qui sera la projection horizontale de l'intersection de l'intrados de la voûte avec le plan en talus.

Pour avoir la projection verticale HI′K de l'intersection de l'intrados de la voûte conique avec la face en talus, par les points a^3, b^3, c^3, d^3, on élevera les droites a^3a^5, b^3b^5, c^3c^5, d^3d^5, perpendiculaires à la ligne de terre HK, lesquelles iront rencontrer les projections verticales aa^{10}, bb^6, cc^8, dd^{10}, des arrêtes des douëlles, respectivement aux points a^5, b^5, c^5, d^5, par lesquels, et les points H et K, on fera passer la courbe HI′K, qui sera la projection demandée. On aura la projection verticale $C'I^2D'$, de l'intersection de l'intrados de la voûte avec la face verticale du mur, dont la trace horizontale est la droite DC, comme dans le cas d'une porte conique oblique dans un mur droit.

Pour avoir les projections des intersections des plans des coupes de la porte conique dont il s'agit avec la face en talus du mur, on commencera par avoir les projections horizontales Aa^8, b^4C, c^7D, d^7d^8, comme si la porte conique était pratiquée dans un mur droit; puis, parallèlement à la droite ML, on menera les droites QT, RS, aux distances LQ, LR respectivement égales aux hauteurs Ha^6, $C'b^7$, des assises du mur, lesquelles droites QT, RS, seront les projections verticales des arrêtes supérieures des coupes, et rencontreront la ligne de talus Lf, aux points k et f, par lesquels on abaissera les perpendiculaires kd^7, fc^7, à la ligne de terre ML,

lesquelles iront rencontrer respectivement les projections horizontales Aa^8 et d^7d^8, b^4C et c^7D, aux points a^4 et d^7, b^4 et c^7, qui seront les projections horizontales des points où les arrêtes supérieures des coupes vont rencontrer la face en talus; de sorte qu'en joignant, par les droites a^3a^4, b^3b^4, c^3c^7, d^3d^7, le point a^3 au point a^4, le point b^3 au point b^4, le point c^3 au point c^7, le point d^3 au point d^7, ces droites seront les projections horizontales des intersections des plans des coupes avec le plan en talus.

Si l'on veut avoir le développement des panneaux des douëlles, on commencera par supposer la porte conique pratiquée dans un mur droit, et par obtenir le développement behpmi (fig. 229), comme nous l'avons expliqué au n°. 334, en observant de rabattre la moitié des projections horizontales des arrêtes des douëlles, sur chaque génératrice de naissance, pour avoir les véritables longueurs de ces mêmes arrêtes, ainsi qu'on le voit dans l'épure, où les courbes Am'n', Bs'v'x' sont celles qui réunissent les extrémités des arrêtes des douëlles, qui sont supposées sur le plan vertical élevé sur la droite AB; où les courbes Ct'o', Dr'q'p' sont celles qui réunissent les autres extrémités des mêmes arrêtes, et où la courbe HIK est celle sur laquelle on prendra les distances Ha, ab, etc., pour les porter de b en c, de c en d, etc., de la manière que nous avons expliquée au n°. 334, que nous venons de citer. Ensuite, par la projection horizontale F du sommet de la surface conique, comme centre, et avec les rayons Fa^3, Fb^3, on décrira les arcs de cercle a^3n, b^3l, qui rencontreront la génératrice de naissance FA aux points n et l, par lesquels on élevera les perpendiculaires na^7, ll', à la droite FA, lesquelles iront rencontrer respectivement les droites t'm', o'n' aux points a^7 et l', par lesquels, et le point A, on fera passer la courbe Aa^7l'. Par le même point F, comme centre, et avec les rayons Fd^3, Fc^3, FE', on décrira les arcs d^3u, c^3y, E'z, qui iront rencontrer la génératrice de naissance FB aux points u, y, z, par lesquels on élevera les perpendiculaires uu', yy', zz', à la droite FB, lesquelles iront rencontrer les droites r's', q'v', p'x', respectivement aux points u', y', z', par lesquels, et le point B, on fera passer la courbe Bu'y'z'. Cela fait, on fera les distances aq, ar, as, at, au (fig. 229), respectivement égales aux distances Fu', Fy', Fz', Fl', Fa^7 (fig. 227); et, par les points b, q, r, s, t, u, h, (fig. 229), on fera passer la courbe bqrstuh, qui sera le bord du développement des panneaux des douëlles du côté de la face en talus du mur. On aurait les panneaux des coupes par un moyen semblable.

Quant aux voussoirs, on les tracera par le moyen des panneaux de projection horizontale, comme nous l'avons expliqué pour les voûtes coniques

dans les murs droits, en ayant soin, dès que la pierre sera équarrie sur le panneau de projection horizontale, de faire le talus comme s'il s'agissait d'un carreau du mur, avant de faire la douëlle et les coupes.

DES PORTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS GAUCHES.

337. Supposons 1°. que la droite MN (fig. 230) soit la trace horizontale de la face plane et verticale du mur; 2°. que la droite PO soit celle de la face gauche de ce mur; 3°. que les droites ee^2, NO soient les projections horizontales des directrices de la surface gauche, et que les droites Re^3, Ri' soient les projections verticales des mêmes directrices; 4°. que la génération de la surface gauche soit la même que celle que nous avons supposée dans les plates-bandes et les berceaux; 5°. que les courbes ACB, EFG, semblables entre elles, soient les intersections de la surface conique avec les plans verticaux élevés sur les droites PO, MN, supposées parallèles entre elles et à la ligne de terre AB; 6°. enfin supposons que la ligne de terre RS soit perpendiculaire à la trace horizontale PO de la surface gauche. Cela posé, voici comment il faudra opérer pour tracer l'épure de la porte en question :

On divisera les deux courbes semblables ACB, EFG, chacune en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; on joindra les points correspondans de division par les droites aa^3, bb^3, CF, etc., qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles. Pour avoir les projections horizontales des mêmes arrêtes, par les points A, a, b, C,.......,B, et les points E, a^3, b^3, F,......,G, on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires AH, aa', bb', CD',......,BI, et EK, a^3a^2, b^3b^2, FQ',.....,GL, lesquelles iront rencontrer les traces horizontales PO, MN, respectivement aux points H, a', b', D',......,I et K, a^2, b^2, Q',......,L, que l'on joindra par les droites HK, $a'a^2$, $b'b^2$, $D'Q'$,......, IL, qui seront les projections demandées. Enfin, on obtiendra les projections verticales et horizontales des arrêtes des coupes, comme dans le cas des portes coniques obliques dans les murs droits. Puis, on cherchera les projections verticales Rf', Rg^2, Rh^2, etc., des intersections, avec la surface gauche, d'une suite de plans verticaux élevés sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles, de la même manière que nous l'avons expliqué au n°. 325, au sujet des berceaux en descente dans les murs gauches. Ensuite, comme pour les portes coniques dans les murs en talus, on déterminera les projections verticales a^6a^7, b^6b^7, C^3C^2, des arrêtes des douëlles, dans le plan dont la ligne de terre est la droite RS, lesquelles iront rencontrer celles des intersections des plans

verticaux élevés sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles, respectivement aux points a^9, b^8, D^3, etc., par lesquels on abaissera, à la ligne de terre RS, les perpendiculaires a^9a^5, b^8b^5, D^3D^2; etc., lesquelles iront respectivement rencontrer les projections horizontales $a'a^2$, $b'b^2$, $D'Q'$, etc., aux points a^5, b^5, D^2, etc., par lesquels, et les points H et I, on fera passer la courbe $Ha^5b^5D^2$.......I, qui sera la projection horizontale de l'intersection, avec la surface gauche, de l'intrados de la porte conique.

Comme les plans d'état de charge sont horizontaux, ces plans rencontreront la surface gauche suivant des lignes droites, qui seront des génératrices de cette surface gauche; en conséquence, pour avoir les projections horizontales des intersections des états de charge, avec la face gauche, il suffira de mener les droites lk, mn, parallèles à RS, et à des distances égales aux hauteurs d'd, c'c, des états de charge, lesquelles droites lk, mn, rencontreront les projections verticales Re^3, Ri', des directrices de la surface gauche, respectivement aux points e^4 et e^3, i^2 et i', par lesquels on abaissera les perpendiculaires e^4e et e^3e', i^2i^3 et i'i, à la ligne de terre RS, lesquelles iront rencontrer les projections horizontales ee^2, ON des directrices de la surface gauche aux points e et e', i et i', que l'on joindra, deux à deux, par les droites ei^3, e'i, qui seront les projections demandées, lesquelles iront rencontrer les projections horizontales des arrêtes supérieures des coupes aux points d^3, c^3, etc., par lesquels, et les points a^5, b^5, etc., on fera passer les courbes a^5d^3, b^5c^3, etc., qui seront les projections horizontales des intersections des plans des coupes avec la surface gauche. Pour avoir au moins un point intermédiaire entre les extrémités de ces projections, on fera passer des plans horizontaux qui rencontreront les coupes ad, bc, entre les extrémités a et d, b et c, et on opérera sur ces plans comme nous venons de le faire sur ceux d'état de charge.

Maintenant, pour avoir la projection verticale Aa^4b^4C'......B de l'intersection de l'intrados de la porte conique avec la face gauche du mur, par les points a^5, b^5, D^2, etc., on élevera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires a^5a^4, b^5b^4, D^2C', etc., qui rencontreront les droites aa^3, bb^3, CF, etc., aux points a^4, b^4, C', etc., par lesquels et les points A et B, on fera passer la courbe Aa^4b^4C'......B, qui sera la projection demandée. On opérera de la même manière pour avoir les projections verticales a^4d^6, b^4c^5, etc., des intersections des plans des coupes avec la même face gauche, en ayant égard aux points intermédiaires, et l'épure sera achevée. Il aurait mieux valu, comme dans les exemples précédens, prendre la projection verticale ACB, dans un plan vertical dont la ligne de terre AB aurait

été perpendiculaire à la projection horizontale DQ′ de l'axe de la surface d'intrados, parce qu'alors on pourrait plus facilement tracer les voussoirs par panneaux de tête, ce qui permet souvent d'économiser la pierre.

On obtiendrait le développement des panneaux des douëlles et des coupes, comme pour les portes coniques en talus, en cherchant le sommet de la surface d'intrados.

Pour tracer les pierres, on suivra ici la méthode par équarrissement, en se servant de panneaux de projection horizontale, et en faisant la tête gauche du voussoir, avant de faire la douëlle et les coupes.

DES PORTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

338. Supposons que les courbes quelconques PBKO, MILN (fig. 231) soient les traces horizontales des faces du mur cylindrique droit au travers duquel on veut pratiquer la porte conique; que la projection horizontale C′V de l'axe de l'intrados de la porte conique soit normale à la trace horizontale PBKO de la face extérieure du mur; que celle du sommet de la surface conique soit le centre V de la même trace PBKO; que les droites BI, KL, soient les projections horizontales des génératrices de naissance de l'intrados de la porte, et que la courbe régulière quelconque ADB^2, soit la projection verticale (dans un plan perpendiculaire à l'axe C′V) de l'intersection de la voûte avec un plan vertical élevé sur la droite BK menée par les sommets des piédroits.

Cela posé, on divisera la courbe ADB^2, en autant de parties égales que l'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division a, b, etc., et par la projection verticale C du sommet de la surface conique, on menera les droites ca^4, eb^4, etc., indéfiniment, qui seront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles; par les mêmes points a, b, etc., on abaissera, à la ligne de terre AB^2, les perpendiculaires aa′, bb^2, etc., qui rencontreront la droite BK aux points a′, b^2, etc., par lesquels et la projection horizontale V du sommet de la surface conique, on menera les droites a^2a^8, b^3b^5, etc., qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Maintenant, par les points C′ et C^2, on élevera les droites C′B′, C^2C^4, toutes les deux perpendiculaires à l'axe VC′; on fera C^5B égale à CD, et, par le point B et le point V, on menera la droite VB prolongée jusqu'en B′; on fera l'ordonnée CD′ égale à C′B′, et l'ordonnée CE égale à C^2C^4 : le point D′ appartiendra à la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la porte avec la face du mur dont la courbe PBC′KO est la trace horizontale, et le point E à celle de l'intersection du même

intrados avec la seconde face du mur. Ensuite, par les points a^8, b^5, etc., on élevera les perpendiculaires a^8a^9, b^5b^6, etc., à la ligne de terre AB^2, lesquelles rencontreront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles aux points a^9, b^6, etc., par lesquels, et les points A, D′ et B^2, on fera passer la courbe Aa^9b^6D'.......B^2, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la porte avec la face du mur qui répond à l'arc BK. Par les points I, a^2, b^3, etc., on élevera, à la ligne de terre AB^2, les perpendiculaires IF, a^2a^4, b^3b^4, etc., qui rencontreront la ligne de terre AB^2, et les projections verticales ca^4, eb^4, etc., des arrêtes des douëlles, respectivement aux points F, a^4, b^4,........G, par lesquels on fera passer la courbe Fa^4b^4E.......G, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la voûte avec la seconde face du mur, et l'épure sera terminée.

Si l'on voulait y ajouter une seconde projection verticale, dans un plan parallèle au plan projetant de l'axe de la surface conique, on prendrait une ligne de terre TU, quelconque, parallèle à l'axe C′V; on déterminerait la projection verticale U du sommet de la surface conique; par les points B, a^8, b^5, C′, on éleverait les perpendiculaires BQ, a^8a^6, b^5b^7, C′U′, à la ligne de terre UT; on ferait les ordonnées a^7a^6, b^8b^7 et TU′ respectivement égales à $a^{10}a^9$, $b'b^6$ et CD′; par les points Q, a^6, b^7 et U′ on ferait passer la courbe Qa^6b^7U', et on menerait les droites a^6a^5, b^7b^9 et $U'C^3$, qui seraient les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles. Ensuite, par les points I, a^2, b^3 et C^2, on éleverait, à la ligne de terre TU, les perpendiculaires IR, a^2a^5, b^3b^9 et C^2C^3, lesquelles rencontreraient les projections verticales des arrêtes des douëlles aux points R, a^5, b^9 et C^3, par lesquels on ferait passer la courbe $Ra^5b^9C^3$, et la projection verticale de l'intrados de la porte conique serait terminée.

Quant aux projections verticales des intersections des plans des coupes avec les faces du mur, les lignes de construction indiquent assez dans l'épure comment il faudrait opérer pour les obtenir. Cette seconde projection verticale est inutile pour tracer les voussoirs de notre porte conique.

Je laisse au lecteur le plaisir de faire lui-même les épures des portes coniques pratiquées dans les murs cylindriques obliques, dans les murs coniques droits et dans les murs coniques obliques.

Les voûtes coniques en œil de bœuf n'offrent pas plus de difficultés que celles que nous venons de traiter, et les épures se tracent de la même manière. Je laisse aussi au lecteur le plaisir de faire toutes ces épures.

CHAPITRE X.

Des Trompes coniques.

Le bon goût a proscrit les trompes de l'architecture civile ; mais l'architecture militaire s'en sert assez souvent dans les fortifications, parce que dans ces sortes d'ouvrages on regarde moins à l'élégance des formes, qu'à l'utilité.

Les trompes coniques, comme nous l'avons dit au commencement du chapitre précédent, ne peuvent être pratiquées que dans l'encoignure formée par la rencontre de deux murs. Ces murs peuvent être tous les deux droits ou tous les deux en talus, ou bien l'un droit et l'autre en talus. On pourrait aussi supposer ces deux murs, ou un seul, à surface gauche ; ainsi, les trompes coniques peuvent se trouver dans six circonstances différentes, c'est-à-dire, que nous pouvons compter six espèces d'encoignures dans lesquelles les voûtes dont il s'agit peuvent se trouver ; 1°. les encoignures formées par deux murs droits ; 2°. les encoignures formées par deux murs en talus ; 3°. les encoignures formées par un mur droit et par un mur en talus ; 4°. les encoignures formées par deux murs à surfaces gauches ; 5°. les encoignures formées par un mur à surface gauche et par un mur droit ; et 6°. les encoignures formées par un mur à surface gauche et par un mur en talus.

Dans chaque espèce d'encoignures, le ceintre de face d'une trompe conique peut se trouver 1°. sur un plan vertical ; 2°. sur un plan en talus ; 3°. sur une surface gauche ; 4°. sur une surface cylindrique droite ; 5°. sur une surface cylindrique oblique ; 6°. sur une surface conique droite ; et 7°. sur une surface conique oblique : d'où il suit que nous pouvons compter sept espèces de trompes coniques pour chacun des six cas où elles peuvent se rencontrer, ce qui nous fait, en tout, quarante-deux espèces différentes. Pour éviter les épures autant que possible, nous donnerons quelques exemples particuliers, pour habituer le lecteur à ce genre d'ouvrage, et nous terminerons par une épure générale qui les renfermera toutes.

DES TROMPES PRATIQUÉES DANS LES ENCOIGNURES FORMÉES PAR DEUX MURS DROITS, ET QUI ONT LEUR CEINTRE DE FACE DANS UN PLAN VERTICAL.

339. Premier Exemple. Supposons que les droites AB et CD, BE et

DF (fig. 232), soient les traces horizontales des faces des murs qui forment l'encoignure dans laquelle on veut pratiquer une trompe de l'espèce dont il s'agit; que la droite GH soit celle du plan vertical dans lequel le ceintre de face de la trompe doit être situé, et que les traces GB, BH et HG fassent entre elles un triangle isoscèle GBH. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

Quel que soit l'angle formé par les traces AB, EB, des faces intérieures des murs de l'encoignure, on divisera la trace GH, du plan du ceintre de face, en deux parties égales au point I, par une droite BI menée du sommet B de l'angle GBH, et cette droite BI sera la projection horizontale de l'axe de l'intrados de la trompe, et elle sera, dans ce cas, perpendiculaire à la trace GH du plan du ceintre de face. Le point B sera la projection horizontale du sommet de cet intrados, et les droites BG, BH, seront celles des génératrices de naissance de la voûte. Cela fait, on prendra une ligne de terre KL, perpendiculaire à la droite IB, laquelle ligne de terre sera parallèle à la droite GH. Par les points G et H, on élevera, indéfiniment à cette ligne de terre KL, les perpendiculaires GU, HV, qui seront les projections verticales indéfinies des intersections du plan vertical du ceintre de face avec les faces intérieures des murs qui forment l'encoignure; sur la distance KL, comprise entre les points où ces perpendiculaires rencontrent la ligne de terre KL, comme diamètre ou comme axe, on décrira la courbe quelconque KML, qui sera la projection verticale du ceintre de face, lequel sera parfaitement égal à cette projection; on divisera cette courbe KML en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division N, O, etc., on abaissera les perpendiculaires NN′, OO′, etc., à la ligne de terre KL, lesquelles rencontreront la trace horizontale GH du plan du ceintre de face aux points N′, O′, etc., par lesquels, et le point B, on menera les droites BN′, BO′, etc., qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Pour avoir les projections verticales des mêmes arrêtes; par la projection verticale R du sommet de l'intrados, et par les points N, O, etc., on menera les droites bh, ci, etc., qui seront les projections demandées. Si l'on veut que les parties des coupes Nh, Oi, etc., soient normales à la courbe KML, les coupes entières formeront un pli, dans le cas où la courbe KML ne sera pas une demi-circonférence, et les intersections des deux parties de ces coupes seront des droites horizontales dont les projections verticales seront les points N, O, etc. Les coupes extérieures, comme Nh, qui vont rencontrer les projections verticales KU, LV, des intersections du plan vertical du ceintre de face avec

les faces des murs qui forment l'encoignure, ne doivent jamais être prolongées au-delà de ces intersections KU, LV; mais on peut ne pas les prolonger jusque-là, si les hauteurs des assises des murs rencontrent ces intersections KU, LV, plus bas que ne le font les coupes. Si les hauteurs des assises des murs obligeaient de prolonger les coupes, comme Nh, au-delà de l'intersection KU, pour une largeur de douëlle KN, donnée par une première division du ceintre de face, on en ferait une seconde, en mettant moins de voussoirs, pour élever le point N, et s'il n'était pas possible d'élever assez ce point par une nouvelle division, on l'éleverait de ce qu'il faudrait, pour que l'extrémité h de la coupe Nh se trouvât exactement au point où la projection verticale vh du lit correspondant d'une des assises du mur rencontre la droite KU, dût-on ne pas avoir la largeur de douëlle KN égale aux autres.

Après avoir obtenu, comme nous venons de l'expliquer, les projections horizontales et verticales des arrêtes des douëlles et de celles des coupes, on observera que, si l'on prolongeait les projections des arrêtes des douëlles jusqu'à celles du sommet de la surface d'intrados, les largeurs des douëlles seraient nulles au sommet même, et formeraient des angles tellement aigus, que la pierre ne résisterait pas même à la taille. Pour éviter cette aiguité, on tronque les sommets des douëlles par une surface cylindrique dont la directrice adg est une courbe semblable au ceintre de face de la trompe, et l'on remplit le vide occasionné par cette tronquature, au moyen d'un demi-cylindre formé d'un seul morceau de pierre, auquel on donne le nom de *trompillion*. Pour avoir les projections horizontale et verticale de ce trompillion, on mène une droite ST parallèle à la trace horizontale GH du plan vertical du ceintre de face, et cette droite ST est la projection horizontale de l'intersection du trompillion avec l'intrados de la trompe; de sorte que cette intersection est située dans un plan vertical élevé sur la droite ST. Pour avoir la projection verticale adg de la même intersection, par les points S et T, on élevera, à la ligne de terre KL, les perpendiculaires Sa, Tg, lesquelles iront rencontrer la ligne de terre KL aux points a et g, ce qui donnera la distance ag pour le diamètre ou l'axe de la courbe adg, qui doit être semblable au ceintre de face KML, et qui sera la projection verticale demandée. Pour avoir les projections horizontales SS', $b'b^2$, $c'c^2$,.......,TT' des génératrices du trompillion suivant lesquelles les arrêtes des voussoirs de la trompe, dont les projections verticales sont les points a, b, c,.......,g, viennent s'appuyer sur la surface cylindrique de ce trompillion, par les points b', c', d',.....,T, on menera, à la droite IB,

les parallèles SS', b'b², c'c², etc., qui seront les projections demandées, et l'épure sera terminée.

Si l'on voulait avoir le développement des panneaux des douëlles et des coupes, et si le ceintre de face KML était une demi-circonférence de cercle, comme toutes les arrêtes des douëlles seraient égales, on s'y prendrait de la même manière que pour les portes coniques droites dans un mur droit; si le ceintre de face était une courbe différente d'une demi-circonférence, on s'y prendrait de la manière que nous allons expliquer dans l'exemple suivant. Au reste, ce développement est tout-à-fait inutile pour tracer les voussoirs, et ce serait même une mauvaise méthode que de les employer, en faisant d'abord un parement à la pierre pour servir de douëlle, en appliquant le panneau de douëlle sur ce parement, et en faisant les coupes au moyen d'une fausse équerre, comme l'ont proposé les auteurs qui ont écrit sur ce sujet, sur-tout quand les voussoirs sont en état de charge. Voici un procédé beaucoup plus exact (et qui ne demande pas plus de pierre, entre les mains d'un appareilleur intelligent) pour tracer les voussoirs des trompes dont le ceintre de face est sur un plan vertical quelconque.

Supposons qu'il s'agisse de faire le trompillion (fig. 233); on choisira un morceau de pierre qui ait la longueur d'D (fig. 232), et dont la tête contienne le panneau de tête adg; on fera le lit de pose et les deux têtes à cette pierre, de manière que ces deux têtes soient d'équerre au lit, parallèles entre elles, et à une distance l'une de l'autre égale à la longueur d'D, et ensuite on taillera cette pierre en forme de demi-cylindre droit, au moyen du panneau de tête adg. Cela fait, on tracera, sur le lit de pose de la pierre, la forme ahcdfe (fig. 233), au moyen du panneau de plan SBTT'DS' (fig. 232); suivant les droites df, ef (fig. 233), on fera les faces dfg, efg, d'équerre au lit, lesquelles feront partie des faces extérieures des murs d'encoignure, puis on fera la tête conique du trompillion, de manière que le point h sera le sommet, la courbe abc la base, et les droites ah, ch seront les génératrices de naissance de cette tête, et le trompillion sera terminé.

Pour tracer un premier voussoir, celui à gauche, par exemple, on levera le panneau de projection horizontale AGN'b'b²C (fig. 232), et on taillera une pierre qui ait ce panneau pour base, et pour hauteur, la hauteur Kh de l'assise correspondante du mur, et cette pierre aura la forme abcdepkihsqr (fig. 234); cela fait, sur le lit de pose abcdep de la pierre, on menera, par le point d, la droite do, parallèle à cb; on fera la distance do égale à Sb' (fig. 232), et par le point o (fig. 234), on menera la droite on parallèle à

l'arrête de; on prolongera la droite ab jusqu'au point o; puis, on fera la hauteur cg égale à l'ordonnée N^2N (fig. 232), les hauteurs df, em (fig. 234), chacune égale à la hauteur b^3b (fig. 232), et on joindra les points g, f, et m, par les droites gf, fm (fig. 234). On fera ensuite la distance rl égale à b^2h' (fig. 232); on joindra les points g, h, l, m (fig. 234), par les droites gh, hl, et lm, et les points b et g par une cerce prise convenablement sur le ceintre de face KML, et la pierre sera tracée. Pour achever de la tailler, avec une cerce levée sur le ceintre de face du trompillion, et suivant les deux droites on, fn, on taillera la surface cylindrique qui vient s'appuyer sur le trompillion; ensuite, sur cette surface, on tracera l'intersection of, avec cette même surface, du plan vertical élevé sur la droite od. Cela fait, on taillera la douëlle conique bofg, en faisant glisser une règle sur les deux courbes semblables bg, of; par les droites hg, gf, fm, ml, et lh, on fera passer un plan qui sera la coupe du lit de dessus, et la pierre sera terminée.

Pour tracer le voussoir qui vient sur celui que nous venons de faire, on s'y prendra de la même manière, en se servant du panneau de projection horizontale $nGO'c'c^2i'$ (fig. 232), et en équarrissant la pierre à sa plus grande hauteur eU. On se conduira de même pour tracer les autres voussoirs.

On pourrait tracer les voussoirs par panneaux de tête, comme nous l'avons expliqué au n°. 332, pour les portes coniques. Ce dernier moyen est sur-tout commode, dans le cas où les pierres proposées, pour faire la trompe, ne sont pas assez longues pour que les voussoirs soient d'un seul morceau, ce que nous expliquerons plus tard.

340. Second Exemple. Supposons toujours que les droites AB et CD, BE et DF (fig. 235) soient les traces horizontales des faces des murs qui forment l'encoignure dans laquelle on veut pratiquer une trompe, de même espèce que celle de l'exemple précédent; que la droite GH soit celle du plan vertical dans lequel le ceintre de face de la trompe doit être situé; mais, ici, supposons qu'au lieu de faire un triangle isoscèle, les traces GH, BH et BG fassent un triangle GBH quelconque. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

Sur la droite GH, on décrira le ceintre de face HPG, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division R, Q, etc., on abaissera, sur la droite GH, les perpendiculaires RN', QO', etc.; par les pieds N', O', etc., de ces perpendiculaires, et par le sommet B de l'angle GBH, formé par les traces horizontales des faces intérieures des murs, on menera les droites N'b', O'c', etc., qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Puis, on prendra une

ligne de terre KL perpendiculaire à la droite IB, laquelle droite IB passe par le point B et le milieu I de la droite GH, et est la projection horizontale de l'axe de l'intrados de la trompe; le sommet B de l'angle GBH, est la projection horizontale du sommet de la surface d'intrados. Ensuite, par les points G, N′, O′,....., H, on élevera, à la ligne de terre KL, les perpendiculaires G′U, N′N, O′O,....., et HV. Les parties KU, LV de la première et de la dernière, de ces perpendiculaires, sont les projections verticales des intersections des faces intérieures des murs de l'encoignure avec le plan vertical du ceintre de face. On fera les ordonnées N^4N, aO, B′M, etc., respectivement égales à celles N′R, O′Q, IP, etc., du ceintre de face, et par les points K, N, O, M,......., L, on fera passer une courbe KML qui sera la projection verticale du ceintre de face. Par la projection verticale B′, du sommet de l'intrados, et par les points N, O, etc., on menera les droites hb, ic, etc., qui seront les projections verticales des coupes et des douëlles des voussoirs. On disposera les états de charge, en faisant les mêmes observations que dans l'exemple précédent. Quant aux projections du trompillion, on les obtiendra en menant la droite ST parallèle à GH, qui sera la projection horizontale de l'arrête apparente de ce trompillion, et en élevant, par les points S, b′, c′, etc., où les projections horizontales des arrêtes des douëlles rencontrent la droite ST, les perpendiculaires Sa, b′b, c′c, etc., à la ligne de terre KL, lesquelles rencontreront les projections verticales des arrêtes des douëlles aux points a, b, c, etc., par lesquels on fera passer la courbe adg qui sera la projection verticale de la même arrête du trompillion. On abaissera les projections horizontales h′G, i^4i', k^2k', l′H, des extrémités des coupes, qui sont parallèles à l'axe de la surface, et l'épure sera terminée.

Si l'on veut avoir le développement des panneaux des douëlles et des coupes, on cherchera d'abord le développement des douëlles, comme nous l'avons expliqué au n°. 334, pour les portes coniques obliques. Puis, pour avoir les panneaux des coupes, on obtiendra le rabattement de leurs extrémités, comme il a été dit dans le même numéro, et on opérera ensuite, de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse du panneau kcqrs (fig. 236) de la coupe bh (fig. 235); par la projection horizontale B du sommet de l'intrados de la trompe, et avec le rayon Bh′, on décrira l'arc de cercle $h'h^3$; par le point h^3, où l'arc de cercle $h'h^3$ rencontre la génératrice de naissance BE, on élevera, à cette dernière droite, la perpendiculaire h^3h^2, qui rencontrera au point k^2 l'horizontale G^2h^2, qui passe par le rabattement G^2 de l'extré-

mité de la coupe en question; puis, avec un rayon égal à BG^2, et du point a, comme centre (fig. 236), on décrira un arc de cercle en q; par le point c, comme centre, et avec le rayon ZZ′ (fig. 235), on décrira un autre arc de cercle en q, qui coupera le premier au point q, et on menera la droite cq; avec le rayon Bh^2 (fig. 235), et par le point a, comme centre (fig. 236), on décrira un arc de cercle en r; avec un rayon égal à la projection horizontale Gh′ de l'arrête supérieure de la coupe (fig. 235), et par le point q, comme centre (fig. 236), on décrira un autre arc de cercle en r, qui coupera le premier au point r, par lequel, et le point q, on menera la droite qr, à laquelle, et par le point k, on menera la parallèle ks; on fera la distance ks égale à $b' b^2$ (fig 235); on joindra les points r et s par la droite sr, et la figure kcqrs sera le panneau demandé. On obtiendrait les autres par le même moyen.

Quant à la manière de tracer les voussoirs, elle est la même que pour le cas précédent.

DES TROMPES PRATIQUÉES DANS LES ENCOIGNURES FORMÉES PAR LA RENCONTRE DE DEUX MURS DROITS, LE CEINTRE DE FACE DE LA TROMPE ÉTANT SITUÉ SUR UN PLAN EN TALUS.

341. Supposons que les droites AB et CD, FE et DC (fig. 237) soient les traces horizontales des faces des murs qui forment l'encoignure dans laquelle on veut pratiquer une trompe de l'espèce dont il s'agit; que la droite HI soit la projection horizontale de l'intersection, avec le plan en talus, du plan qui passe par les génératrices de naissance, et que la courbe régulière quelconque HKI soit l'intersection avec l'intrados de la trompe, d'un plan vertical élevé sur la droite HI. Supposons, de plus, que l'on ait pris une ligne de terre QR, quelconque, perpendiculaire à la droite HI, prolongée, et que la droite Qs soit l'intersection du plan en talus avec le plan vertical élevé sur la droite QR. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

On divisera, comme à l'ordinaire, la courbe HKI, qui est la directrice de l'intrados de la trompe, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division M, N, etc., on abaissera, à la droite HI, les perpendiculaires MM′, NN′, etc.; par les pieds M′, N′, etc. de ces perpendiculaires, et par le point D, qui est la projection horizontale du sommet de l'intrados, on menera les droites M′c, N′d, etc., qui seront les

projections horizontales des arrêtes des douëlles. On déterminera la projection verticale R du sommet de la surface conique, et ensuite, on fera les distances QS, QT, QU, respectivement égales aux ordonnées M'M, N'N, LK, et par les points S, T, U, et le point R on menera les droites RS, RT, RU, lesquelles seront les projections verticales des arrêtes des douëlles. Par les points p^3, o^3, l, où ces projections verticales rencontrent la ligne de talus Qs, on menera, à la droite QH, les parallèles p^3m, o^3n, lL', lesquelles rencontreront respectivement les projections horizontales des arrêtes des douëlles et celle de l'axe de la surface conique aux points m et p, n et o et L', par lesquels, et les points H et I, on fera passer la courbe HL'I, qui sera la projection horizontale de l'intersection de l'intrados de la trompe avec le plan en talus. Cela fait, on prendra une ligne de terre H'I' perpendiculaire à la projection horizontale LD de l'axe de la surface conique, prolongée indéfiniment; puis, par les points H, m, n, o, p, on élevera les droites HH', mm', nn', oo', pp', II', perpendiculaires à cette ligne de terre H'I'; on fera ensuite les ordonnées m^2m' et p^2p', n^2n' et o^2o' et $D'L^2$, respectivement égales aux hauteurs p^4p^3, o^4o^3 et l'l, et, par les points H', m', n', L^2, o', p', et I', on fera passer la courbe $H'L^2I'$, qui sera la projection verticale du ceintre de face de la trompe. Maintenant, par les points m', n', o', p', et la projection verticale D' du sommet de l'intrados, on menera les droites zc', yd', xf' et vg', qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles et des coupes. Supposons que la droite yx soit la projection verticale du lit d'une assise des murs; on prendra la hauteur y'y que l'on portera de Q en V, et, par le point V, on menera la droite VY parallèle à la ligne de terre QR; par le point s, où la droite VY rencontrera la ligne de talus, on abaissera, à la ligne de terre QR, la perpendiculaire ss^2, et la partie $s's^2$ de cette perpendiculaire, comprise entre les traces horizontales CD, ED, des faces intérieures des murs de l'encoignure, sera la projection horizontale de l'intersection du plan en talus avec le plan du lit dont nous venons de parler. Par les points s^2, s', où cette projection horizontale s^2s' rencontre les traces DC, DE, on élevera, à la ligne de terre H'I', les perpendiculaires s^2s^4, $s's^3$, qui rencontreront la droite s^4s^3 aux points s^4, s^3, par lesquels, et les points H'I', on menera les droites $H's^4$, $I's^3$, qui seront les projections verticales des intersections du plan en talus avec les faces intérieures des murs de l'encoignure. Il faut s'arranger de manière que la division du ceintre de face HKI soit telle, que les coupes c'z, g'v rencontrent les droites $H's^4$, $I's^3$ respectivement aux

points z et v, qui sont ceux où la projection verticale z'v' du lit correspondant des assises des murs rencontre les droites $H's^4$, $I's^3$. Pour satisfaire à cette condition, on se rappelera ce que nous avons dit au n°. 339. Cela posé, on prendra la hauteur z^2z pour la porter de Q en S, et, par le point S, on menera la droite SX parallèle à la ligne de terre QR; par le point r, où cette droite SX rencontre la ligne de talus, on abaissera, à la ligne de terre QR, la perpendiculaire rr^2; par les points z et v, on abaissera, à la ligne de terre H'I', les perpendiculaires zr^2, vr', qui rencontreront la droite r^2r' aux points r^2, r' situés sur les traces horizontales DC, DE des faces intérieures des murs de l'encoignure, par lesquels, et les points m, p, on menera les droites mr^2, pr', qui seront les projections horizontales des intersections des plans des premières coupes. Pour avoir celles nt, ou, des autres coupes, par les points y, x, on abaissera, à la ligne de terre H'I', les perpendiculaires yt, xu. Les extrémités horizontales des coupes auront pour projections horizontales les droites r^2r^4, ty', uu' et $r'r^3$, et l'épure sera terminée.

Si l'on veut faire le développement des panneaux des douëlles et des coupes, on s'y prendra comme nous l'avons expliqué au sujet des portes coniques dans les murs en talus, pour les panneaux des douëlles, et comme nous l'avons expliqué au n°. 340 pour les panneaux des coupes.

Pour tracer les voussoirs, on fera usage des panneaux de tête, comme nous l'avons expliqué au n°. 333, et, dans ce cas, on pourra se servir des panneaux de coupe pour tracer les têtes en talus quand la pierre sera équarrie, comme il a été dit. Si on l'aime mieux, on les tracera par équarrissement au moyen de panneaux de projection horizontale, comme nous l'avons dit au n°. 332, et on aura soin de faire le talus avant de faire la douëlle et les coupes.

DES TROMPES PRATIQUÉES DANS LES ENCOIGNURES DE MÊME GENRE QUE PRÉCÉDEMMENT, LE CEINTRE DE FACE ÉTANT SUR UNE SURFACE GAUCHE.

342. Supposons 1°. que les droites AB et CD, DE et FG (fig. 238), soient les traces horizontales des faces des murs droits qui forment l'encoignure de la trompe qu'on veut faire; 2°. que la droite HI soit la projection horizontale de l'intersection du plan des naissances de la trompe avec la surface gauche; 3°. que cette surface gauche soit engendrée comme toutes celles dont nous avons parlé jusqu'ici; et, 4°. que la courbe HKI soit l'intersection d'un plan vertical élevé sur la droite HI, avec l'intrados de la trompe. Supposons, de plus, qu'on ait pris deux lignes de terre, l'une H'I' perpendiculaire à la projection horizontale LD de l'axe de l'intrados de la trompe,

et l'autre QR perpendiculaire à la droite IH, prolongée ; et que les droites QQ′, QY soient les projections verticales des directrices de la surface gauche, directrices que nous supposons dans les faces intérieures des murs d'encoignure ; cela posé, on cherchera d'abord la projection horizontale HmnL′opI, comme il a été dit au nº. 337, au sujet des portes coniques dans les murs gauches, en observant de faire les distances QS, QT, QU, respectivement égales aux ordonnées M′M, N′N, LK, etc., de la courbe HKI; ensuite, on aura la projection verticale $H'L^2I'$ par le moyen donné au numéro précédent; puis en supposant que la droite s^4s^3 soit la projection verticale du lit d'une assise des murs de l'encoignure, on portera la hauteur s^5s^4 de Q en V, on menera la droite VY parallèle à la ligne de terre QR; par les points Q′ et Y, où cette droite VY rencontre les projections verticales QQ′, QY des directrices de la surface gauche, on abaissera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires $Q's^2$, Ys', qui rencontreront les traces horizontales DC, DE, (qui sont en même temps les projections horizontales des directrices de la surface gauche), respectivement aux points s^2, s', par lesquels on menera la droite s^2s', qui sera la projection horizontale de l'intersection, avec la face en talus, du plan du lit dont la droite s^4s^3 est la projection verticale. Par les points s^2, s', où la droite s^2s' rencontre les droites DC, DE, on élevera, à la ligne de terre H′I′, les perpendiculaires s^2s^4, $s's^3$, qui rencontreront la droite s^4s^3 aux points s^4, s^3, par lesquels et les points H′, I′, on menera les droites $H's^4$, $I's^3$, qui seront les projections verticales des directrices de la surface gauche; cela fait, par le point v, où la coupe p′v rencontre la droite $I's^3$, on menera la droite z′zvv′ parallèle à la ligne de terre H′I′, qui sera la projection verticale du lit de l'assise du mur, correspondante aux premiers voussoirs. Pour avoir la projection horizontale r^2r' de l'intersection de ce lit avec la surface gauche, par les points z^2, v, on abaissera, à la ligne de terre H′I′, les perpendiculaires z^2r^2, vr′, lesquelles rencontreront les droites DC, DE, aux points r^2r', par lesquels on menera la droite r^2r', qui sera la projection demandée. On aurait eu cette même projection r^2r' en menant la droite SX parallèle à la ligne de terre QR, et à une distance QS égale à la hauteur v^2v, et en abaissant par les points où cette droite SX rencontre les projections verticales QQ′, QY, des directrices de la surface gauche, des perpendiculaires à la ligne de terre QR, lesquelles rencontreraient les droites DC, DE, aux points r^2 r', par lesquels on menerait la projection demandée r^2r'.

Maintenant il est facile de voir comment on doit opérer pour avoir les projections horizontales r^5r^4, tt′, uu′ et $r'r^3$ des extrémités horizontales des

coupes, et celles mr^5, nt, ou et pr′ des intersections des plans des coupes avec la surface gauche.

On obtiendra le développement des panneaux des douëlles et des coupes comme pour les portes coniques dans les murs gauches.

On tracera les pierres par équarrissement ou par panneau de tête, et, dans ce dernier cas, quand on aura tracé la douëlle, comme s'il s'agissait d'une trompe ayant son ceintre de face sur un plan vertical, on se servira des panneaux des douëlles et des coupes pour tracer la tête gauche de chaque voussoir.

DES TROMPES PRATIQUÉES DANS LES ENCOIGNURES DE MÊME GENRE QUE PRÉCÉDEMMENT, LE CEINTRE DE FACE ÉTANT SITUÉ SUR UNE SURFACE CYLINDRIQUE DROITE CONCAVE.

343. Supposons que les droites AB et CD, DE et GF (fig. 239), soient les traces horizontales des faces des murs droits qui forment l'encoignure dans laquelle on veut pratiquer une trompe de l'espèce dont il s'agit; et que la courbe quelconque HIK soit la trace horizontale de la surface cylindrique droite dans laquelle doit être le ceintre de face de la trompe; cela posé, on opérera de la manière suivante :

Par les points H et K, où la trace horizontale HIK de la surface cylindrique va rencontrer celles DH, DK, des faces intérieures des murs de l'encoignure, on menera la droite HK, que l'on prendra comme étant la trace horizontale d'un plan vertical; on prendra la courbe HOK, telle qu'on voudra, et que l'on supposera être l'intersection de la surface d'intrados avec le plan vertical élevé sur la droite HK; on supposera, pour un moment, que la trompe dont il s'agit a pour ceintre de face cette courbe HOK, et on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles; on rabattra la moitié de toutes les arrêtes des douëlles sur chaque génératrice de naissance, dont on réunira les extrémités par les courbes KQ^2P^2, $HL'N^2O^2$, comme dans le cas du n°. 340, ensuite, par la projection horizontale D du sommet de la surface d'intrados de la trompe, et avec les rayons Dl, Dn, DI, DP, Dq, on décrira les arcs de cercle ll′, nn′ II′, pp′, qq′; par les points l′, n′, I′ et p′,q′, on élevera, aux génératrices de naissance, les perpendiculaires $l'l^2$, $n'n^2$, $I'I^2$ et $P'P^2$, q′, q^2, qui rencontreront les rabattemens des arrêtes des douëlles, respectivement aux points l^2, n^2, I^2 et p^2, q^2, par lesquels et les points H et K, on fera passer les courbes de réunion $Hl^2n^2I^2$, Kq^2p^2. On prendra une ligne de terre H^2K^2 perpendiculaire à la projection horizontale O′D de l'axe de la surface conique; par les points H, l, n, p, q et

K, on élevera, à cette ligne de terre, les perpendiculaires HH^6, ll^3, nn^2, pp^3, qq^3, KK^5; on fera les ordonnées l^4l^3, n^4n^3, $D'I^3$, p^4p^3, q^4q^3, respectivement égales aux hauteurs $l'l^2$, $n'n^2$, $I'I^2$, $p'p^2$ et $q'q^2$, et par les points H^2, l^3, n^3, I^3, p^3, q^3 et K^2 on fera passer la courbe $H^2I^3K^2$ qui sera la projection verticale du véritable ceintre de face de la trompe. Cela fait, par la projection verticale D' du sommet de l'intrados, et par les points l^3, n^3, p^3, q^3, on menera les droites $a'H^5$, $b'x^4$, $d'u^4$, $e'K^4$, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles et des coupes. Par le point K^4, où la droite $e'K^4$ rencontre la projection verticale K^2K^5 de la surface cylindrique avec la face intérieure de l'un des murs dont la trace horizontale est la droite DE, on menera la droite K^4H^5, parallèle à la ligne de terre H^2K^2, qui sera la projection verticale de l'état de charge des premiers voussoirs. On menera aussi la droite H^6K^5 parallèle à la ligne de terre, à une hauteur convenable, et ensuite, on abaissera les projections horizontales H^5m, y^4y, x^4x, v^4v, u^4u, t^5t, s^3s, des extrémités et des milieux des coupes; par la projection horizontale D du sommet de l'intrados de la trompe, et avec les rayons Dy, Dx, Dv, Dt, Du, Ds, on décrira les arcs de cercle yy', xx', vv', tt', uu', ss', et par les points m, y', x', v', t', u', s', on élevera, aux génératrices de naissance, les perpendiculaires mm', $y'y^2$, $x'x^2$, $v'v^2$ $t't^2$, $u'u^2$, $s's^2$, KK'; on fera ces perpendiculaires respectivement égales aux hauteurs H^2H^5, y^3y^4, x^3x^4, v^3v^4, t^4t^5, u^3u^4, s^4s^3 et K^2K^4, par les points l^2, y^2, m'; n^2, v^2, x^2; p^2, t^2, u^2; q^2, s^2, K', on fera passer les courbes l^2y^2m', $n^2v^2x^2$, $p^2t^2u^2$, q^2s^2K'; on menera les droites y^2Y^2, $m'H'$, v^2V^2, x^2X^2, u^2U^2, t^2T^2, etc., par les points y^2, m', v^2, x^2, u^2, t', etc., et par le point D; par les points m, y, x, v, t, u, s et le point D, on menera les droites mm^2, yY', xX', vV', tT', uU', sS', que l'on arrêtera à la droite HK. Par le point D on rabattra les distances Dm^2, DY', DX', DV', sur la droite DC, et les distances DT', DU', DS', sur la droite DE: et par les extrémités de ces rabattemens, on élevera des perpendiculaires aux droites DC, DE, qui iront rencontrer les droites $m'H'$, y^2Y^2, x^4X^2, v^2V^2, u^2U^2, etc., respectivement aux points H', Y', X^2, V^2, U^2, etc. Par les points m^2, Y', X', V', T', U', S', K, on élevera, à la droite HK, les perpendiculaires m^2Z, $Y'Y$, $X'X$, $V'V$, $T'T$, $U'U$, $S'S$, KR; on fera m^2Z et KR, $X'X$ et $U'U$ respectivement égales, deux à deux, à K^2K^4, K^2K^5, et on menera les droites LZ, NX, PU, QR, et l'épure sera terminée de manière qu'on pourra passer immédiatement au développement des panneaux.

Pour avoir ce développement, on commencera par obtenir celui $be'hpmi$ (fig. 240) des douëlles, en opérant comme nous l'avons expliqué au

n°. 336, pour les portes coniques en talus; et ensuite, on procédera aux panneaux des coupes, ainsi qu'il suit :

Supposons qu'il s'agisse du panneau f'r'q'stn (fig. 240), de la coupe b'x+ (fig. 239); avec un rayon égal à la distance DX² (fig. 239), et par le point a, comme centre (fig. 240), on décrira un arc de cercle en q; avec un rayon égal à NX (fig. 239), et par le point f, comme centre (fig 240), on décrira un arc de cercle en q, qui coupera le premier au point q, par lequel et le point a, on menera la droite qq', et on joindra les points q et f, par la droite qf; on prendra la distance NV (fig. 239), pour la porter de f en r (fig. 240), et par les points r et a, on menera la droite rr'. Cela fait, on prendra les distances Dx², Dv² (fig. 239), que l'on portera de a en q', de a en r' (fig. 240), et par les points f', r', q', on fera passer la courbe f'r'q', qui sera le bord du panneau qui doit donner l'arrête d'intersection du plan de coupe avec la surface cylindrique. Quant aux bords q's, st et tn, du même panneau, on les obtiendra comme nous l'avons expliqué au n°. 340.

On tracera les voussoirs par équarrissement, de la manière que nous avons expliquée au n°. 339, ou bien par panneaux de tête, en se servant des panneaux des douëlles et des coupes pour traces la tête cylindrique de chaque voussoir.

DES TROMPES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES ENCOIGNURES DE MÊME GENRE QUE PRÉCÉDEMMENT, LE CEINTRE DE FACE ÉTANT SITUÉ SUR UNE SURFACE CYLINDRIQUE DROITE CONVEXE QUELCONQUE.

344. Supposons que les droites AB et CD, DE et GF (fig. 241), soient les traces horizontales des faces des murs d'encoignure, et que la courbe quelconque HIK soit la trace horizontale de la surface cylindrique droite convexe dans laquelle doit être situé le ceintre de face de la trompe. Cela posé, par les points H et K, où la courbe HIK rencontre les droites DC, DK, on menera, comme dans le cas précédent, la droite HK, que l'on regardera comme la trace horizontale d'un plan vertical; on prendra une ligne de terre H'K', perpendiculaire à la projection horizontale ID de l'axe de la surface conique d'intrados, à laquelle ligne de terre, et par les points H et K, on menera les perpendiculaires HH², KK²; sur la distance H'K' comme axe ou comme diamètre, on décrira une courbe H'OK', de l'espèce qu'on jugera convenable, que l'on regardera comme étant la projection verticale de l'intersection avec la surface conique, du plan vertical élevé sur la droite HK. Ensuite, on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles, et le rabattement de ces mêmes arrêtes comme nous

l'avons expliqué au n°. 343, sur l'épure de la fig. 239, en observant que si le triangle HDK est isoscèle, et si la courbe HIK est symétrique, il suffira de la moitié du rabattement, ce que nous avons supposé dans la présente épure. Enfin, toujours comme nous l'avons expliqué au n°. 343, on obtiendra la projection verticale H'I'K' du ceintre de face de la trompe, et le développement des panneaux des douëlles et des coupes (fig. 242).

Quant à la manière de tracer les voussoirs, il est clair qu'elle est la même que celle que nous avons indiquée dans le n°. 339, quand les assises sont formées par un seul voussoir; mais il arrive souvent que les pierres qu'il faut employer ne sont pas assez grandes pour qu'une seule fasse l'assise entière; dans ce cas, il faut se conduire de la manière suivante :

Dans la projection horizontale de la voûte, on menera des droites gm, ab, perpendiculaires à la projection horizontale DI de l'axe de l'intrados, et distantes entre elles d'une quantité convenable pour avoir de bonnes liaisons. En menant ces deux droites, en même temps qu'on observera de bonnes liaisons, on observera aussi que les morceaux de pierre, de chaque assise de la voûte, ne soient pas trop petits, surtout ceux qui forment tête vers le ceintre de face de la trompe, afin qu'ils se trouvent assez solidement engagés dans les autres, pour n'être pas dérangés de leur place.

Supposons donc qu'en menant les droites gm, ab, on ait satisfait aux conditions que nous venons d'imposer; on déterminera, ensuite, les projections verticales tuvxyz, nopqrs des intersections, avec l'intrados de la trompe, des plans verticaux élevés sur ces droites gm, ab, et les arcs no, uv, pq, xy et rs seront les projections verticales des joints par tête des voussoirs; de sorte qu'au lieu de prendre, pour le premier voussoir, le panneau de tête LMNOP, tout entier, on n'en prendra que la partie noNOP, pour le morceau qui forme tête vers le ceintre de face, et l'autre partie LMon, pour le morceau qui vient se poser sur le trompillion. Il faudrait bien se garder, cependant, de tailler ce dernier morceau au panneau de tête LMon, par la raison que pour éviter les angles aigus, il faut que la pierre se prolonge au-delà de l'arc no. Pour savoir de combien il faut faire ce prolongement, on obtiendra les panneaux des douëlles et des coupes des morceaux de chaque assise, en opérant de la manière suivante :

On transportera sur le développement des panneaux des douëlles, ceux fghi, edcb (fig. 242), des deux courbes tvxz, npqs (fig. 241), et les figures tedx, xghy, ycbz (fig. 242), seront les panneaux des douëlles des morceaux qui formeront tête vers le ceintre de face, et les figures edd'e', gd'c'h, cc'b'b, seront ceux des morceaux qui viendront se poser sur le trompillion.

Quant aux panneaux des coupes, on les aura en divisant les panneaux entiers des coupes de chaque assise de la trompe, de la manière suivante :

Pour la première coupe, par les points g et d (fig. 242), où les courbes fghi, edcb rencontrent l'arrête de douëlle xd', on menera, à cette arrête de douëlle, les perpendiculaires gt, ds, et les parties xdsu, dss'd', du panneau entier xd's'u, seront les panneaux de la coupe de dessus des morceaux de la première assise de voussoirs, et les parties xgtu, tgd's's, du même panneau entier xd's'su, seront ceux de la coupe de pose de la seconde assise.

Pour la seconde coupe, par les points h, c, où les courbes ihgf, bcde rencontrent l'arrête de douëlle yc', on menera, à cette arrête de douëlle, les perpendiculaires hm, cr; et les parties mvyh, mhc'p' du panneau entier vyc'p'r, de la même seconde coupe, seront les panneaux de la coupe de dessus des morceaux de la seconde assise de voussoirs, et les parties rvyc, rcc'p', du même panneau entier, seront ceux de la coupe de pose des morceaux de l'assise suivante, et ainsi des autres.

Les morceaux qui viennent s'appuyer sur le trompillion n'ont pas besoin de s'élever jusqu'au sommet de ceux qui font tête du côté du ceintre de face; ainsi, pour épargner la pierre, au lieu de prendre les panneaux mvyh, mhc'p'r, on pourra ne prendre que ceux lkhyv, qkhc'p', et ainsi des autres. Dans le cas où les voussoirs de la trompe ne devraient pas faire l'épaisseur des murs d'encoignure, ce qui a presque toujours lieu, ces panneaux pourraient encore être diminués.

La grandeur des morceaux de chaque assise de voussoirs étant ainsi déterminée dans les panneaux des coupes, on aura celle des têtes des morceaux qui s'appuient sur le trompillion, en opérant de la manière suivante :

Pour celui de la première assise, par exemple, on prendra la plus courte distance du point s à la droite d's' (fig. 242), que l'on portera de M en N (fig. 241); par le point N, on menera la droite Ng^4, parallèle à la ligne de terre H'K'; par le point g, on menera la droite gg^2 perpendiculaire à la génératrice de naissance DC; par le point g^2 où la droite gg^2 rencontre la droite AB, on menera la droite g^2g^4 perpendiculaire à la ligne de terre H'K', et la figure g^3LMNg^4, sera le panneau de tête du morceau de la première assise qui s'appuie sur le trompillion.

Pour avoir celui du morceau correspondant de la seconde assise, on prendra la plus courte distance du point t à la droite d's' (fig. 242), que l'on portera de M en N (fig. 241), et on prendra la plus courte distance entre les deux droites qk, p'c' (fig. 242), que l'on portera de P en Q (fig. 241); par le point Q on menera la droite QR parallèle à la ligne de

terre H'K'; par le point N, on élevera, à la même ligne de terre, la perpendiculaire NR, et la figure NMPQR sera le panneau du morceau de la seconde assise qui s'appuie sur le trompillion. On opérera de la même manière pour avoir les panneaux de tête des morceaux semblables des autres voussoirs.

Telle est la bonne manière d'appareiller les trompes, et les portes coniques en général, pour que les constructions environnantes s'accordent sans inconvénient avec les assises de la trompe ou de la porte conique. Quand on extradosse ces sortes de voûtes par une surface parallèle, ou à peu près, les pierres des constructions environnantes qui viennent s'accorder avec l'appareil de ces voûtes, n'ont plus de gissement, et l'ouvrage, difficile à bien faire, n'a pas de solidité.

345. Donnons encore un exemple particulier de trompes, et supposons 1°. que les droites AB, BC (fig. 243) soient les traces horizontales des faces intérieures des murs d'encoignure; 2°. que les droites CD, AE soient celles des faces extérieures de deux autres murs droits, venant rencontrer les premiers d'une manière quelconque; 3°. que l'on veuille prolonger ces deux derniers murs jusqu'à leur rencontre, et qu'il s'agisse de les soutenir par une trompe conique, de sorte que la projection horizontale, de cette trompe, soit le quadrilatère ABCL, le sommet de l'intrados étant au point B.

Quel que soit le quadrilatère ABCL, on prendra la diagonale BL pour projection horizontale de l'axe de la surface d'intrados.

Si ce quadrilatère est un parallélogramme, l'autre diagonale AC sera divisée en deux parties égales au point O par la première, et alors on pourra regarder la diagonale AC comme étant la trace horizontale d'un plan vertical, dans lequel on supposera la directrice de l'intrados, qui pourra être une courbe quelconque; mais si ce même quadrilatère ABCL était quelconque, la diagonale AC n'étant plus divisée en deux parties égales par la première diagonale BL, on prendrait un point O arbitrairement sur la droite BL, par lequel on menerait, à l'une BC des génératrices de naissance, la parallèle OO', qui rencontrerait l'autre génératrice de naissance BA au point O'; on prendrait O'B, que l'on porterait de O' en A, et, par les points A et O, on menerait la droite AO prolongée jusqu'à sa rencontre en C avec la génératrice BC, et la droite AC comprise entre les deux génératrices de naissance, serait divisée en deux parties égales au point O par la projection horizontale de l'axe de l'intrados de la trompe, et pourrait être prise pour la trace horizontale du plan vertical dans lequel doit être située la directrice de la surface conique de la voûte. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

On commencera par prendre une ligne de terre A′C′ perpendiculaire à la projection horizontale BL de l'axe de la surface d'intrados, et ensuite, par les points A et C, où la droite AC rencontre les génératrices de naissance BA, BC (prolongées si cela est nécessaire), on élevera, à la ligne de terre A′C′, les perpendiculaires AA′, CC′; sur la distance A′C′, comme diamètre, on décrira la courbe $A'O^2C'$, de la nature qu'on jugera convenable, qui sera la projection verticale de la directrice de l'intrados. Cela fait, on divisera cette courbe $A'O^2C'$, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division M′, N′, P′, Q′, et la projection verticale B′ du sommet de la surface conique, on menera les droites A^2b', X′c′, V′e′ et C^2f', qui seront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles et des coupes de la trompe. Par les mêmes points de division M′, N′, P′, Q′, on abaissera, à la ligne de terre A′C′, les perpendiculaires M′M, N′N, P′P, Q′Q, qui rencontreront la droite AC aux points M, N, P, Q, par lesquels, et la projection horizontale du sommet de l'intrados, on menera les droites bR, cS, eT, fU, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles.

Ensuite, on rabattra, par le point B, comme centre, les distances BM, BN, BO, sur la génératrice BA, et les distances BP, BQ sur la génératrice BC; on obtiendra les courbes de rabattement Amno, Cqp, comme dans les exemples précédens, au moyen des ordonnées de la courbe $A'O^2C'$, et par les points m, n, o, q, p, et le point C, on menera les droites mr′, ns′, ol′, qu′, pt′, prolongées indéfiniment; puis, par le point B, comme centre, on décrira les arcs de cercle Rr, Ss, Ll, Tt, Uu; et, par les points r, s, l et t, u, on élevera, aux droites BA et BC, prolongées, les perpendiculaires rr′, ss′, ll′ et tt′, uu′, lesquelles iront rencontrer respectivement les droites mr′, ns′, ol′, qu′, pt′, aux points r′, s′, l′, u′, t′, par lesquels, et les points A et C, on fera passer les courbes Ar′s′l′, Cu′t′, qui seront les rabattemens des ceintres de face de la trompe. Pour avoir la projection verticale A′L′C′, de ces ceintres de face, par les points R, S, L, T et U, on élevera, à la ligne de terre, les perpendiculaires RR′, SS′, LL′, TT′, UU′; on fera les ordonnées R^2R', S^2S', B′L′, T^2T', U^2U', respectivement égales à rr′, ss′, ll′, tt′ et uu′, et par les points A′, R′, S′, L′, T′, U′ et C′, on fera passer la courbe A′L′C′, qui sera la projection demandée.

Si l'on veut avoir les ceintres de face $AR^3S^3L^3$, $CU^3T^3L^4$ eux-mêmes, on fera les ordonnées RR^3, SS^3, LL^3, LL^4, TT^3, UU^3, respectivement égales à rr′, ss′, ll′, ll′, tt′ et uu′. Enfin, on disposera les états de charge, on

rabattra les extrémités des coupes, et ce qui est relatif au trompillion, comme on le voit indiqué dans l'épure, et tout sera terminé.

Si l'on veut faire le développement des panneaux des douëlles et des coupes, on opérera directement sur les longueurs données par les courbes de rabattement Ar's'l', Cu't', à partir du point B, et sur les ceintres de face $AR^3S^3L^3$, $CU^3T^3L^4$.

Quant aux voussoirs, on les tracera comme il a été dit dans les exemples précédens.

Il nous resterait encore à donner les trompes pratiquées dans les encoignures formées par des murs droits, et dont le ceintre de face est situé 1°. sur une surface cylindrique oblique; 2°. sur une surface conique droite, et 3°. sur une surface conique oblique, pour avoir donné toutes les espèces de trompes qui peuvent être pratiquées dans les encoignures de l'espèce dont il s'agit; mais outre qu'au moyen de ce qui précède sur ce genre de voûtes, et de ce que nous avons dit sur les berceaux en descente pratiqués au travers des murs cylindriques et coniques, on pourrait facilement tracer les épures de ces trois espèces de trompes, l'épure qui suit mettra le lecteur à même de vaincre toutes les difficultés que les trompes coniques sont susceptibles de présenter.

TROMPE CONIQUE PRATIQUÉE DANS UNE ENCOIGNURE FORMÉE PAR DEUX MURS GAUCHES, LE CEINTRE DE FACE DE LA TROMPE ÉTANT SITUÉ SUR UNE SURFACE CONIQUE OBLIQUE QUELCONQUE.

346. Supposons 1°. que les droites AB, BC (fig. 244) soient les traces horizontales des faces gauches des murs qui forment l'encoignure dans laquelle on veut pratiquer la trompe en question; 2°. que ces deux faces gauches s'interceptent suivant une droite verticale, et que le point B soit la projection horizontale de cette intersection; 3°. que les droites AQ, CO, respectivement perpendiculaires aux droites AB, BC, soient les projections horizontales des directrices de ces mêmes faces gauches, et que les droites AR, CP, soient les projections verticales de ces directrices; 4°. que l'arc de cercle ou d'ellipse DFE soit la trace horizontale de la surface conique sur laquelle doit être situé le ceintre de face de la trompe; 5°. que le point G soit le centre de cette trace DFE, et le point H la projection horizontale du sommet de la surface conique en question, et que, par conséquent, la droite GH soit la projection horizontale de l'axe de la même surface conique. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

D'abord on cherchera les projections des intersections des surfaces

gauches avec la surface conique oblique sur laquelle doit être situé le ceintre de face de la trompe, et pour cela, 1°. on cherchera le demi-triangle par l'axe GKI, de la surface conique, comme nous l'avons expliqué au sujet des berceaux; 2°. parallèlement à la base GI de ce demi-triangle par l'axe, aux lignes de terre AQ, CO, et à la ligne de terre LN perpendiculaire à la projection horizontale BF de l'axe de l'intrados de la trompe, on menera les droites ab, cd; a^2b^2, c^2R; $a'b'$, $c'P$; $a^{13}a^{14}$, $c^{13}c^{14}$, à des distances, arbitraires, respectivement égales, qui seront les projections verticales, dans ces différens plans de projections verticales, des intersections d'une suite de plans horizontaux avec les surfaces gauches et la surface conique oblique; on aura les projections Bb^6, BR'; Bb^5, BP', des intersections de ces plans horizontaux avec les surfaces gauches, en abaissant les perpendiculaires b^2b^6, RR'; $b'b^5$, PP', par les points b^2, R; b', P, sur les lignes de terre AQ, CO, et en menant, par les pieds de ces perpendiculaires et le point B, les droites Bb^6, BR'; Bb^5, BP', qui seront les projections demandées. On aura les projections horizontales $a^5a^6a^9a^{12}$, $c^5c^6c^9c^{12}$, des intersections des mêmes plans horizontaux avec la surface conique oblique, de la même manière que nous avons expliquée au n°. 342. Les projections horizontales Bb^6, BR'; Bb^5, BP', des intersections des plans horizontaux en question avec les surfaces gauches, rencontreront celles $a^3a^9a^{12}$, $c^6c^9c^{12}$, des intersections des mêmes plans horizontaux avec la surface conique oblique, respectivement aux points a^{12}, c^{12}; a^6, c^6 par lesquels, et les points D et E, on fera passer les courbes $Da^{12}c^{12}$, Ea^6c^6, qui seront les projections horizontales des intersections des surfaces gauches avec la surface conique oblique. Pour avoir les projections verticales $La^{13}c^{13}$, $Na^{14}c^{14}$, des mêmes intersections, par les points D, a^{12}, c^{12}; E, a^6, c^6, on élevera, à la ligne de terre LN, les perpendiculaires DL, $a^{12}a^{13}$, $c^{12}c^{13}$; EN, a^6a^{14}, c^6c^{14}, qui rencontreront respectivement les droites LN, $a^{13}a^{14}$, $c^{13}c^{14}$, aux points L, a^{13}, c^{13}; N, a^{14}, c^{14}, par lesquels on fera passer les courbes $La^{13}c^{13}$, $Na^{14}c^{14}$, qui seront les projections demandées.

Maintenant, pour tracer l'épure proprement dite de la trompe, 1°. on prendra la droite DE, qui passe par les points D et E, où les traces horizontales des surfaces gauches rencontrent celle de la surface conique oblique, pour la trace horizontale d'un plan vertical dans lequel on supposera la directrice de l'intrados de la trompe, de laquelle directrice on décrira la projection verticale LMN de la même manière que dans l'exemple précédent; 2°. on déterminera les projections horizontales des arrêtes des douëlles comme pour les trompes que nous avons données jusqu'ici; 3°. sur des plans

de projections verticales dont les lignes de terre ST, E'V sont perpendiculaires à la droite DE prolongée, on déterminera les projections verticales des mêmes arrêtes; 4°. sur ces mêmes plans de projections verticales, on déterminera les projections verticales des intersections, avec la surface conique oblique, d'une suite de plans verticaux élevés sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles, comme nous l'avons expliqué au n°. 342 pour le cas où le ceintre de face de la trompe est situé sur une surface gauche; 5°. par les points e', f', g', h', i', où ces dernières projections verticales rencontreront celles des arrêtes des douëlles, on abaissera, aux lignes de terre ST, CO, les perpendiculaires e'e, f'f, g'g; h'h, i'i, qui rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douëlles respectivement aux points e, f, g, h, i, par lesquels, et les points D et E on fera passer la courbe DefghiE, qui sera la projection horizontale du ceintre de face de la trompe. Pour avoir la projection verticale LM'N de ce même ceintre de face, on opérera comme il a été dit au n°. 342; ensuite, on cherchera les projections verticales des arrêtes des douëlles et des coupes, comme il a été dit dans le même numéro, ainsi que les projections horizontales ek, fq^3c^{11}, hq^2c^7, im, des intersections des plans des coupes avec la surface conique oblique, ainsi que les lignes de construction l'indiquent, et l'épure sera achevée. On observera, en disposant les états de charge, de ne prolonger les coupes des premières assises que jusqu'aux projections verticales $La^{13}c^{13}$, $Na^{14}c^{14}$, des intersections des surfaces gauches des murs d'encoignure avec la surface conique oblique; en un mot, on se rappelera les observations que nous avons faites à cet égard au n°. 339.

On aurait le développement des panneaux des douëlles et des coupes, comme nous l'avons expliqué au n°. 343, et on tracerait les pierres par équarrissement.

On voit, par cet exemple, que la manière de tracer l'épure proprement dite de la trompe, est indépendante de la nature des murs d'encoignures, et que toute la différence qu'il peut y avoir pour complèter cette épure, ne consiste que dans la manière d'obtenir les projections des intersection des faces intérieures des murs d'encoignure avec la surface qui contient le ceintre de face de la trompe. En conséquence, pour expliquer les quarante-deux espèces de trompes possibles, il ne nous reste plus qu'à donner les moyens d'avoir ces projections dans tous les cas.

Voici, à cet effet, un procédé général que je crois à la portée du lecteur qui aura bien conçu ce qui précède :

Quelles que soient les surfaces des murs d'encoignure, et quelle que soit la

et, bien entendu, toutes les courbes seraient situées les unes dans les autres, auraient le même centre, et les axes les unes sur les autres. Il résulte de cette disposition que le contour des assises va en diminuant de l'une à l'autre, de sorte que la dernière n'est qu'un seul morceau de pierre de peu d'étendue, qui est la clef de la voûte, et qui ne sert qu'à boucher le vide qu'ont laissé les autres assises. Passons à quelques exemples.

VOUTE PLATE SERVANT DE PLAFOND A UNE SALLE CARRÉE.

348. Supposons (fig. 245) que le carré A'B'FE soit la trace horizontale des faces intérieures, et le carré C'D'HG celle des faces extérieures des murs d'une salle dans laquelle on veut construire une voûte plate; que la figure CABDS'UTR' soit la section faite par un plan vertical élevé sur la droite IM; et prenons ce plan pour plan de projection verticale : la droite AB sera la projection verticale de l'intrados de la voûte, et la droite TU celle de l'extrados; la distance comprise entre les parallèles RS et TU sera l'épaisseur de la voûte, laquelle épaisseur aura à peu près le douzième de la distance AB entre les murs parallèles, dans le cas où la largeur de la salle sera au-dessous de quatre mètres (environ douze pieds). Dans le cas où cette largeur serait au-dessus de quatre mètres, on pourrait donner une épaisseur un peu moindre qu'un douzième. Cela posé, on divisera la droite AB en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de claveaux dans la voûte; ensuite, on disposera les coupes en crossettes, et on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des coupes, de manière à former des carrés, comme on voit le tout dans l'épure. Enfin, on disposera, dans la projection horizontale, l'appareil des claveaux de chaque assise, de manière à avoir de bonnes liaisons et de la symétrie dans les joints. On observera que les claveaux placés aux angles de la voûte aient un évidement dans la coupe du lit de dessus, ainsi que les lettres abc l'indiquent pour l'arrête de la douëlle de la première assise, et l'épure sera terminée.

Faisons voir, maintenant, que ces sortes de voûtes n'ont point de poussée.

En effet, abaissons la projection horizontale hmd de l'arrête de la crossette du sommier, dont la projection verticale est le point l; et par les points h et d où les droites mh et md rencontrent les projections horizontales ag, ec des joints par tête du claveau d'angle abcefg, menons la droite hd, et d'abord observons que ce claveau d'angle aura les deux points d'appui h et d; or, si ce claveau était un parallélipipède élevé sur la base hmdi, il est clair qu'il tendrait à tourner autour de la droite hd autant d'un côté que de

349. L'épure de la fig. 249 est celle d'une voûte plate faite dans une salle octogone. Dans cette épure, la figure DABCVXYZ est une section faite dans la voûte par un plan vertical élevé sur la droite MN perpendiculaire aux côtés opposés de l'octogone que cette droite MN rencontre. Le reste s'explique assez de soi-même. La figure 250 est un sommier, et la fig. 251 est un claveau d'angle de la même voûte.

350. L'épure de la fig. 252 est celle d'une voûte plate pratiquée dans une salle cylindrique circulaire. La fig. 253 est une pierre de cette voûte.

351. Si deux galeries se rencontraient, comme on le voit (fig. 254), et que ces galeries fussent couvertes par une voûte plate, on pourrait disposer l'appareil des assises d'après le principe établi, c'est-à-dire de manière que les arrêtes des douëlles fussent parallèles aux faces des murs, comme on le voit dans l'épure (fig. 254). Cependant, cet appareil n'aurait pas autant de solidité que si l'on faisait quatre plates-bandes dont les projections horizontales seraient (fig. 255) les rectangles BCEH, HGKI, IMNO et OPAB, lesquelles réuniraient les murs opposés au moyen d'un tiran en fer qui passerait au milieu de chacune d'elles, et qui serait incrusté en dessous, comme nous l'avons expliqué au n°. 283. Ces quatre plates-bandes laisseraient un vide carré BHIO entre elles, que l'on fermerait par une voûte plate tout-à-fait semblable à celle d'une salle carrée, et que l'on construirait comme il a été dit au n°.348. On conçoit qu'alors les quatre plates-bandes dont nous venons de parler serviraient de sommiers à la voûte plate carrée. C'est sur-tout si la voûte plate devait être soutenue par quatre piliers isolés, et dont les bases seraient les carrés ABCD, EFGH, IKLM et NOPQ, qu'il faudrait nécessairement prendre le parti de faire quatre plates-bandes, et qu'il faudrait réunir ces dernières par des tirans en fer fixés à des ancres enfoncés dans le milieu de ces piliers. Dans le cas où il s'agirait de la réunion de deux galeries (fig. 254), comme les murs se prolongeraient dans la direction des plates-bandes, les tirans en fer deviendraient surabondans.

Il suffira d'examiner la figure 256 qui est un sommier d'angle de la voûte (fig. 254), la figure 257 qui est le sommier qui vient sur la pille ABCD de la voûte (fig. 255), pour recevoir, sur ces coupes, les deux plates-bandes contiguës, et la figure 258 qui est l'un des claveaux des quatre plates-bandes, pour concevoir comment il faut tracer et tailler ces sortes de claveaux.

Je n'insisterai pas davantage sur ce genre de voûtes, dont on pourrait imaginer un bien plus grand nombre d'exemples, parce qu'elles ne sauraient présenter aucune difficulté réelle, ce qui précède étant bien entendu.

352. Aux voûtes plates, on pourrait, dans les salles cylindriques, subs-

tituer des voûtes coniques, qui seraient plus solides, et qui seraient plus gracieuses si le sommet de l'intrados avait peu d'élévation. Ces voûtes coniques ne présentent pas plus de difficulté que les voûtes plates. La figure 259 en offre un exemple. On voit, dans cet exemple, que les coupes sont perpendiculaires aux génératrices GH, IH de l'intrados; ces coupes peuvent être uniformes, mais on ne peut qu'augmenter la solidité en y pratiquant des crossettes. Ce qui augmente encore la solidité de ces sortes de voûtes, c'est de les extradosser de manière que la moindre épaisseur soit au sommet, ainsi qu'on le voit dans l'épure (fig. 259).

Rien n'est plus facile que de tracer les voussoirs de ces sortes de voûtes coniques, en équarrissant d'abord les pierres au moyen d'un panneau de projection horizontale, et en achevant de les tracer, ensuite, au moyen d'un panneau de tête, ainsi qu'on le voit indiqué dans la figure 260.

Dans l'exemple de la figure 259, nous avons prolongé l'intrados jusqu'au sommet, ce qui est praticable quand l'élévation de ce sommet est peu sensible; mais si, pour rendre la voûte plus solide, on voulait lui donner plus d'élévation, pour ne pas pêcher contre le bon goût, il faudrait supprimer le sommet, et le remplacer par une petite voûte plate, d'une largeur égale à peu près au tiers de celle de la voûte entière, et séparer cette voûte plate de la voûte conique par un cadre de moulure ou d'autres ornemens, ainsi qu'on le voit indiqué dans la moitié à droite de l'épure de la figure 261. Cette voûte plate pourrait ensuite être décorée de peintures ou de sculptures, ou bien elle pourrait être supprimée et donner le moyen d'éclairer la salle par en haut, si cela était nécessaire, ainsi qu'on le voit indiqué dans la moitié à gauche de la même épure (fig. 261).

La figure 262 est l'épure d'une flèche conique; je ne crois pas nécessaire d'en donner la moindre explication, il suffira que le lecteur prenne garde à la manière dont j'ai disposé les assises, qui est essentielle pour donner à ces sortes de voûtes toute la solidité dont elles sont susceptibles. On remarquera que les coupes des voûtes coniques, dont nous venons de parler, sont elles-mêmes des surfaces coniques.

CHAPITRE XII.

Des Voûtes en arc de cloître.

353. Si l'on donne deux surfaces cylindriques, de forme et de position, on aura toujours le moyen d'obtenir les projections de leur intersection; mais la forme de ces projections dépendra de celle des surfaces qui s'intercepteront, et de la position de ces mêmes surfaces, l'une par rapport à l'autre. Réciproquement, si l'on donne la position respective des axes de deux surfaces cylindriques, la forme de l'une d'elles et la nature des projections de leur intersection, on pourra toujours déterminer la forme de la seconde surface cylindrique. Ainsi, quand la forme et la position de deux surfaces cylindriques sont déterminées, la nature de leur intersection l'est nécessairement aussi; et quand la nature de l'intersection de deux surfaces cylindriques est donnée, ainsi que la position des axes de ces mêmes surfaces, et la forme de l'une d'elles, la forme de l'autre est une suite nécessaire des premières conditions, et on ne peut plus, en conséquence, la donner arbitrairement.

354. Supposons, maintenant, que le rectangle quelconque ABCD (fig. 263) soit la trace horizontale des faces intérieures des murs d'une salle; que le rectangle parallèle EFGH soit celle des faces extérieures des mêmes murs. Cela posé, imaginons deux berceaux tels que le premier soit établi sur les murs AB et DC, et le second sur les murs AD et BC: si ces deux berceaux s'interceptent de manière que la projection horizontale de leur intersection soit les diagonales AC, DB du rectangle ABCD, et que les naissances soient sur le même plan horizontal, la voûte qui résultera de la rencontre de ces deux berceaux sera ce qu'on appelle une *voûte en arc de cloître*.

Si les diamètres de ces berceaux sont égaux, les ceintres principaux des berceaux le seront aussi; mais si ces diamètres sont inégaux, ces ceintres principaux le seront pareillement. Un seul de ces ceintres principaux peut être donné arbitrairement: l'autre dépend du premier et de la condition que la projection horizontale de l'intersection des deux berceaux doit être les diagonales du rectangle sur lequel la voûte est établie.

Une voûte en arc de cloître peut être établie sur des murs dont la trace

horizontale des faces intérieures formerait un polygone d'un nombre quelconque de côtés, régulier ou irrégulier.

Quel que soit le polygone formé par la trace horizontale des faces intérieures des murs sur lesquels on élève une voûte en arc de cloître, les projections horizontales des arrêtes des douëlles des assises de cette voûte doivent former des polygones semblables, situés les uns dans les autres, et ayant les côtés parallèles, tout comme dans les voûtes plates, ce qui est tout-à-fait indispensable.

PREMIER EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

355. Supposons (fig. 263) que le rectangle ABCD soit la trace horizontale des faces intérieures des murs sur lesquels on veut construire une voûte en arc de cloître; et que la courbe régulière quelconque KLM soit le ceintre principal du berceau établi sur les murs opposés AB, DC. Cela posé, pour tracer l'épure de cette voûte, après avoir divisé le ceintre principal KLM en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs, et après avoir mené les diagonales AC, DB du rectangle ABCD, on abaissera les projections horizontales des arrêtes des douëlles du berceau dont le ceintre principal est KLM, lesquelles projections seront comprises dans les angles opposés au sommet DIC, AIB formés par les diagonales AC, DB; on joindra les points où ces mêmes projections horizontales rencontreront les diagonales AC, DB par des droites qui seront parallèles aux droites AD, BC, et que l'on prolongera indéfiniment au-delà de la droite DC. Les parties de ces dernières droites, comprises dans les angles opposés au sommet AID, BIC, seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles du second berceau. Cela fait, on menera une ligne de terre S'U' parallèle à la droite DC, et au-dessus de cette ligne de terre, on fera les ordonnées ab, cd, ef, tT,..., respectivement égales aux ordonnées a'b', c'd', e'f', t'L,..., du ceintre KLM, et par les points S, b, d, f, T,...., U, on fera passer une courbe SbdfT...U, qui sera le ceintre principal du second berceau. Si le premier ceintre KLM est une demi-circonférence de cercle, le second STU sera une demi-ellipse.

Ensuite, par les points b, d, f, etc., qui sont les projections verticales des arrêtes des douëlles du second berceau, on menera des normales à la courbe STU, quelle que soit cette courbe, pour avoir les coupes de ce second berceau, et l'épure sera terminée pour la pratique.

Si maintenant on veut avoir égard à l'extrados, on déterminera celle QPO du premier berceau, et ensuite on aura celle ZYX du second, en prolongeant les ordonnées a'b', c'd', e'f', t'L, etc., du premier berceau, jusqu'à

leurs rencontres en b^3, d^3, f^3, P, etc., avec la courbe d'extrados QPO, et, de même, en prolongeant les ordonnées ab, cd; ef, tT, etc., du second berceau; puis on fera les ordonnées ab^2, cd^2, ef^2, tY, etc., respectivement égales aux ordonnées $a'b^3$, $c'd^3$, $e'f^3$, t'P, etc.; et, au moyen des diagonales AC, DB, on transportera le point O en Z et en X, de manière que les hauteurs SZ et UZ soient égales à MO; et, par les points Z, b^2, d^2, f^2, Y,....., X, on dessinera une courbe qui sera l'extrados du second berceau.

Si l'on veut avoir les projections horizontales des arrêtes des extrémités des coupes, on observera que celles de ces arrêtes qui sont correspondantes dans les deux berceaux ne sont pas situées dans le même plan horizontal, comme le sont celles des douëlles, de sorte que les projections horizontales de ces arrêtes d'extrémités des coupes ne s'intercepteront plus sur les diagonales AC, DB, à moins que les deux berceaux ne soient parfaitement égaux.

Pour avoir ces projections horizontales, supposons qu'il s'agisse des coupes correspondantes dd^4, et $d'b^5$. On fera de manière que la hauteur mb^4 soit égale à $m'b^5$, et par les points b^4 et b^5, on abaissera respectivement les perpendiculaires b^4g', b^5g' aux lignes de terre S'U', K'M', lesquelles se rencontreront en un point g' qui sera la projection horizontale d'un point de l'intersection des deux plans de coupe en question; mais le point i étant la projection horizontale du point où les arrêtes correspondantes des douëlles se rencontrent, est aussi un point de la même projection; donc, la droite ig' sera la projection horizontale de l'intersection des plans de coupe dont il s'agit. Mais la coupe dd^4 s'élevant au-dessus de la coupe $d'b^5$, doit nécessairement intercepter l'extrados QPO. Pour avoir la projection horizontale gg' de cette intersection, on fera en sorte que la hauteur ub^6 soit égale à vd^4; et par le point b^6 on abaissera une perpendiculaire b^6g, à la ligne de terre K'M', laquelle ira rencontrer la diagonale DB, et la projection gl de l'arrête dont la projection verticale est le point d^4, en un point g, par lequel et le point g' on menera la courbe gg' qui sera la projection demandée. Pour avoir des points intermédiaires de la courbe gg', on prendra des points entre les points b^4 et d^4 de la coupe dd^4, sur lesquels on opérera comme sur le point d^4. On obtiendra les trois autres courbes semblables lp, oq et rs, par le même moyen, ce qui complètera la projection horizontale des extrémités des coupes qui nous occupent. En raisonnant de la même manière sur les autres coupes, on aura les projections horizontales de leurs extrémités.

Pour ne rien laisser à désirer sur notre épure, donnons encore la courbe

DI'B d'intersection des surfaces cylindriques d'intrados des berceaux qui, par leur rencontre, donnent lieu à la voûte en arc de cloître. Pour avoir cette courbe, on élevera des perpendiculaires à la diagonale DB par tous les points où les projections horizontales des arrêtes des douëlles rencontrent cette diagonale; on fera respectivement ces perpendiculaires égales aux ordonnées a'b', c'd', e'f', t'L, etc., du ceintre KLM, et on fera passer une courbe par leurs extrémités, qui sera la courbe DI'B demandée.

On tracera les pierres par équarrissement en se servant, comme à l'ordinaire, d'un panneau de projection horizontale, et des panneaux de tête qu'on levera sur les ceintres principaux de la voûte. Il faudra observer que les voussoirs d'intersection aient deux branches, comme on le voit dans la figure 264, qui représente un de ces voussoirs pour la première assise; d'ailleurs on observera que les voussoirs d'une assise fassent de bonnes liaisons avec les assises adjacentes. Je n'explique pas en détail la manière de tracer et de tailler ces voussoirs, parce qu'il me semble que le lecteur ne saurait rencontrer de difficulté sur ce sujet.

SECOND EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

356. Si les côtés contigus AB, AD (fig. 263) du rectangle ABCD différaient beaucoup entre eux, les largeurs des douëlles Sb, bd, etc., prises sur le ceintre principal STU, seraient trop grandes relativement à celles prises sur l'autre ceintre KLM, et, de plus, le ceintre STU déduit de l'autre KLM, serait trop surbaissé, ce qui produirait un mauvais effet. Pour parer à ces deux inconvéniens (fig. 265), on divisera la largeur DC de la salle, en deux parties égales par une droite A'D', qu'on prolongera indéfiniment vers M. On fera D'I et A'K égales à D'D, moitié de DC, ou égales à A'A qui est égal à D'D; par les points I et K et les sommets D et C, A et B du rectangle ABCD on menera les droites DI, IC, AK et KB, lesquelles seront les projections horizontales des intersections des demi-berceaux élevés sur les droites DC, AB, avec un berceau établi sur les murs AD et BC. On remarquera que le berceau élevé sur les droites AD, BC, se prolongera uniformément, comme un simple berceau, entre les points I et K, de sorte que la clef abcd sera très-allongée. On remarquera aussi que le ceintre principal des pans de voûtes dont les projections horizontales sont comprises dans les triangles DIC, AKB, est le même que celui LMN du berceau établi sur les murs AD, BC. D'ailleurs la figure 265 explique assez, d'après ce qui précède sur les voûtes en arc de cloître, comment on doit tracer l'épure de cet exemple.

TROISIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

357. Si l'on trouvait (fig. 265) que cette forme de voûte en arc de cloître fût trop nue, on pourrait y former des espèces de compartimens au moyen d'arcs-doubleaux, dont les traces horizontales seraient QRST, UVXY, et dont les projections horizontales seraient comprises entre les droites SZ', RI, et XK, VZ, de manière que les parties en arcs de cloître se trouveraient pour ainsi dire encadrées et séparées de la partie du milieu qui n'est qu'un berceau ordinaire. Le ceintre principal de ces arcs doubleaux serait la courbe OP, équidistante au ceintre principal LMN.

Ce que nous disons là, explique tacitement ce que nous entendons par *arc-doubleau;* on voit en effet qu'un arc-doubleau n'est autre chose qu'une voûte en berceau, qui forme une espèce de bandeau en saillie sur la surface de la voûte principale. Le ceintre principal d'un arc-doubleau doit toujours être parallèle au ceintre principal de la voûte principale dont il fait partie.

QUATRIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

358. Si l'on avait une grande et belle salle voûtée en arc de cloître, et qu'on voulût mettre un tableau de peinture au sommet de la voûte, ou recevoir le jour par en haut, on diviserait les diagonales AC, BD du rectangle ABCD (fig. 266), qui est la trace horizontale des faces intérieures des murs, en trois parties égales aux points a et c, d et b; par ces points a, b, c, et d, on menerait les droites ab, bc, cd et da, et le rectangle abcd serait ou la forme et la grandeur du tableau, ou celles du vide par lequel on tirerait le jour. Si l'on voulait encadrer ce rectangle, on prendrait l'épaisseur du cadre dans ce rectangle abcd lui-même, pour que les sommets extérieurs a, b, c et d du cadre se trouvassent sur les diagonales AC, DB, qui sont, comme nous l'avons dit plus haut, les projections horizontales des intersections des berceaux.

Voici, maintenant, comment il faut entendre ces berceaux : d'abord, si l'on veut mettre un tableau de peinture dans le rectangle abcd, l'intérieur de ce rectangle sera en voûte plate, et les autres parties de la voûte dont les projections horizontales sont les trapèzes DdcC, CcbB, Bb aA et AadD, seront formées par des demi-berceaux qui se rencontreront de manière à former une voûte en arc de cloître. Pour avoir le ceintre principal de chaque demi-berceau dont les projections horizontales sont

les trapèzes DdcC, AabB, on prendra une ligne de terre HE parallèle à AD, et on prolongera les droites CD, cd, ba et BA vers cette ligne de terre, par les points I et K, comme centres, et avec les rayons égaux IH, KE, on décrira les quarts de cercles HG, EF, qui seront les ceintres demandés. On joindra les points G et F par la droite GF, qui sera la projection verticale de l'intrados de la partie plane dont la projection horizontale est le rectangle abcd; puis on fera un extrados comme on le voit indiqué dans l'épure, et on aura une section faite, dans le milieu de la voûte, par un plan vertical perpendiculaire à la trace AB. On déterminera les ceintres LM, QP au moyen du ceintre EF, comme nous avons trouvé le ceintre STU au moyen du ceintre KLM (fig. 263). On menera ensuite l'horizontale MP, qui sera la seconde projection verticale de la voûte plate du milieu. Cela fait, on divisera le contour HGFE en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs, et on achevera l'épure comme pour une voûte en arc de cloître ordinaire.

Si l'on voulait laisser vide le rectangle abcd, on construirait la dernière assise efghabcd, en forme de plates-bandes, pour contenir les voussoirs de cette dernière assise, qui pourrait être dérangée sans cette précaution, précaution qui n'est pourtant pas indispensable. Les sommiers des quatre plates-bandes qui formeront cette dernière assise, seront placés aux angles d'intersection a, b, c et d, et auront deux branches comme les autres voussoirs d'intersection de la voûte, pour que les coupes de ces sommiers ne s'engagent pas l'une dans l'autre, et qu'il reste, au contraire, un certain évidement vers leurs extrémités sur l'extrados de la voûte.

CINQUIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

359. Supposons (fig. 267) que le quadrilatère quelconque ABCD soit la trace horizontale des faces intérieures des murs d'une salle irrégulière, et qu'on veuille faire une voûte en arc de cloître dans cette salle.

Pour parvenir à faire la voûte la moins irrégulière possible, on divisera les quatre côtés du quadrilatère ABCD, chacun en deux parties égales aux points E, G, F et H; on joindra les milieux des côtés opposés par les droites EF, GH, qui se couperont en un point I, par lequel on menera les droites IA, IB, IC et ID aux sommets du quadrilatère, lesquelles seront les projections horizontales des intersections des pans de berceaux qui doivent former la voûte en question; ces pans de berceaux auront pour projections horizontales 1°. celui qui prendra naissance sur la droite

AB, le triangle AIB; 2°. celui qui prendra naissance sur la droite BC, le triangle BIC; 3°. celui qui prendra naissance sur la droite CD, le triangle CID, et 4°. celui qui prendra naissance sur la droite AD, le triangle AID. Maintenant pour avoir les ceintres principaux de ces pans de berceaux, par le point I on abaissera les perpendiculaires IK, IL, IM et IN respectivement sur les quatre côtés du quadrilatère ABCD; on choisira la plus courte de ces perpendiculaires, celle IK, par exemple, sur laquelle, comme rayon, et du point I comme centre, on décrira le quart de cercle KO, que l'on divisera en autant de parties égales que l'on voudra avoir de voussoirs dans ce demi-berceau, en observant une demi-largeur de douëlle SO vers le sommet O, qui sera la demi-clef. Ensuite, par les points de division de l'arc KO, on abaissera des perpendiculaires à la droite KI, ou, ce qui est la même chose, des parallèles à la droite BC, que l'on terminera de part et d'autre aux droites BI, CI, et ces parallèles à BC seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles du demi-berceau, dont le triangle BIC est la projection horizontale; par les points où les parallèles à BC, dont nous venons de parler, rencontrent les droites BI, CI, on menera des parallèles aux droites BA, CD, et par les points où ces nouvelles droites vont rencontrer respectivement les droites AI, DI, on menera de nouvelles droites qui seront parallèles à AD, et on aura les projections horizontales des arrêtes des douëlles des assises de la voûte en question. On obtiendra les ceintres principaux NR, MQ et LP des trois derniers pans de berceaux, au moyen du quart de cercle KO, comme nous avons obtenu le ceintre STU d'après le ceintre KLM (fig. 263). Si l'on voulait avoir les courbes d'intersections des berceaux, on les obtiendrait de la manière que nous avons expliquée sur la figure 263. On observera qu'ici les quatre courbes d'intersection sont différentes de forme.

En se servant des panneaux de projection horizontale et de tête, on ne rencontrera aucune difficulté pour tracer et tailler les voussoirs de cette espèce de voûte en arc de cloître.

S'il s'agissait de faire une voûte en arc de cloître sur un polygone irrégulier d'un nombre quelconque de côtés, on choisirait le point I le plus possible au milieu du polygone, et ensuite, on opérerait comme dans l'exemple que nous venons d'expliquer.

SIXIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

360. Supposons (fig. 268) que le carré ABCD soit la trace horizontale des faces intérieures des murs d'une salle carrée, et qu'on se propose de

faire une voûte en arc de cloître, en observant, au milieu, une partie en voûte plate, dont la forme soit celle de l'octogone régulier abcdefgh.

Après avoir mené une ligne de terre EH parallèle à AD, on prolongera les droites BA, fg, cb, et CD indéfiniment vers cette ligne de terre EH; par les points K et I comme centres, et avec les rayons égaux KH, IE, on décrira les quarts de cercle HG, EF, et on menera la droite GF qui sera la projection verticale de la partie plane de la voûte proposée. On fera ensuite un extrados comme à l'ordinaire, et d'abord on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles des voussoirs, comme s'il ne s'agissait que d'une voûte en arc de cloître ordinaire; puis, par les sommets A, B, C et D, du carré ABCD, et par ceux h, g, f, e, d, c, b et a de l'octogone abcdefgh, on menera les droites Ah, Ag; Bf, Be; Cd, Cc; Db, Da, lesquelles seront les projections horizontales des intersections avec la voûte primitive, d'une suite de plans verticaux élevés sur ces mêmes droites. Si maintenant on conçoit cette suite d'intersections dans la voûte primitive, et qu'on les prenne deux à deux pour directrices de surfaces cylindriques engendrées par des droites horizontales, on aura des espèces de pans coupés cylindriques aux quatre angles de la voûte primitive, qui prendront naissance aux sommets A, B, C et D du carré ABCD, et qui se termineront aux côtés hg, fe, dc et ab de l'octogone abcdefgh. Si, maintenant, par les points où les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte primitive rencontrent les droites Ah, Ag, Bf, Be, etc., on mène des droites, ces dernières droites seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles situées dans les pans coupés, et l'épure sera terminée, à l'exception de la partie de cette épure qui est relative à la partie plane du milieu, que l'on achevera comme il a été dit pour la voûte plate (fig. 245), au n°. 348. Quant au ceintre principal Db'e'B des pans coupés, on l'obtiendra comme il a été dit plus haut pour les autres exemples de voûtes du même genre, au moyen du ceintre HGFE, en prenant la diagonale DB pour axe de la courbe.

On observera que les courbes HRQ, ENP sont les projections verticales des intersections dont les droites Ah et Da sont les projections horizontales.

L'inspection de la figure 269, qui représente un voussoir de la première assise à l'endroit d'un pan coupé, me paraît suffisante pour faire concevoir la forme de ces voussoirs, et la manière de les tracer par équarrissement.

CHAPITRE XIII.

Des Voûtes en arrétier, ou d'arrétes.

361. Supposons (fig. 270) que les droites OG, NH soient les traces horizontales des faces intérieures des murs d'une galerie en berceaux, que les droites EK, QM soient celles des faces intérieures des murs d'une seconde galerie en berceau qui rencontre la première d'une certaine manière; supposons que par les points P et I, F et L, où les traces horizontales des faces intérieures des murs contigus se rencontrent, on mène les diagonales PI, FL, et que les naissances des deux berceaux soient sur un même plan horizontal. Cela posé, si les deux berceaux se rencontrent de manière que les projections horizontales de leurs intersections soient les diagonales PI, FL, la voûte qui résultera de la rencontre de ces deux berceaux, sera ce qu'on appelle une *voûte en arrêtier*.

On voit, d'après cette définition, que les voûtes en arrêtier ont une grande analogie avec celles en arc de cloître; cependant ces deux espèces de voûtes ne se ressemblent nullement : elles sont le contraire les unes des autres.

Il suit de la même définition, et de ce qui a été dit au n°. 316, que les ceintres principaux des deux berceaux qui composent une voûte en arrêtier, sont nécessairement dépendans l'un de l'autre, comme dans les voûtes en arc de cloître.

Une voûte en arrêtier peut être le résultat de la rencontre de plus de deux berceaux; on peut en supposer trois, quatre, etc., pourvu que les naissances de tous ces berceaux soient sur le même plan horizontal, que les projections horizontales des axes de ces berceaux se coupent toutes en un même point, et que la projection horizontale de l'intersection de deux demi-berceaux contigus soit la droite menée par le point où toutes les projections horizontales des axes des berceaux se rencontrent, et par le sommet de l'angle formé par les faces des piédroits des mêmes demi-berceaux.

Donnons, maintenant, quelques exemples de ce genre de voûtes.

PREMIER EXEMPLE DE VOUTES EN ARRÊTIER.

362. Supposons (fig. 270) que les droites OG, NH, QM et EK soient les traces horizontales des faces intérieures des murs de deux galeries en berceaux qui se rencontrent de manière à former une voûte en arrêtier, ces berceaux se prolongeant, d'ailleurs, de part et d'autre indéfiniment; supposons que les deux axes CR, ST, de ces berceaux, fassent un angle quelconque, droit ou oblique, et que les diamètres des ceintres principaux des mêmes berceaux soient inégaux ; enfin supposons que la courbe régulière quelconque ADB soit le ceintre principal du berceau dont l'axe est la droite CR.

Cela posé, on menera les diagonales PI, FL, et on divisera le ceintre principal ADB en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs ; on abaissera les projections horizontales des arrêtes des douëlles du premier berceau, comme à l'ordinaire, mais on observera que ces projections, d'ailleurs prolongées indéfiniment de part et d'autre, éprouveront une solution de continuité dans les angles opposés au sommet PC'L, FC'I, formés par les diagonales PI, FL; par les points, où ces mêmes projections rencontreront les diagonales PI, FL, on menera les droites a'a, b'b, c'c, dd', ee' et ff', qui seront parallèles à l'axe TS' du second berceau, et qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de ce second berceau. On remarquera encore que ces dernières projections, prolongées, d'ailleurs, indéfiniment, de part et d'autre, éprouveront une solution de continuité dans les angles opposés au sommet PC'F, LC'I, formés par les diagonales PI, FL.

Cela fait, on prendra une ligne de terre UN perpendiculaire à l'axe TS', au-dessus de laquelle on fera les ordonnées $a^{10}a^3$, b^2n, c^2c^3, SV, d^2d^3 etc., respectivement égales aux ordonnées a^4a^5, b^4b^5, c^4c^5, CD, d^4d^5, etc. du ceintre ADB, et par les points U, a^3, n, c^3, V, d^3, etc., on fera passer une courbe UVN, qui sera le ceintre principal du second berceau (si le ceintre ADB est une demi-circonférence, ou une demi-ellipse, le ceintre UVN que nous venons d'obtenir, sera une demi-ellipse). Ensuite, par les points a^3, n, c^3, d^3, e^3 et f^3, on menera des normales à la courbe UVN, qui seront les coupes du second berceau, et il ne manquera plus, pour avoir terminé l'épure, que de distribuer les voussoirs, pour déterminer les liaisons, ce qu'on fera dans la projection horizontale, ainsi qu'on le voit indiqué dans notre épure. On observera que les voussoirs d'arrêtier doivent, à la fois, faire partie des deux berceaux, ainsi que la clef $tcz'zd'y^2x^4dvu^2c'$,

dont la forme, comme on voit, est celle d'une croix. Quant aux autres voussoirs, ils sont tout-à-fait semblables à ceux d'une simple voûte en berceau.

Si l'on désirait avoir la courbe d'arrêtier PZI, rabattue autour de la diagonale PI, qui en est la projection horizontale, on éleverait à cette diagonale PI, les perpendiculaires aa^{11}, bb^8, cc^8, C'Z, dd^8, ee^8 et ff^8, que l'on ferait respectivement égales aux ordonnées a^4a^5, b^4b^5, c^4c^5, CD, d^4d^5, etc., et par les points P, a^{11}, b^8,......., Z,......., I, on ferait passer une courbe PZI, qui serait celle qu'on demandait.

363. Si l'on tient à donner une forme régulière à l'extrados de la voûte, si, par exemple, on veut que cet extrados soit formé par deux surfaces cylindriques, s'interceptant comme celles de l'intrados, après avoir déterminé, comme à l'ordinaire, la section droite $t^oD^ou^o$ de l'extrados du premier berceau, on prolongera, dans les deux ceintres principaux, les ordonnées qui passent par les arrêtes des douëlles, et on fera les ordonnées $a^{10}a^9$, b^2n^o, c^2c^6, Sr, d^2d^6, etc., respectivement égales aux ordonnées a^4a^o, b^4b^o, c^4c^o, $C'D^o$, d^4d^o, etc., et par les points a^9, n^o, c^6, r, d^2, etc., on fera passer la courbe a^9rf^6, qui sera la section droite de l'extrados du second berceau. Pour avoir les points q et s, de la même courbe, par le point u^o on abaissera une perpendiculaire u^oi à la ligne de terre AB, laquelle ira rencontrer la diagonale PI, prolongée en un point i, par lequel on élevera une perpendiculaire iq à la ligne de terre UN; puis on fera q'q égal à uu^o, ce qui donnera le point q. On aura le point s de la même manière.

Quant aux projections horizontales des arrêtes des extrémités et des intersections des plans des coupes, voici comment on les obtiendra :

Supposons qu'il s'agisse des coupes b^5x^2, et np; on prolongera la coupe b^5x^2 jusqu'en y, de manière que la hauteur yB soit égale à la hauteur p'p; par les points p et y on menera les droites py', yy' respectivement perpendiculaires aux lignes de terre UN, AB, lesquelles droites py' et yy' se rencontreront en un point y', par lequel et le point b on menera la droite by', qui sera la projection horizontale de l'intersection des deux plans de coupe que nous considérons, et la droite y'p' sera celle de l'extrémité de la coupe np. Pour avoir la projection horizontale x^3x de l'autre arrête de coupe, par le point x^2, où la coupe b^5x^2 rencontre la courbe d'extrados $u^oD^ot^o$, on abaissera la perpendiculaire x^2x à la ligne de terre AB que l'on arrêtera sur la diagonale PI au point x; ensuite, on joindra les points x et y' par une courbe xy', qui sera la projection horizontale de l'intersectiom de la coupe b^5x^2 avec l'extrados du grand berceau. Afin de pouvoir dessiner cette

courbe xy', il faut au moins avoir un point a^2 entre x et y'; on aura ce point, en abaissant une perpendiculaire $a^o a^2$, à la ligne de terre AB, par un point a^o pris sur la coupe b^5y entre les points x^2, y; en faisant $a^{10}a^9$ égal à a^3a^o, et par le point a^9, on abaissera la perpendiculaire a^9a^2, à la ligne de terre UN, qui ira rencontrer la droite $a^o a^2$ en un point a^2 qui sera le point demandé. En opérant de la même manière sur les autres coupes, et pour les quatre arrêtiers, on obtiendra les projections horizontales de toutes les extrémités des coupes, comme on le voit dans l'épure.

On remarquera, dans cette épure, que les deux moitiés de la projection horizontale séparées par la droite ST ne sont pas semblables, pour ce qui est relatif à l'extrados. Dans la moitié à droite de la ligne ST, les deux berceaux sont supposés se prolonger indéfiniment, et par conséquent aussi les projections horizontales des extrémités des coupes. Dans l'autre moitié à gauche de la ligne ST, on suppose que les berceaux ne se prolongent que jusques à la rencontre des plans verticaux élevés sur les droites GT, EQ et OS' (fig. 270), respectivement perpendiculaires aux axes des berceaux.

Si maintenant nous supposons que les têtes de la voûte, situées dans les plans verticaux dont nous venons de parler, soient apparentes sur les faces extérieures des murs, il faudra que ces têtes soient appareillées en état de charge dans une profondeur comprise entre les parallèles EQ et gi, GT et gh, OS' et ik, laquelle profondeur sera égale à l'épaisseur des murs ou à peu près. Par conséquent l'extrados cylindrique de la voûte ne se prolongera pas au-delà des plans verticaux élevés sur les droites gh, gi et ik, parallèlement aux têtes de la voûte. Ainsi, pour terminer l'épure du cas que présente la demi-projection horizontale à gauche de la droite TS', il faudra abaisser les projections horizontales des extrémités des coupes de la partie en état de charge, ainsi qu'on le voit indiqué dans l'épure.

Je m'en rapporte à l'intelligence du lecteur pour tracer et tailler les voussoirs d'arrêtier des deux exemples de voûtes que nous venons de donner. Il y réussira par des moyens d'autant plus abrégés, qu'il aura acquis une plus grande habitude de la coupe des pierres. D'ailleurs il pourra s'aider par l'inspection des figures 271, 272 et 273. La première de ces figures représente un premier voussoir répondant aux piédroits QPO (fig. 270); la fig. 271 représente le second voussoir répondant au même piédroit, dans lequel on voit la forme de l'accord de l'extrados cylindrique avec les états de charge, comme nous venons de l'expliquer plus haut, et dans lequel les arrêtes supérieures de la coupe du lit de dessus sont indiquées par les lettres l, l', l^2, x, y', l^3, l^4, l^5, qui sont les mêmes qui indiquent, dans la fig. 270, la projection

horizontale des mêmes arrêtes. La partie d'extrados que forme le même voussoir est indiquée par les lettres l^2, i, l^3, y, et x (fig. 272). Enfin, la figure 273 représente un troisième voussoir, indépendant des états de charge. Ce voussoir est vu de manière que la douëlle est par-dessus.

SECOND EXEMPLE DE VOUTES EN ARRÊTIER.

364. Si l'on avait une suite de voûtes en arrêtier disposées sur la même ligne, de manière à former une galerie, on pourrait interposer un arc-doubleau entre deux de ces voûtes, tant pour ajouter à la décoration qu'à la solidité. Ces sortes de galeries se placent, ou autour des façades extérieures des édifices, ou autour des façades d'une cour ou d'une salle.

Supposons qu'il s'agisse de faire une voûte en arrêtier située à l'angle de deux galeries en retour d'équerre, et soit (fig. 274) abcdef la pile formant l'encoignure de ces deux galeries, et ne considérons ici que le quart de la voûte adjacent à cette pile. D'après ces conditions, les droites fg, fk seront les traces horizontales de plans verticaux qui feront parties des façades contiguës de l'édifice. Par conséquent, les deux têtes de la voûte, situées dans ces plans, seront appareillées en état de charge, dans l'étendue comprise entre les parallèles fg et ch, fk et ci, lesquelles parallèles sont en même-temps les projections horizontales des arrêtes des arcs-doubleaux, et les traces horizontales des faces des murs extérieurs de l'édifice.

Si les deux galeries étaient de même largeur, les deux ceintres principaux CD, MO des berceaux seraient égaux entre eux; au contraire, ils seraient inégaux, si les largeurs des galeries étaient différentes. Dans le premier cas, il suffira du seul ceintre CD, et dans le second on obtiendra l'un MO de ces ceintres, au moyen de l'autre CD, et on fera l'épure de la voûte comme dans l'exemple précédent, sans avoir égard aux arcs-doubleaux.

La saillie des arcs-doubleaux sur la surface de la voûte doit être la même partout, et égale à bc ou cd. D'après cette condition, on aura les ceintres principaux EF, NP des arcs-doubleaux, quels que soient ceux de la voûte, en prolongeant les coupes des quantités CE, n'm', p'o', q'r', DF, et MN, nm, po, qr, OP, toutes égales à bc ou cd, et en faisant passer les courbes EF et NP, respectivement par les points E, m', o', r' et F; N, m, o, r et P. Si, ensuite, on abaisse les projections horizontales des arrêtes des douëlles des arcs-doubleaux, qui devront être comprises entre les droites ak, bi et eg, dh, l'épure sera terminée.

Pour se faire une idée de la forme des voussoirs d'arrêtier, il suffira de jeter un coup-d'œil sur la figure 275, qui représente un premier voussoir posé sur la pile abcdef.

Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer comment il faudrait faire les voûtes courantes des mêmes galeries, parce qu'elles ne diffèrent pas assez de celles que nous avons expliquées jusqu'ici.

DES VOUTES A DOUBLES ARRÊTIERS.

365. On appelle *voûte à doubles arrêtiers,* celle qui résulte d'une voûte primitive à simple arrêtier, dont on a tronqué les arrêtiers par des pans coupés cylindriques, qui prennent naissance aux sommets des piédroits de la voûte primitive, de manière que ces pans coupés commencent par un point et vont en élargissant à mesure qu'ils s'approchent du sommet de la voûte, où ils sont réunis par une voûte plate d'une forme quadrilatère quelconque.

Les voûtes à doubles arrêtiers sont préférables à celles qui sont à simples arrêtiers, sous plusieurs rapports: d'abord elles sont plus solides, en ce qu'elles ne présentent aucun angle aigu; et ensuite, la partie du sommet, qui est en voûte plate, peut être encadrée et recevoir un tableau de peinture, ou bien être supprimée, et donner la faculté de recevoir le jour par en haut, si on en avait besoin, ce qu'on ne pourrait pas faire dans les voûtes à simple arrêtier. Mais pour que ces sortes de voûtes produisent un bon effet, sous le rapport de la forme, il faut que la partie plane ne soit pas trop petite, ce qui rendrait les pans coupés maigres et mesquins.

366. Supposons maintenant qu'il s'agisse de tracer l'épure d'une voûte à doubles arrêtiers, soit que cette voûte ait des arcs-doubleaux (fig. 276), soit qu'elle n'en ait pas (fig. 278). Comme dans ce genre de voûtes les arcs-doubleaux ne diffèrent en rien de ce que nous en avons dit au n°. 364, nous n'allons expliquer que l'épure de la figure 276, où il n'y en a pas, et nous nous contenterons de renvoyer le lecteur à l'épure de la fig. 278, pour le cas des arcs-doubleaux. Voici donc comment il faudra opérer dans l'épure en question :

On commencera par faire cette épure, comme s'il ne s'agissait que d'une voûte à simples arrêtiers; ensuite, on décrira le quadrilatère abcd, de manière que ses sommets soient sur les projections horizontales des axes des berceaux, et qu'il ait la grandeur et la forme qu'on voudra (je suppose ici que c'est un lozange dont les côtés sont parallèles aux diagonales BH, LE); par les sommets de ce quadrilatère et ceux des piédroits de la voûte, on mènera les droites Bb, Bc; Ec, Ed; Hd, Ha; La, Lb, qui seront les projections horizontales des doubles arrêtiers de la voûte; par les points où ces droites rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douëlles, de la voûte primitive, on menera les droites hh′, ii′, kk′; oo′, pp′, qq′; ll′,

mm′, nn′; cc′, ff′, gg′, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles des pans coupés, et seront respectivement parallèles, groupe par groupe, aux côtés bc, cd, da et ab du quadrilatère abcd, qui est la projection horizontale de la voûte plate du milieu. Cela fait, si l'on ne tient pas à la forme d'extrados, il ne manquera plus que le ceintre principal LXVUYT des pans coupés.

Pour avoir ce ceintre, on menera, par le point L, une droite LT perpendiculaire à la direction des projections horizontales, des arrêtes des douëlles des pans coupés, qui prennent naissance aux points L et E, et on prolongera ces dernières projections horizontales indéfiniment, ainsi que les côtés opposés ba, cd du quadrilatère abcd; ensuite, on remarquera que le ceintre demandé LVUT se compose de trois parties distinctes : une VU, au milieu, qui est comprise entre les côtés opposés ba, cd du quadrilatère abcd, et qui est droite et horizontale, et deux autres LV et TU qui sont des courbes dépendantes du ceintre principal NOP. On obtiendra ces courbes LV, TU au moyen du ceintre NOP, comme on a obtenu le ceintre QRS, et on aura la partie VU, du milieu, en joignant les points V et U par la droite VU. Ayant obtenu le ceintre LVUT, on lui menera des normales par les points e^2, f^2, X, Y, p^2 et o^2, qui seront les coupes des pans coupés; puis, on observera que depuis le point X jusqu'au point Y, le ceintre ne répond plus à aucune arrête de douëlle des berceaux. Pour fermer ce vide, on divisera la distance XY, en un certain nombre de parties égales, en trois, par exemple, aux points Z, Z′. Ces points Z, Z′ appartiendront aux arrêtes des douëlles de la voûte plate, puisque ces points sont sur la droite VU; ainsi, par ces points Z, Z′ on menera deux coupes comme pour une voûte plate, et on abaissera les projections horizontales zz′, z^2z^3, des arrêtes, de douëlles, dépendantes des points Z, Z′. Si, ensuite, on mène les droites $z'z^2$ et zz^3, on aura un quadrilatère $zz'z^2z^3$, semblable à abcd, qui sera la projection horizontale d'une clef, dont l'unique objet sera de boucher le vide qui resterait sans elle. Pour avoir les projections horizontales vgtt′z′ss′kv′, $xk's'sz^2rr'qx'$, $yq'r'rz^3uu'n'y'$, et $y^3g'tt'zuu'ny^2$, des clefs véritablement indispensables, par les milieux t′, s, r et u des côtés du quadrilatère $zz'z^2z^3$, on menera les droites tt′, ss′, rr′ et uu′ perpendiculaires aux mêmes côtés du quadrilatère $zz'z^2z^3$, et, enfin, on disposera les droites vv′, xx′, yy′, y^2y^3 à la distance, du centre de la voûte, que l'on jugera convenable.

Le lecteur fera bien d'ajouter, à cette épure, les projections horizontales des extrémités et des intersections des coupes, ce qui offre quelques petites difficultés que je lui laisse le plaisir de résoudre. Pour y parvenir, il regar-

dera chaque pan coupé comme un berceau, qu'il combinera avec chaque berceau principal de la voûte, en opérant comme nous l'avons expliqué au n°. 363.

Pour tracer les voussoirs de cette espèce de voûte, on emploiera toujours la méthode par équarrissement, en se servant, autant que possible, des panneaux de tête aussi bien que des panneaux de projection horizontale. La fig. 277 est le premier voussoir qui réponde à la pile MLK.

DES VOUTES EN ARRÊTIER IRRÉGULIÈRES.

367. Nous avons dit, au n°. 361, que les axes des berceaux qui composent une voûte en arrêtier, devaient tous se rencontrer en un même point; mais il peut arriver que cela n'ait pas lieu, ainsi que nous allons le voir dans l'épure suivante, qui achevera de lever les difficultés que peut présenter cette espèce de voûtes.

Supposons que les droites AE, DM (fig. 279) soient les projections horizontales des génératrices de naissance d'un premier berceau, dont la courbe régulière ESM est le ceintre principal; que les droites DL, CK, soient celles des génératrices de naissance d'un second berceau; que les droites CI, BH, soient de même les projections horizontales des génératrices de naissance d'un troisième berceau, et que les droites BG, AF, soient celles des génératrices semblables d'un quatrième berceau: on voit que ces quatre berceaux sont disposés d'une manière quelconque les uns par rapport aux autres, seulement ils peuvent se rencontrer. Supposons donc qu'on veuille les faire rencontrer de manière à former une voûte en arrêtier.

Pour cela, on joindra les sommets A, B, C et D, des piédroits des berceaux, par les droites AB, BC, CD et AD, ce qui donnera le quadrilatère ABCD. On divisera les côtés opposés de ce quadrilatère en deux parties égales par les droites NO, QP, qui se rencontreront en un point V, par lequel, et les quatre sommets A, B, C, D, du quadrilatère ABCD, on menera les droites VA, VB, VC et VD; ces quatre droites et les quatre côtés du quadrilatère ABCD seront les projections horizontales des intersections de huit berceaux dont l'ensemble formera une voûte en arrêtier la plus régulière possible, dans le cas présent. Voici maintenant de quelle manière on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles:

Le ceintre principal MSE étant donné, on le divisera comme à l'ordinaire, et, par les points de division, on abaissera des perpendiculaires à la ligne de terre ME, que l'on terminera à la droite AD, aux points a, b, c, d, e et f, et qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles

du premier berceau; par les points a, b, c, d, e et f, on menera les droites aa′, bb′, cc′, dd′, ee′ et ff′, parallèlement à la droite NVO, lesquelles rencontreront les droites AV, DV, aux points a′, b′, c′, d′, e′ et f′; par ces derniers points on menera les droites $a'a^2$, $b'b^2$, $c'c^2$, $d'd^2$, $e'e^2$ et $f'f^2$, parallèlement à la droite QP, lesquelles iront rencontrer les droites AB et DC, respectivement aux points a^2, b^2, c^2, et d^2, e^2,f^2; par les points a^2, b^2, c^2, on menera des parallèles à la droite QR, que l'on prolongera dans le sens QR, et par les points d^2, e^2 et f^2, on menera des parallèles à la droite PT que l'on prolongera dans le sens PT. Cela fait, on prendra les distances Qg, Qh, Qi, respectivement égales aux distances Qc^2, Qb^2, Qa^2, et par les points g, h et i, on menera des parallèles à QR, dans le sens QR, et des parallèles gg′, hh′, ii′ à la droite QP, que l'on arrêtera à la droite BV, aux points g′, h′ et i′, par lesquels on menera les droites $g'g^2$, $h'h^2$, $i'i^2$ parallèlement à la droite VO, que l'on arrêtera à la droite BC aux points g^2, h^2 et i^2, par lesquels on menera des parallèles à la droite OU que l'on prolongera dans le sens OU. Enfin, on fera les distances Pk, Pl, Pm, respectivement égales aux distances Pd^2, Pe^2, Pf^2, et par les points k, l et m, on menera des parallèles à la droite PT, dans le sens PT, les parallèles kk′, ll′, mm′, à la droite PV, que l'on arrêtera aux points k′, l′ et m′, de la droite CV, par lesquels on menera les parallèles $k'k^2$, $l'l^2$ et $m'm^2$, à la droite VO, que l'on arrêtera aux points k^2, l^2, m^2, de la droite BC, par lesquels on menera des parallèles à la droite OU, dans le sens OU, et on aura toutes les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte en question, ainsi qu'on le voit dans l'épure. Cela fait, on prendra les lignes de terre FG, HI et LK, respectivement perpendiculaires aux droites QR, OU et PT, pour avoir les ceintres principaux FRG, HUI et LTK, par la méthode donnée dans les articles précédens, au moyen du ceintre ESM. Enfin, on déterminera les courbes d'intersection des berceaux, telles que AZB, BYC, $CC'V^2$, DXA, AA′V′, etc., comme pour les autres voûtes en arrêtier.

En se rappelant ce qui a été dit sur les projections horizontales des extrémités et des intersections des coupes, au n°. 363, et en se conduisant comme nous venons de l'expliquer sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on aura facilement les projections semblables des arrêtes et des intersections des coupes de la voûte actuelle. Quant à la manière de tracer et de tailler les voussoirs de cette voûte, elle est toujours la même, puisque la différence de forme est toujours donnée par les panneaux de projection horizontale et de tête.

CHAPITRE XIV.

Des Voûtes sphériques et des Voûtes sphéroïdes.

368. Nous avons dit (n°. 212) qu'une surface sphérique était engendrée par la révolution d'une demi-circonférence de cercle autour de son diamètre, et qu'une surface sphéroïde (n°. 215) était engendrée par une courbe quelconque faisant sa révolution autour d'un axe vertical. Je dis maintenant que, si l'on suppose (fig. 280) qu'autour de la verticale GH le quart de circonférence de cercle GME fasse une révolution entière, la demi-surface sphérique, concave en dessous, engendrée par ce quart de cercle, sera l'intrados d'une voûte sphérique. Si au lieu d'un quart de cercle on supposait un quart d'ellipse ELG (fig. 285) faisant sa révolution autour de son demi-petit axe HG, ou autour de son demi-grand axe HG (fig. 286), situé verticalement, ou bien, si on supposait une branche de parabole ELG (fig. 286), d'hyperbole, ou de toute autre courbe régulière, faisant sa révolution autour de son axe HG situé verticalement, la surface sphéroïde, concave en dessous, engendrée par ce quart d'ellipse, cette branche de parabole ou d'hyperbole, etc. serait l'intrados d'une voûte sphéroïde. On distingue les voûtes sphériques et les voûtes sphéroïdes, en voûtes entières, en demi-voûtes, et en fuseaux de voûtes, ainsi que nous le dirons en détail. Quand on veut extradosser les voûtes sphériques, ou les voûtes sphéroïdes, régulièrement, on choisit pour la forme d'extrados, une surface sphérique ou sphéroïde, laquelle est ou n'est pas équidistante à l'intrados, mais de manière que les deux surfaces de la voûte aient le même axe de rotation.

La meilleure manière de disposer les rangs des voussoirs des voûtes sphériques et des voûtes sphéroïdes, c'est de les comprendre entre des plans horizontaux, c'est-à-dire entre des plans perpendiculaires à l'axe de rotation de la surface d'intrados, qui est aussi, ainsi que nous venons de le dire, l'axe de rotation de la surface d'extrados. On se rappelera ici, que nous avons dit (n°. 217) que toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation d'une surface sphéroïde était un cercle; d'où il suit, et de ce qui vient d'être dit, que les projections verticales des arrêtes des douëlles

d'une voûte sphérique ou d'une voûte sphéroïde seront des droites parallèles à ligne de terre, et les projections horizontales des mêmes arrêtes seront des cercles parfaitement égaux à ceux donnés par les intersections, avec l'intrados de la voûte, des plans horizontaux entre lesquels se trouvent les assises des voussoirs. Cela posé, expliquons la manière de tracer les épures de ces deux espèces de voûtes.

VOUTES SPHÉRIQUES, APPAREILLÉES PAR ASSISES HORIZONTALES.

369. Supposons (fig. 280) que la figure $A^2A^4A^5VGLE$ soit la moitié de la section faite, dans une voûte sphérique, par un plan vertical mené, par le centre de la voûte, parallèlement au plan de projection verticale dont la ligne de terre est la droite EF; que la naissance de la voûte soit sur le plan de projection horizontale, et que la figure ACC'A' soit le quart de la section faite, dans le mur cylindrique circulaire droit, sur lequel la voûte sphérique est élevée, par le plan horizontal qui passe par la naissance de la voûte. D'après ces conditions, la courbe EMG sera le quart de cercle qui, par sa révolution autour de la verticale GH, engendre la surface d'intrados de la voûte, et le rayon HE, de ce quart de cercle, sera égal à celui OA du quart de cercle AC qui est le quart de la projection horizontale du grand cercle situé à la naissance de la voûte. Cela posé, on divisera la moitié EMG du ceintre de la voûte, en autant de parties égales que l'on voudra avoir d'assises de voussoirs, en observant une demi-partie UG, au sommet, qui sera la moitié de la clef; par les points de division M, L et U, on menera les normales MS, LT, UU' qui seront les intersections des coupes avec le plan vertical élevé par le centre de la voûte, parallèlement au plan de projection verticale, et par les mêmes points de division M, L et U, on menera à la ligne de terre EF les parallèles MN, LP, et UY, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles des assises de la voûte. Pour avoir les quarts $I^3x'I^2$, $K^3v'K^2$ et $G^2u'n$ des projections horizontales des mêmes arrêtes, par les points M, L et U, on abaissera, à la ligne de terre EF, les perpendiculaires MI^3, LK^3 et UG^3, qui iront rencontrer le rayon OA (parallèle à la ligne de terre EF) aux points I^3, K^3 et G^3; par le point O, comme centre, et avec les rayons respectifs OI^3, OK^3 et OG^3, on décrira les quarts de cercle $I^3x'I^2$, $K^3v'K^2$ et $G^3u'n$, qui seront les projections demandées. On aura de même les projections verticales SQ, TR et $U'v^2$, des extrémités des coupes, en menant par les points S, T et U', les horizontales SQ, TR, et $U'v^2$, et on aura les projections horizontales $S'S^2$, $T'T^2$ et U^2U^3, des

mêmes extrémités de coupes, en abaissant par les points S, T et U′ les perpendiculaires SS′, TT′ et $U'U^2$, à la ligne de terre EF, qui iront rencontrer aux points S′, T′ et U^2, le rayon AO parallèle à EF, et par le point O, comme centre, et avec les rayons respectifs OS′, OT′ et OU^2, en décrivant les quarts de cercle $S'S^2$, $T'T^2$ et U^2U^3, qui seront les quarts des projections horizontales demandées, et l'épure sera terminée.

DES VOUTES SPHÉROÏDES ENTIÈRES, APPAREILLÉES PAR ASSISES HORIZONTALES.

370. Supposons (fig. 285, 286 et 287) que la figure $EMGVA^5A^4A^2$ soit la section faite, dans une voûte sphéroïde quelconque, par un plan vertical mené, par le centre du cercle situé à la naissance de la voûte, parallèlement au plan de projection verticale dont la ligne de terre est la droite A^2H, et que la figure ACC′A′ soit le quart de la section faite par un plan horizontal mené à la naissance de la voûte, dans le mur cylindrique circulaire droit sur lequel cette voûte doit être élevée. Je dis maintenant que, quelle que soit la courbe génératrice EMG de l'intrados de la voûte, soit qu'elle soit une demi-ellipse, ayant son demi-petit axe HG vertical (fig. 285), soit que cette génératrice soit une demi-ellipse ayant, non le demi-petit axe, mais le demi-grand axe HG vertical (fig. 286), soit, enfin, que cette même génératrice soit une branche de parabole (fig. 286), ou toute autre courbe ayant un axe, et cet axe étant vertical, la manière d'obtenir les projections verticales MN, SQ, LP, UY, TR et U′u des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, et les projections horizontales $S'S^2$, $M'M^2$, $T'T^2$, $L'L^2$, U^3U^4, et U^2U^5 des mêmes arrêtes, est absolument la même que celle que nous venons d'expliquer pour les voûtes sphériques. On remarquera que pour les deux espèces de voûtes dont nous venons de parler, les coupes sont des surfaces coniques, dont le sommet est au centre de la surface d'intrados, pour les voûtes sphériques, et sur l'axe de rotation à différentes hauteurs, pour les voûtes sphéroïdes.

MÉTHODE GÉNÉRALE POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSSOIRS DES VOUTES SPHÉRIQUES ET DES VOUTES SPHÉROÏDES ENTIÈRES, APPAREILLÉES PAR ASSISES HORIZONTALES.

371. Supposons que l'épure de la figure 280 soit indifféremment celle d'une voûte sphérique ou celle d'une voûte sphéroïde, et qu'il s'agisse de tracer un voussoir de la première assise : on commencera par distribuer les longueurs des voussoirs sur la projection horizontale $I^3x'I^2$.... de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise, en ayant soin que les vous-

soirs de cette première assise soient en liaison avec les pierres de la dernière assise du mur cylindrique circulaire droit sur lequel la voûte est établie, et que les joints par tête des voussoirs tendent au centre O de l'intrados, d'où résulteront les panneaux de projection horizontale des voussoirs de cette première assise. Supposons que la figure $A'I^3x'y^2$ soit celui du voussoir que l'on veut tracer : au moyen de ce panneau $A'I^3x'y^2$ de projection horizontale, on commencera par équarrir ce voussoir comme s'il ne s'agissait que d'une pierre d'un mur cylindrique circulaire droit, en donnant à cette pierre une hauteur, entre les deux lits, égale à celle A^2A^3 de la première assise de la voûte, et on aura une pierre de la forme fadgg'd'a'f' (fig. 281). Cela fait, on levera le panneau de tête A^2EMSA^3 (fig. 280), au moyen duquel on tracera les deux têtes fbceg, f'b'c'e'g' (fig. 281) du voussoir, et ensuite, au moyen d'une cerce levée sur le grand cercle Ay'C (fig. 280), on joindra les points b et b' sur le lit de pose de la pierre (fig. 281), par un arc de cercle bb' qui sera l'arrête inférieure de la douëlle. On tracera l'arrête supérieure cc', de la même douëlle, au moyen d'une règle un peu large et très-flexible, dont on fera coïncider le plat avec la surface cylindrique add'a', en ayant soin que cette règle passe par les points c et c', donnés par le panneau de tête, et on tracera, le long de la règle, l'arc cc', qui sera l'arrête supérieure de la douëlle du voussoir; puis, on taillera la douëlle bcc'b', en la faisant passer par les lignes bb', b'c', c'c, et cb. Pour creuser le milieu de cette douëlle, on se servira d'une cerce levée sur l'arc EM (fig. 280), que l'on fera glisser uniformément sur les arrêtes bb', cc' de la douëlle du voussoir (fig. 281), en ayant soin, dans le cas d'une voûte sphéroïde, de marquer sur cette cerce les points E et M, et de faire en sorte que le point E glisse toujours sur l'arrête bb' (fig. 281), et jamais sur l'arrête cc', par la raison que la génératrice EMG (fig. 280) change de courbure à chaque instant, quand elle n'est pas un quart de cercle. Cette douëlle étant faite, il ne restera plus que la coupe, qu'on achevera de tracer, en joignant les points e et e' (fig. 281), des extrémités de cette coupe données par le panneau de tête, par un arc de cercle ee', qu'on tracera sur le lit de dessus du voussoir, au moyen d'une cerce levée sur la projection horizontale $S'S^2$ (fig. 280) de l'arrête de l'extrémité de cette coupe. Ensuite, on taillera cette coupe suivant les arcs de cercle cc', ee' et les droites ce, c'e', de manière qu'en faisant glisser uniformément une règle sur les arcs cc', ee', cette règle coïncide toujours avec la surface conique qui formera la coupe en question.

Pour les voussoirs de la seconde assise, on se comportera parfaitement de la même manière que pour ceux de la première. Ainsi, par exemple, si l'on vou-

lait tracer le voussoir dont le panneau de projection horizontale est $m^2n^2p^2q^2$ (fig. 280), au moyen de ce panneau, on équarrirait une pierre comme s'il s'agissait d'un mur cylindrique droit, à la plus grande hauteur $M'T^3$ de l'assise en question, laquelle pierre aurait la forme hikll'k'i'h' (fig. 282). Cela fait, on leverait le panneau de tête $A^3SMLTA^5A^4$ (fig. 280), au moyen duquel on tracerait les têtes fgabcde, f'g'a'b'c'd'e' (fig. 282) du voussoir, et l'on joindrait les sommets e, e'; f, f'; b, b' au moyen d'une règle flexible, et les sommets g, g'; a, a'; c, c'; d, d' au moyen de cerces levées sur les projections horizontales $S'S^2$, I^3I^2, K^3K^2, $T'T^2$, etc., des arrêtes auxquelles ces sommets respectifs correspondent, comme il a été dit pour les voussoirs de la première assise, et on prendrait les mêmes précautions que nous avons indiquées.

Si l'on voulait tracer un voussoir de la troisième assise, de celui dont le panneau de projection horizontale est la figure G^3nT^2T' (fig. 280), on équarrirait de même une pierre au moyen de ce panneau de projections horizontale G^3nT^2T', comme s'il s'agissait d'une pierre d'un mur cylindrique droit, en lui donnant la plus grande hauteur $L'U^4$ de l'assise de voussoirs en question, et on aurait la forme abcdmlqp (fig. 283). Cela fait, on leverait, comme à l'ordinaire, le panneau de tête TLUU' de l'assise dont il s'agirait, au moyen duquel on tracerait les têtes nehi, ofgk (fig. 283) du voussoir que l'on voudrait faire, et il ne resterait plus qu'à joindre les sommets correspondans de ces deux têtes, par une règle flexible, et par des cerces convenablement levées sur la projection horizontale de la voûte. Pour bien appliquer le panneau de tête sur les joints du voussoir, on fera bien de faire les distances ae, bf (fig. 283), égales à la distance L^2U (fig. 280), et les distances ah, bg (fig. 283), égales à la distance L^2L (fig. 280).

Pour bien faire l'extrados de ce voussoir (fig. 283), on levera une cerce creuse TU' (fig. 280) sur la courbe A^5V d'extrados, que l'on fera glisser uniformément sur les arrêtes no, ik, (fig. 283), en ayant soin que le point T (fig. 280), de cette cerce, glisse toujours sur l'arrête ik (fig. 283), à cause du changement de courbure des différens points de la courbe A^5V (fig. 280), pour le cas d'une voûte sphéroïde.

Je m'en rapporte à l'intelligence du lecteur pour ne tailler que ce qui est absolument nécessaire, lorsqu'il fera préparer les voussoirs des voûtes sphériques ou sphéroïdes, au lieu de faire complètement ces pierres comme s'il s'agissait de celles d'un mur cylindrique, ce que l'économie commande, surtout lorsqu'on fait la voûte en pierre dure.

MÉTHODE PARTICULIÈRE POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSSOIRS DES VOUTES SPHÉRIQUES.

372. Comme dans la pratique on n'extradosse presque jamais les voûtes sphériques, et que les voussoirs sont, pour ainsi dire, indépendans des pierres du mur sur lequel la voûte est établie, on peut abréger le temps et économiser la pierre, en faisant usage de la méthode suivante pour tracer et tailler les voussoirs, méthode fort ingénieuse, et qu'on trouve dans le traité de coupe des pierres de J. B. de la Rüe. Voici en quoi elle consiste :

Après avoir choisi une pierre abcdefg (fig. 284) d'une étendue convenable, on dégauchit grossièrement le parement abcd de cette pierre ; par son milieu comme centre, et d'un rayon arbitraire, on décrit la plus grande circonférence de cercle possible sur ce parement, et ensuite, on creuse une espèce de calotte sphérique, dont la base est la circonférence mnop dont nous venons de parler. Pour creuser convenablement cette espèce de calotte, on se sert d'une cerce levée sur le grand cercle de la surface d'intrados de la voûte, que l'on fait pirouetter dans la calotte, de manière qu'elle glisse toujours sur la circonférence de cercle mnop, et qu'elle coïncide bien avec la surface de cette calotte. Cela fait, on trace dans cette surface, la forme hikl de la douëlle du voussoir qu'on veut tracer, de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse de tracer le voussoir de la seconde assise dont la projection horizontale de la douëlle est la figure oprq (fig. 280). On commencera par chercher la véritable longueur (n°. 171) de la diagonale dont la droite pq est la projection horizontale, en prenant cette droite pq, et la portant de N en l, et en joignant ensuite les points P et l par la droite Pl qui sera la longueur demandée. Puis, on levera une cerce sur la projection horizontale $I'I^2$ de l'arrête inférieure de la douëlle à tracer ; on coupera cette cerce en biseau, de manière qu'elle ait, en quelque sorte, la forme d'une lame de couteau ceintrée. On portera cette cerce dans la surface de la calotte creusée dans la pierre (fig. 284), de manière que le tranchant de la cerce coïncide avec la surface de la calotte, au moyen de laquelle on tracera l'arc de cercle hi. On fera cet arc de cercle hi égal à pr (fig. 280) ; puis on prendra un rayon égal à la droite Pl (fig. 280), et par les points h et i, comme centres (fig. 284), on décrira des arcs de cercle en k et en l ; avec un rayon égal à la largeur IK (fig. 280) de la douëlle à tracer, et par les points h et i, comme centres (fig. 284), on décrira des arcs de cercle en l et k qui couperont les premiers aux points l et k. On levera une cerce sur la

projection horizontale K′K² (fig. 280) de l'arrête supérieure de la douëlle à tracer, que l'on coupera en biseau comme nous l'avons déjà dit pour la cerce de l'arrête inférieure de la même douëlle, et en abandonnant cette cerce dans la surface de la calotte creusée dans la pierre (fig. 284), on tracera, par son moyen, l'arc lk; on joindra ensuite les points h et l, i et k, en appliquant, de champ, la cerce du grand cercle de la surface sphérique, dans la surface de la calotte creusée dans la pierre, de manière que le plan de cette cerce tende vers le centre de la voûte, et on aura le quadrilatère sphérique hikl, qui sera la forme de la douëlle en question. On fera enfin les coupes qui passent par les arrêtes hi, lk de la douëlle, et les joints qui passent par les arrêtes hl, ik, au moyen d'un même biveau a′Fe′d′c′b′ (fig. 280) levé, comme on voit, de manière que la branche Fe′, qui est en ligne droite, tende au centre du grand cercle de la voûte, et que l'autre branche Fa′ soit une cerce coïncidante avec ce grand cercle. On aura soin, en appliquant ce biveau sur la pierre, de diriger la branche en ligne droite, de manière qu'elle tende vers le centre de la voûte, et la branche ceintrée, de manière qu'elle soit normale aux arrêtes de la douëlle, et qu'elle coïncide bien avec cette douëlle.

AUTRE MÉTHODE PARTICULIÈRE POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSSOIRS DES VOUTES SPHÉRIQUES.

373. Quand le rayon d'une voûte sphérique est considérable, les douëlles de cette voûte ont assez peu de courbure pour que, sans erreur sensible dans la pratique, on puisse les regarder comme planes, et alors, on peut tracer les voussoirs par la méthode du père Derand, c'est-à-dire, par panneaux de douëlle. Mais si le rayon de la voûte n'avait que trois ou quatre mètres (9 à 12 pieds), cette méthode ne serait plus assez exacte. Voici comment il faut concevoir ces panneaux de douëlles. Si le rayon de la voûte est considérable, les arcs FI, IK, KG′, etc. (fig. 280), que comprennent, sur le grand cercle de la voûte, les largeurs des douëlles, différeront peu des cordes qui soutendent ces mêmes arcs, et alors on pourra regarder la douëlle de chaque assise de la voûte comme la surface d'un cône tronqué dont le sommet serait sur la verticale HG indéfinie qui passe par le centre et le sommet de la voûte, et les panneaux de douëlle ne seraient, en conséquence, que des portions des développemens des surfaces de ces troncs de cônes, qui sont des surfaces réglées, et par conséquent développables.

Pour avoir ces panneaux de douëlle, par le point où la corde FI prolongée rencontre la verticale HG aussi prolongée, on décrira les arcs de cercle

Fh, Ii, indéfiniment; on fera l'arc Ii égal à la longueur qu'on voudra donner au voussoir, et par le point g et le point i on menera la droite ih, et la figure FhiI sera le panneau des douëlles de la première assise. Pour avoir le panneau des douëlles de la seconde assise, on prolongera la corde IK jusqu'à sa rencontre en d, avec la verticale HG, et par le point d, comme centre, on décrira les arcs de cercle Ie, Kf indéfiniment; on fera l'arc Kf égal à la longueur que l'on voudra donner au voussoir, et par les points d et f on menera la droite fe, et la figure IefK sera le panneau des douëlles de la seconde assise. En suivant cette marche, on aura les panneaux des douëlles de toutes les assises de la voûte.

L'usage de ces panneaux est très-facile : on creuse une calotte sphérique dans le parement d'une pierre, comme nous l'avons dit au numéro précédent; on applique dans cette calotte le panneau de douëlle de l'assise qu'on veut faire, au moyen duquel on trace la forme hikl (fig. 284) de la douëlle du voussoir qu'on veut tailler, et ensuite on fait les coupes et les joints au moyen du biveau a'Fe'd'c'b' (fig. 280), comme il a été dit plus haut.

CHAPITRE XV.

Des Voûtes en niche.

374. Les voûtes en niche ne sont autres que des demi-voûtes sphériques ou sphéroïdes. Ces sortes de voûtes peuvent se trouver dans deux circonstances principales : c'est-à-dire, 1°. qu'elles peuvent être situées aux extrémités d'un berceau qui aurait le même ceintre principal, et qui s'accorderait avec la voûte en niche de manière à ne former, ensemble, qu'une seule voûte ; 2°. qu'elles peuvent être pratiquées dans un mur quelconque pour former une niche ordinaire, plus ou moins grande. Dans la première circonstance, la voûte en niche prend le nom de *cul-de-four,* et dans la seconde elle prend seulement celui de *niche.*

Nous distinguerons trois espèces de culs-de-four, et trois espèces de niches; 1°. les culs-de-four et les niches sphériques; 2°. les culs-de-four et les niches sphéroïdes; et 3°. les culs-de-four et les niches ellipsoïdes.

Les culs-de-four doivent toujours être appareillés par assises horizontales

comme les voûtes sphériques et les voûtes sphéroïdes entières, et ces assises doivent être la continuation de celles du berceau qui s'accorde avec le cul-de-four; au contraire, les niches doivent toujours être appareillées par assises inclinées et convergentes vers un même point; car si ces dernières voûtes étaient appareillées par assises horizontales, la dernière vers la clef, et la clef elle-même, tiendraient difficilement en place, n'étant pas retenues par devant. Les culs-de-four pourraient aussi être appareillés par assises inclinées et convergentes vers un même point; mais comme cet appareil occasionne un plus grand déchet de pierre et plus de main-d'œuvre, on doit préférer celui par assises horizontales, puisque rien ne s'y oppose.

D'après tout ce qui précède, la manière de tracer l'épure et les voussoirs d'un cul-de-four des deux premières espèces ne saurait présenter la moindre difficulté; quant aux culs-de-four ellipsoïdes, nous en parlerons plus tard. Si l'on voulait séparer le berceau du cul-de-four par un arc-doubleau (qu'il faudrait prendre dans le berceau, et non pas dans le cul-de-four, par la raison que cet arc-doubleau doit toujours être cylindrique pour qu'il produise un bon effet), on ne rencontrerait guère plus de difficulté. Au reste, ce qui pourra les aplanir, si l'on en trouve encore, ce sera l'examen de la fig. 288, qui est la moitié de l'épure d'une pareille rencontre de voûte. Quant aux niches proprement dites, elles méritent d'être traitées en particulier.

NICHE SPHÉRIQUE DANS UN MUR DROIT.

375. Supposons (fig. 289) que les droites Dv, A′y soient les traces horizontales des faces du mur droit dans lequel on veut pratiquer la niche; que le quart de cercle EOMF soit la projection horizontale de la moitié du demi-cercle horizontal situé à la naissance de la voûte; que la droite quelconque AB, parallèle à la droite DV, soit la projection verticale de la naissance de la voûte, et que le quart de cercle BTC, égal à EOMF, soit le ceintre de face et en même temps le ceintre principal de la niche. Cela posé, on divisera l'arc de cercle BTUC en autant de parties égales qu'on voudra avoir de douëlles dans ce demi-ceintre BTUC; puis, par les points de division T et U, on menera au centre A, les droites Va, Xd, qui seront les projections verticales des coupes des voussoirs. Si l'on prolongeait les coupes Va, Xd jusques au centre A, elles formeraient des angles trop aigus en ce point, et les arrêtes de ces angles ne sauraient résister à la moindre pression. C'est pour cela qu'on termine ces coupes au quart de cercle IaK, décrit du point A avec un rayon AI au moins égal à la moitié de la largeur de douëlle BT. Le vide cylindrique qu'occasionne la tronquature faite dans

les voussoirs, est rempli par une pierre qu'on appelle *trompillion* comme dans les trompes. On disposera ensuite en état de charge les têtes des voussoirs, pour les accorder avec les carreaux du mur, ainsi qu'on le voit dans la fig. 289, et l'épure sera terminée.

Pour tracer les voussoirs, on levera les panneaux de tête IaVYZ, aVV'X'Xd, sur lesquels on marquera les points B, T, U, etc., au moyen de petites entailles, et on équarrira, au moyen de ces panneaux, des pierres d'une longueur égale à l'épaisseur du mur, et on aura, pour le premier voussoir à droite, une pierre de la forme abcdefghik (fig. 290). Cela fait, on marquera les points o et n sur la pierre, qui sont les points représentés par B et T dans la projection verticale, ce qu'on fera au moyen des petites entailles faites sur les bords du panneau de tête, ou en prenant la distance aT (fig. 289), et la portant de a en o et de e en n (fig. 290). Puis, on prendra la distance DG comprise entre la trace DE et la projection horizontale GH de l'arrête apparente du trompillion, que l'on portera sur la pierre, de a en l et de e en m; et, au moyen de la cerce levée sur le grand cercle de la surface sphérique, on tracera, sur la pierre, les arcs de cercle lo, mn et on, et la pierre sera tracée. On tracerait les autres voussoirs de la même manière.

Si l'on veut avoir les projections horizontales a'b'c'T', d'e'f'U' (fig. 289) des arrêtes des douëlles, en vertu de ce que toute section faite dans une surface sphérique est un cercle, on menera autant de droites NO, LM, qu'on voudra, parallèles à DE, que l'on regardera comme les traces horizontales d'une suite de plans verticaux, qui iront rencontrer la surface de la voûte suivant des demi-cercles dont les quarts de cercle RcS, PbQ, etc., seront respectivement les demi-projections verticales. Ces derniers quarts de cercle rencontreront les projections verticales aT, dU, des coupes des voussoirs, en des points c, b, f, e,...., par lesquels et les points T, U, etc., on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires TT', cc', bb', aa', UU', ff', ee', et dd', qui iront rencontrer les droites DE, NO, LM et GH, dans l'ordre qu'on voit dans l'épure, et ensuite, par les points T', c', b' et a', on menera la courbe T'c'b'a', qui sera la projection horizontale de la première arrête de douëlle; par les points U', f', e' et d', on décrira la courbe U'f'e'd', qui sera la projection horizontale de la seconde arrête de douëlle, et ainsi de suite.

On pourrait désirer d'avoir la projection verticale $a^3b^3c^3gu$ (fig. 289) de la moitié de la niche prise dans un plan vertical élevé sur la droite A'D. Dans ce cas, on prendra une ligne de terre a^3g, quelconque, perpendiculaire à la droite Dv; on prolongera indéfiniment les droites DE, NO, LM, GH,

A'y, et par le point F on menera la droite Fu perpendiculaire à ga^3; puis, par le point g, comme centre, et avec le rayon gu égal à DF, on décrira le quart de cercle uk; on fera les distances gi, ln, oq et rt, respectivement égales aux distances IU, f^2f, e^2e et d^2d, et par les points t, q, n et i, on fera passer une courbe qui sera la projection verticale de l'arrête supérieure de la seconde douëlle; on fera les distances gh, lm, op et rs, respectivement égales aux distances T^2T, c^2c, b^2b et a^2a, et par les points s, p, m et h, on fera passer la courbe spmh, qui sera la projection verticale de l'arrête supérieure de la première douëlle, et la projection demandée sera achevée.

NICHES SPHÉROÏDES DANS UN MUR DROIT.

376. Supposons (fig. 289) que les droites Dv, A'y soient les traces horizontales des faces du mur dans lequel on veut pratiquer une niche sphéroïde; que le quart de cercle EMF soit la projection horizontale du demi-cercle de naissance; que la droite AB, parallèle à Dv, soit la projection verticale de ce demi-cercle de naissance, et que la courbe quelconque BTC soit le demi-ceintre de face de la niche, ou, en d'autres termes, la génératrice d'intrados. Cela posé, je dis que la manière de tracer l'épure d'une niche sphéroïde quelconque ne diffère de celle que nous avons donnée au n°. 375, pour les niches sphériques, qu'en ce que si l'on coupe la surface d'intrados par des plans verticaux, parallèles à la face du mur, et élevés sur les droites NO, LM, GH, les sections faites par ces plans ne seront plus des demi-circonférences de cercle, mais des courbes semblables à celle du ceintre de face BTC, et qu'en ce que les cerces qui servent à tracer les arrêtes des douëlles des niches sphéroïdes ne sont pas, comme dans les niches sphériques, égales entre elles. Ainsi, il nous suffira d'expliquer comment on doit tracer, 1°. les projections verticales IaK, PbQ, RcS des intersections, avec la surface sphéroïde, des plans verticaux dont nous venons de parler, et 2°. les cerces au moyen desquelles on doit tracer les arrêtes des douëlles des voussoirs.

1°. Pour avoir les courbes IaK, PbQ et RcS, on remarquera qu'elles sont semblables à celle du ceintre de face BTC; ainsi, si cette dernière est un quart d'ellipse, une branche de parabole ou d'hyperbole, les premières seront aussi des quarts d'ellipse, des branches de parabole ou d'hyperbole. Si le demi-ceintre de face BTC est un quart d'ellipse ou une branche de parabole, pour décrire ces courbes IaK, PbQ et RcS, par les moyens donnés aux n°s. 49 et 65, il suffira, 1°. de trouver les axes AI, AP, AR, que l'on aura en élevant, par les points H, M, O, où les droites GH, LM, NO parallèles à DE, rencontrent l'arc de cercle EF, les perpendiculaires HI,

MP, OR, à la ligne de terre AB, qui iront rencontrer cette dernière aux points I, P, R, et les distances AI, AP, AR seront les premiers axes demandés; 2°. de trouver les axes AK, AQ, AS, que l'on aura en décrivant les quarts de cercle GG', LL', NN', par le point D comme centre, et avec les rayons respectifs DG, DL, DN; en élevant, à la ligne de terre et par les points G', L', N', où ces quarts de cercle rencontrent la droite DE, des perpendiculaires $G'G^2$, $L'L^2$, $N'N^2$, qui iront rencontrer le ceintre de face BTC en des points G^2, L^2, N^2, par lesquels on menera, à la ligne de terre AB, les parallèles G^2K, L^2Q, N^2S, lesquelles rencontreront la verticale AC aux points K, Q, S, et les distances AK, AQ, AS seront les seconds axes demandés.

2°. Quant aux cerces qui doivent servir à tracer les arrêtes des douëlles, on observera que l'arc EMF qui fait partie de la projection horizontale du demi-cercle situé à la naissance de la voûte, sera celle de l'arrête du lit de pose des deux premiers voussoirs, mais que pour les autres voussoirs, ainsi que nous l'avons déjà dit, il faudra d'autres cerces qui diffèreront les unes des autres. Pour avoir ces cerces, on s'y prendra de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse de celle qui doit servir à tracer l'arrête dont la projection verticale est la droite aT; après avoir mené une droite quelconque ap (fig. 291) et avoir pris un point a arbitrairement sur cette droite ap, on fera les distances af, ag et ah, respectivement égales aux distances du point a (fig. 289) aux points b, c, T, où les courbes PQ, RS, BC viennent rencontrer la droite aT; par les points a, f, g et h (fig. 291), on menera des perpendiculaires ab, fc, gd et he, à la droite ap, que l'on fera respectivement égales aux distances a^5a', b^5b', c^5c', et T^3T' (fig. 289); ensuite, par les points b, c, d, e (fig. 291), on fera passer une courbe bcde, qui sera la cerce demandée. On s'y prendra d'une manière semblable pour avoir la cerce iklm (fig. 291), de l'arrête dont la droite dU est la projection verticale (fig. 289).

Quant à la manière de tracer les voussoirs, elle est absolument semblable à celle que nous avons expliquée au n°. 375, en ayant soin, toutefois, de se servir des cerces convenables pour tracer les arrêtes lo, mn et no (fig. 290), d'après ce qui a été dit ci-dessus.

NICHES ELLIPSOÏDES ET AUTRES DANS UN MUR DROIT.

377. Si la projection horizontale EMF (fig. 289), de la moitié de la courbe de naissance de la voûte en niche, est un quart d'ellipse, et que la surface d'intrados de cette voûte soit engendrée par ce quart d'ellipse EMF, en tour-

nant autour d'un de ses axes, supposé dans une situation horizontale, cette voûte prendra le nom de *niche ellipsoïde*. Si la génératrice EMF était une branche de parabole, une branche d'hyperbole, une demi-cycloïde, un quart de cassinoïde, une branche de chaînette, ou, etc., la voûte prendrait le nom de *niche paraboloïde*, *hyperboloïde*, *cycloïdique*, *cassinoïdique*, *chainettoïdique* ou, etc.

Toutes ces niches auront une demi-circonférence de cercle BTC pour ceintre de face, et les sections faites dans la surface d'intrados par des plans parallèles à la face du mur seront des demi-cercles, puisque les sections seront faites par des plans perpendiculaires à l'axe de rotation. Il résulte de là que les épures de toutes ces espèces de niches doivent être faites entièrement comme celles des niches sphériques pratiquées aussi dans un mur droit. Pour tracer les voussoirs, on levera des cerces pour les arrêtes des douëlles, que l'on obtiendra tout-à-fait comme nous l'avons expliqué pour les niches sphéroïdes.

NICHES SPHÉRIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

378. Supposons que les courbes quelconques ab, vu (fig. 292), soient les traces horizontales des faces du mur dans lequel on veut pratiquer une niche sphérique. La première condition de convenance est que le centre b de la projection horizontale gec, du quart de cercle qui est la moitié de la courbe de naissance de la niche, soit sur la trace horizontale ab de la face du mur dans laquelle la niche doit être incrustée. La seconde condition, c'est que la partie sphérique de la niche se termine sur un plan vertical tangent à la surface cylindrique du mur, et dont la génératrice de contact aurait pour projection horizontale le centre b du quart de cercle gec; de sorte que la trace horizontale de ce plan vertical serait la droite bg tangente, au point b, à la trace horizontale ab de la face du mur. Enfin, la troisième condition est que la surface de la niche doit se prolonger, en forme de berceau, depuis ce plan vertical jusqu'à la face du mur. Je pourrais faire ressortir les défauts des autres dispositions qu'on adopte quelquefois, mais je me contenterai d'insister pour qu'on remplisse les trois conditions que je viens d'établir, parce qu'elles sont nécessaires pour conserver à la niche et au ceintre de face une forme régulière.

Cela posé, on divisera le quart de cercle ADB, qui est la projection verticale de la moitié du ceintre de face de la niche, en parties égales, comme à l'ordinaire, pour avoir les points D, E, etc. par lesquels, et le centre C, on menera les droites DR, EQ, qui seront les projections verticales des plans

des coupes de la niche, et on décrira le quart de cercle SP, qui sera la projection verticale du trompillion, dont la projection horizontale de l'intersection avec la surface de la niche sera la droite dh. Cela fait, on cherchera les projections horizontales p'poni, m'mlkh, des intersections des plans des coupes avec la surface de la niche, comme il a été expliqué au n°. 375, ainsi que les lignes de construction l'indiquent dans l'épure. Si l'on veut avoir la projection verticale $yu'u^2r'r^2y'$ dans un plan vertical dont la ligne de terre yu' serait perpendiculaire à la tangente bg de la trace ab du mur, on s'y prendra de la manière que nous avons expliquée au numéro cité pour ce qui regarde les projections verticales $m^6l^5e^4i'$, $m^4l^4e^3d'$, $m^2l^3e^2h'$ des intersections du plan vertical élevé sur la droite bu, et des plans des coupes avec l'intrados de la niche; quant à la partie, de cette projection verticale, qui a rapport à l'intersection des plans des coupes et de la partie en berceau de la niche, avec la face cylindrique droite du mur dont la trace horizontale est la courbe ab, on conçoit sans peine la manière de l'obtenir. On doit concevoir aussi, d'après tout ce qui précède, comment on doit obtenir les panneaux des coupes (fig. 293). Pour avoir ces panneaux, nous avons pris la droite bg (fig. 292) pour directrice, dont la correspondante est la droite az^5 (fig. 293).

DES NICHES SPHÉROÏDES PRATIQUÉES DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

379. En rapprochant ce que nous avons dit au n°. 376 de ce que nous venons de dire au n°. 378, il est clair que les niches sphéroïdes pratiquées dans les murs cylindriques droits ne peuvent présenter aucune difficulté. Ainsi, je me contenterai d'observer que ces sortes de niches sont soumises aux mêmes conditions de convenance que nous avons établies au commencement du numéro précédent.

DES NICHES ELLIPSOÏDES ET AUTRES PRATIQUÉES DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

380. En rapprochant ce que nous avons dit au n°. 377 de ce que nous avons dit au n°. 378, il est encore clair que ces dernières espèces de niches ne peuvent présenter aucune difficulté, en faisant les mêmes observations de convenance que nous venons de faire dans le n°. 378.

NICHES SPHÉRIQUES PRATIQUÉES SUR LES ENCOIGNURES.

381. Supposons que les droites ad', ab' (fig. 294) soient les traces horizontales des faces extérieures des deux murs droits qui forment l'encoignure dans laquelle on veut pratiquer une niche sphérique, l'angle b'ad' formé par

ces deux faces étant quelconque. Pour avoir l'épure de cette niche, on prendra le sommet a de l'angle b'ad' pour la projection horizontale du centre de la surface sphérique qui doit former la surface d'intrados de la niche; par ce point a, comme centre, et avec le rayon qu'on voudra (qui sera celui de la surface sphérique), on décrira l'arc de cercle p'ca' indéfini : la partie bcd, de cet arc, comprise dans l'angle bad, sera la projection horizontale de la naissance de la niche, et en même temps la trace horizontale de la face du mur cylindrique concave sur lequel la niche est établie. Par le même point a, comme centre, et avec un rayon plus grand que ab, d'une quantité égale à l'épaisseur des murs qui forment l'encoignure, on décrira l'arc b^3d^3, qui sera la trace horizontale de la seconde face du mur cylindrique droit dont il vient d'être question. Cela fait, on élevera, par le centre a, une perpendiculaire aa' à la droite ad', laquelle perpendiculaire ira rencontrer l'arc de cercle du'a' en un point a', qui sera le rabattement du sommet de la niche autour de la droite ad', et l'arc de cercle du'a' sera le rabattement du ceintre de face de la niche sur la face du mur dont la trace horizontale est la droite ad'. Le ceintre de face, sur la face de l'autre mur, dont la trace horizontale est la droite ab, sera parfaitement égal à celui du'a' dont nous venons de parler. On divisera, ensuite, ce ceintre de face du'a' en autant de parties égales qu'on voudra avoir de têtes de voussoirs sur cette face, en observant une demi-division a'q' vers le sommet a', pour la demi-clef; par les points de division u', q', etc., on abaissera les perpendiculaires u'u, q'q, etc., sur la droite ad'; par le centre a, et avec les rayons ap, au, on décrira les arcs de cercle qp, um; par les points b, m, p, a, q, u et d, on menera les droites bG, mO, pN, qL, uK et dC, parallèles à la droite aM, qui divise en deux parties égales l'angle b'ad'; on prendra une ligne de terre AB perpendiculaire à la droite aM; on fera, ensuite, les ordonnées HO et IK, FN et DL, et EM respectivement égales aux ordonnées uu', qq', aa'; par les points G, O, N, M, L, K et C, on fera passer la courbe GONMLKC (qui est une demi-ellipse), qui sera la projection verticale des intersections des faces du mur avec l'intrados de la niche. Cela fait, par les points O, N, L et K, et le point E, on menera les droites PO', TN', VL' et ZK', qui seront les projections verticales des coupes des voussoirs, et on disposera les états de charge et le trompillion comme à l'ordinaire, ainsi qu'on le voit dans l'épure. On cherchera, ensuite, les projections horizontales mlk, ponyi, qrszh et utg, des intersections des plans des coupes avec l'intrados de la niche, en s'y prenant de la manière suivante :

Parallèlement à la ligne de terre AB, on menera les droites v'y', On', x'o', arbitrairement; par les points v', O, x', où ces droites rencontrent la courbe GMC, on abaissera les droites v'v, Om et x'x, perpendiculaires à la ligne de terre AB; par le point a, comme centre, et avec des rayons respectivement égaux aux distances av, am et ax, du point a aux points v, m, x, où les droites v'v, Om et x'x vont rencontrer la droite ab', on décrira les arcs de cercle vlyzt, mns et xor; par les points l' et O', on abaissera les droites l'l, O'k, perpendiculaires à la ligne de terre AB, lesquelles iront respectivement rencontrer l'arc vlyt et la droite ef aux points l et k, par lesquels et le point m on menera la courbe mlk, qui sera la projection horizontale de l'intersection de la première coupe OO' avec l'intrados de la niche; par les points o', n', y', N' on abaissera les droites o'o, n'n, y'y et N'i, perpendiculaires à la ligne de terre AB, lesquelles iront respectivement rencontrer les arcs de cercle xor, mns, vlkz et la droite ef, aux points o, n, y et i, par lesquels et le point p on fera passer la courbe ponyi, qui sera la projection horizontale de l'intersection de la seconde coupe NN' avec l'intrados de la niche, et ainsi des autres.

Pour avoir les panneaux des coupes des voussoirs, celui de la première coupe OO', par exemple; par le point m, on menera la droite mm' perpendiculaire à la droite aE, laquelle ira rencontrer l'arc de cercle ebm' au point m', par lequel et le point a on menera la droite $m'm^3$; parallèlement à la droite aE, on menera les droites m^3m^4 et mm^5, à des distances respectivement égales à EP et El'; par les points b^3, l^2 et O^2, on élevera les droites b^3m^4, l^2m^5 et O^2m^6, perpendiculaires à la droite aE, lesquelles iront respectivement rencontrer les droites m^3m^4, mm^5, et em^6, aux points m^4, m^5 et m^6, par lesquels on fera passer la courbe $m^4m^5m^6$, et la figure $em'm^3m^4m^5m^6$ sera le panneau de la première coupe OO'. Pour avoir le panneau $ep'p^2t^2n^3m^6$ de la seconde coupe N'N, on s'y prendra de la même manière.

On tracera et on taillera les voussoirs en les équarrissant d'abord (à leur plus grande longueur), comme s'il s'agissait d'un berceau, au moyen de panneaux de tête levés sur la projection verticale dont la ligne de terre est la droite AB, et ensuite, en traçant les arrêtes des douëlles et des têtes de ces voussoirs, avec les panneaux de coupe que nous venons d'expliquer. Ainsi, par exemple, s'il s'agissait d'un premier voussoir à gauche, on leverait le panneau de tête AFO'PR, et on choisirait une pierre qui pût contenir ce panneau, et qui eût une longueur égale à mb^4, et on équarrirait cette pierre de manière qu'elle aurait la forme abyugfedch (fig. 295). Cela fait, on appli-

querait le panneau de projection horizontale et'b³b²b'b (fig. 294) sur le lit de pose, et, sur le lit de dessus, le panneau de joint em'm³m⁴m⁵m⁶, et la pierre serait tracée. En appliquant les panneaux des coupes, on aura soin de faire préalablement les distances bk et yl (fig. 295) chacune égale à m²h (fig. 294) pour avoir les points k et l (fig. 295) avec lesquels les sommets des panneaux doivent coïncider : ces points et les arrêtes de la pierre qui sont au trompillion, serviront à diriger ces mêmes panneaux de manière que les arrêtes des voussoirs se correspondent bien. On taillera ensuite toutes les faces de la pierre, et on aura un voussoir de la forme iklmopqvxirstn.

CHAPITRE XVI.

Des Voûtes annulaires simples, des Voûtes annulaires en arrêtier, et des Voûtes annulairoïdes.

DES VOUTES ANNULAIRES SIMPLES.

382. L'intrados des voûtes annulaires simples est une surface de même nom (voyez la définition, n°. 234), concave en dessous. La génératrice de cette surface peut être une demi-circonférence de cercle, une demi-ellipse, une anse de panier, etc., ou une courbe ouverte quelconque. D'après la définition des surfaces annulaires, on voit que les voûtes de même nom doivent toujours être établies sur deux murs cylindriques droits, à bases circulaires et concentriques.

Cela posé, donnons un exemple de cette espèce de voûte, et supposons que les arcs de cercle AB et CD, EF et GH (fig. 296), dont le point I est le centre commun, soient les traces horizontales des faces des murs sur lesquels on veut établir la voûte en question, et que la courbe quelconque AME soit la génératrice de la surface d'intrados, rabattue autour de la droite AE tendante au centre I, laquelle génératrice prend aussi le nom de ceintre de la voûte : voici comment on opérera pour tracer l'épure.

On divisera le ceintre AME en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs; on disposera les coupes et l'extrados comme pour un berceau; par les points de division et le sommet M du ceintre, on abaissera, à la droite AE, les perpendiculaires NN', OO', MK, PP', QQ'; par le point

I, comme centre, et avec les rayons IN′, IO′, etc., on décrira les arcs de cercle N′N², O′O², KL, etc., que l'on prolongera autant que la longueur de la voûte l'exigera, et ces arcs de cercle seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. On aura de même les projections horizontales des extrémités des coupes, et l'épure sera terminée.

Pour tracer les voussoirs, celui, par exemple, dont le panneau de projection horizontale est la figure Q′XVG, on équarrira une pierre sur ce panneau, à la hauteur GR³, laquelle aura la forme abonedcf (fig. 297); puis, on fera les distances ai, bk, chacune égale à la saillie EQ′ de la première douëlle (fig. 296), et on joindra les points i, k (fig. 297), par un arc de cercle ik, au moyen d'une cerce levée sur l'arc de naissance EF (fig. 296); on fera les hauteurs ah, bg (fig. 297), chacune égale à la hauteur Q′Q de la première douëlle (fig. 296); on joindra les deux points h, g (fig. 297) au moyen d'une règle flexible, qu'on appliquera bien sur la face cylindrique primitive de la pierre; on joindra i et h, k et g par une cerce levée sur le ceintre de la voûte, pour la première douëlle, et on taillera la douëlle ikgh, en faisant glisser cette cerce sur les arcs de cercle ik, hg. Enfin, pour tracer la coupe de ce voussoir, on fera les distances dm, cl, chacune égale à la distance Q′R′ (fig. 296), comprise entre les projections horizontales de l'arrête de la douëlle et de l'extrémité de la coupe du lit de dessus; on joindra les points m, l (fig. 297), par l'arc de cercle ml, au moyen d'une cerce levée sur la projection horizontale de l'extrémité de la coupe à tracer; on joindra les points h et m, g et l par les droites hm, gl, et la coupe sera tracée.

On voit, d'après ce que nous venons de dire sur les voûtes annulaires simples, que, pour la pratique, cette espèce de voûtes ne diffère que de forme avec les voûtes sphéroïdes.

DES VOUTES ANNULAIRES EN ARRÊTIERS.

Les voûtes de cette espèce se composent d'une voûte annulaire simple traversée par une voûte conoïde. On appelle voûtes *conoïdes* toutes celles dont l'intrados est une surface qui participe des surfaces coniques.

Les intersections de la voûte annulaire avec la voûte conoïde ne sont jamais des courbes planes, comme cela a toujours lieu dans les voûtes en arrêtier cylindriques; mais elles sont assujéties à des conditions, ainsi qu'on va le voir dans les exemples suivans. Les voûtes annulaires en arrêtiers ont, d'ailleurs, de l'analogie avec celles qui résultent de la rencontre de deux berceaux.

383. **Premier Exemple.** Supposons (fig. 298), 1°. que les arcs de cercle

LKNO et HIMP, ABFG et DCEV soient les traces horizontales des faces des murs sur lesquels la voûte annulaire doit être établie; 2°. que les droites KC, NE, tendent au centre commun Z, des traces horizontales des murs; 3°. que les portions KI, BC, NM, FE, des droites KC, NE, soient les traces horizontales des piédroits de la surface conoïde qui rencontre la surface annulaire, de manière que les projections horizontales BXM, FXI, des intersections de ces deux surfaces, soient deux arcs de cercle passant par le point X (où la droite m'l', qui divise en deux parties égales l'angle formé par les droites KC, NE, rencontre l'arc de cercle $S'XS^2$, qui est la projection horizontale du milieu de la clef de la voûte annulaire), et par les sommets B, I, M et F des piédroits, ainsi qu'on le voit dans l'épure; cela posé, si l'on donne le ceintre ASH de la voûte annulaire, ceux Il'M, Bm'F, de la voûte conoïde, ne pourront pas être donnés arbitrairement : ils dépendront du ceintre donné ASH et des projections horizontales BXM, FXI des intersections des deux surfaces. Réciproquement si les ceintres Il'M et Bm'F de la surface conoïde sont donnés, celui ASH de la voûte annulaire ne sera pas arbitraire. Il y a plus, les deux ceintres de la voûte conoïde dépendent l'un de l'autre et des intersections des surfaces. Supposons qu'on nous donne le ceintre ASH de la voûte annulaire; pour avoir ceux Il'M et Bm'F de la voûte conoïde, on opérera de la manière suivante :

D'abord, on divisera le ceintre donné ASH, en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises dans la voûte; on obtiendra les projections horizontales $Q'Q^4$, $R'R^4$, $T'T^5$, $U'U^4$, des arrêtes des douëlles de la voûte annulaire; ensuite, par les points u, t, t^2, u^2, où les projections horizontales $U'U^4$, $T'T^5$ des arrêtes des douëlles de la moitié de la voûte annulaire, du côté du grand mur, rencontrent les arcs de cercle XI, XM, et par le centre Z, on menera les droites ua^2, tb^2, t^2c^2, u^2d^2, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte conoïde du côté du grand mur; par les points q, r, s, q', où les projections horizontales $Q'Q^4$ $R'R^4$ des arrêtes des douëlles de la moitié de la voûte annulaire du côté du petit mur, vont rencontrer les arcs de cercle XB, XF, et par le centre Z, on menera les droites qq^2, rn^2, sk^2, $q'i^2$, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte conoïde du côté du petit mur. Maintenant, supposons qu'il s'agisse d'avoir le ceintre Il'M, qui est l'intersection, avec l'intrados de la voûte conoïde, d'un plan vertical élevé sur la droite IM, menée par les sommets I, M des piédroits de la même voûte, qui font parties du grand mur; par les points a, b, c et d, où les droites ua^2, tb^2, t^2c^2, u^2d^2 rencontrent la droite IM, on élevera, à cette dernière droite, les perpendiculaires

aa', bb', ll', cc', dd', que l'on fera respectivement égales aux ordonnées U'U, T'T, S'S, T'T, U'U, et par les points I, a', b', l', c', d', M, on fera passer la courbe Il'M, qui sera le ceintre demandé. On obtiendra le ceintre Bm'F, en opérant sur la droite BF, qui passe par les sommets B, F des piédroits de la voûte conoïde, qui font parties du petit mur, comme nous venons de le faire sur MI. Cela fait, on menera les coupes dans chacun des trois ceintres ASH, Il'M, Bm'F, normales à ces mêmes ceintres; on disposera l'extrados des deux voûtes comme on le jugera convenable, mais de manière que celle de la voûte conoïde soit assujétie à celle de la voûte annulaire, comme dans les voûtes en arrêtier cylindriques (voyez le n°. 362); on déterminera les projections horizontales AG, R^3R^5, T^3T^4, HP, des extrémités des coupes de la voûte annulaire, comme dans le n°. 382, et ensuite, pour avoir les projections horizontales des arrêtes des coupes de la partie de la voûte conoïde du côté du grand mur, par les points e', f', g', h', on abaissera, à la droite IM, les perpendiculaires e'e, f'f, g'g, hh'; par les pieds e, f, g, h, de ces perpendiculaires, on menera les droites ee^2, $t'f^2$, t^3g^2, hh^2, parallèles aux projections horizontales des arrêtes des douëlles correspondantes, lesquelles droites ee^2, $t'f^2$, t^3g^2, hh^2, seront les projections demandées, et rencontreront respectivement les projections horizontales HP, T^3T^4, des arrêtes des coupes de la moitié de la voûte annulaire du côté du grand mur, aux points u^3, t', t^3, h, que l'on joindra respectivement avec les points u, t, t^2, u^2, par les courbes uu^3, tt', t^2t^3, u^2h. Si l'on veut avoir rigoureusement ces courbes, on cherchera au moins un point intermédiaire, en opérant sur les milieux des coupes, comme nous venons de le faire sur leurs extrémités. On opérera de la même manière sur le demi-ceintre AS de la voûte annulaire, et sur le petit ceintre Bm'F de la voûte conoïde, pour avoir les projections horizontales $p'p^2$, $r'r^2$, $s'i^2$, yy^2, des arrêtes des coupes de la voûte conoïde du côté du petit mur; enfin, on disposera l'appareil des voussoirs en projection horizontale, comme pour les voûtes en arrêtier cylindriques, ainsi qu'on le voit indiqué dans la fig. 298, et l'épure sera terminée.

Pour tracer les voussoirs, celui de la première assise, par exemple, dont le panneau de projection horizontale est la fig. $u^2d^2u^5u^4$, on équarrira une pierre à ce panneau, et à la hauteur AQ^2 de la première assise, et cette pierre aura la forme abcdefgh (fig. 299); ensuite, on tracera et on taillera la douëlle lmnt, qui fait partie de la voûte annulaire, ainsi que la coupe msul, comme s'il ne s'agissait que d'une voûte de ce genre; puis, on tracera la douëlle olip qui fait partie de la voûte conoïde, en faisant les distances to, cp (fig. 299), respectivement égales aux distances dM, d^2N (fig. 298), prises sur les traces

horizontales HP, LO des faces du grand mur; en faisant la hauteur ci (figure 299) égale à bl, égale à QQ′ (fig. 298), et on joindra les points o et p (fig. 299), par la droite op, et les points l et i par la droite li. Enfin, on fera les distances dq, ur, égales à la distance d^2h^2 (fig. 298), on joindra les points q et r (fig. 299), par la droite rq, qui sera parallèle à l'arrête ud. Cela fait, on fera passer un plan par les droites li, rq, qui sera la coupe du lit de dessus, du voussoir, qui répond à la voûte conoïde. Pour creuser convenablement la douëlle opil, on déterminera deux cerces pour être appliquées, l'une vers un bout, et l'autre vers l'autre bout de cette douëlle. L'une de ces cerces pourra être levée sur le ceintre Ml′I (fig. 298), et aura la courbure Md′; l'autre sera levée sur la courbe d'intersection, avec l'intrados de la voûte conoïde, d'un plan vertical élevé sur une droite quelconque NK qui rencontrera les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Pour avoir cette courbe d'intersection, par les points où la droite NK coupe les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on élevera des perpendiculaires à cette droite NK, qu'on fera respectivement égales aux ordonnées du ceintre de la voûte annulaire, et par les extrémités de toutes ces perpendiculaires et par les points N et K, on fera passer une courbe qui sera la demandée. Pour appliquer convenablement ces cerces sur la pierre, on fera les distances iu′, it′ (fig. 299), respectivement égales aux distances d^2d^3, d^2d (fig. 298), du point d^2 aux points d^3, d, où les droites NK, NI rencontrent la projection horizontale d^2u^2 de l'arrête supérieure de la douëlle qui nous occupe; et on appliquera les cerces dont il s'agit, respectivement par les points p et u′, o et t′ (fig. 299). Ayant fait deux rigoles aux bouts de cette douëlle, au moyen de ces deux cerces, ainsi appliquées, on achevera la douëlle en faisant glisser une règle dans le fond de ces deux rigoles.

On conçoit, d'après l'explication que nous venons de donner de la manière de tracer un premier voussoir de la voûte annulaire en arrêtier, comment il faudrait s'y prendre pour tracer les autres voussoirs.

384. Second Exemple. Dans l'exemple précédent, nous avons supposé qu'on donnait le ceintre ASH (fig. 298) de la voûte annulaire, et les projections horizontales BXM, FXI, des intersections des deux voûtes, et il a fallu déterminer, d'après ces données, les deux ceintres Il′M, Fm′B de la voûte conoïde. Supposons toujours que l'on donne les projections horizontales BXM, FXI, des interjections des intrados des deux voûtes, comme dans ce premier exemple; mais, qu'au lieu de donner le ceintre de la voûte annulaire, on donne celui Il′M de la voûte conoïde. Cela posé, voici comment il faudra opérer :

On divisera le ceintre donné Il′M en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs ; par les points de division a′, b′, c′, d′, on abaissera, à la droite MI, les perpendiculaires a′a, b′b, c′c, d′d; par les pieds a, b, etc., desquelles, et le centre Z, on menera les droites a^2q^2, b^2n^2, c^2k^2, d^2i^2, qui rencontreront la droite FB en des points qui seront les pieds des ordonnées du ceintre Fm′B, et on décrira ce ceintre Fm′B, de manière que ses ordonnées soient respectivement égales à celles du ceintre donné Ml′I. Cela fait, par les points u, t, X, s, q′, où les droites a^2q^2, b^2n^2, c^2k^2, d^2i^2, rencontrent l'arc de cercle FXI, et par le centre Z, on décrira les arcs de cercle $U'uu^2U^4$, $T'tt^2T^5$, $S'XS^2$, $R'rsR^4$, $Q'qq'Q^4$, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte annulaire, et qui rencontreront la droite ZL aux points Q′, R′, S′, T′, U′, qui seront les pieds des ordonnées du ceintre ASH de la voûte annulaire, que l'on décrira en faisant ses ordonnées respectivement égales à celles du ceintre donné Ml′I. Puis, on menera les coupes des trois ceintres, on déterminera les extrados, et on obtiendra les projections horizontales des arrêtes supérieures des coupes, comme dans le premier exemple de voûtes annulaires en arrêtier. La manière de tracer les pierres est aussi la même que dans ce premier exemple.

385. Troisième Exemple. On pourrait donner à la fois les deux ceintres ASH, Ml′I, à volonté, pourvu que les ordonnées S′S, ll′ des sommets de ces deux courbes fussent égales; mais alors on ne pourrait plus donner les projections horizontales FXI, BXM des intersections des intrados des deux voûtes, ces deux projections dépendant de la forme des ceintres ASH, Ml′I; de sorte qu'il faut, maintenant, que nous donnions le moyen d'obtenir ces deux projectious FXI, BXM.

Pour cela, on divisera les deux ceintres ASH, Ml′I, en un même nombre de parties, de manière qu'ayant divisé le ceintre ASH en parties égales, les ordonnées des points de division du ceintre Ml′I soient respectivement égales à celles des points de division du ceintre ASH.

De cette manière, les arrêtes des douëlles des deux voûtes seront, pour chaque assise, dans les mêmes plans horizontaux, comme cela est nécessaire, pour que l'ensemble des deux voûtes forme une voûte en arrêtier, et par conséquent, que les arrêtes des douëlles d'une voûte rencontrent les correspondantes de l'autre. Cela fait, on cherchera, comme il a été dit dans les numéros précédens, les projections horizontales des arrêtes des douëlles des deux voûtes, qui se rencontreront respectivement aux points u, t, X, s, q′, et aux points u^2, t^2, r, q, par lesquels on fera passer les courbes IXF, MXB, qui seront les projections demandées.

On cherchera les projections horizontales des arrêtes supérieures des coupes, comme dans les exemples précédens, et l'épure sera terminée.

On conçoit que la manière de tracer les pierres ne change pas non plus.

Pour que les intersections des surfaces d'intrados ne soient pas désagréables à la vue, il faut que les deux ceintres ASH, MI'I soient des courbes régulières, et en même temps qu'elles ne soient pas de nature trop différente; d'où l'on voit que les deux premiers exemples sont préférables à celui-ci.

DES VOUTES ANNULAIROÏDES.

Les voûtes de cette espèce participent, il est vrai, des voûtes annulaires, mais elles sont susceptibles de prendre, d'ailleurs, une infinité de formes différentes.

386. Supposons que les courbes quelconques AB et CD, EF et GH (fig. 300) soient les traces horizontales des faces de deux murs cylindriques droits, inégalement distans l'un de l'autre, et qu'on veuille établir, sur ces deux murs, une voûte annulairoïde dont la génération de l'intrados soit conçue ainsi qu'il suit :

Supposons que les droites AE, FB soient les limites de la longueur de la voûte; on divisera les deux courbes AB, EF, chacune en un même nombre de parties égales aux points a, g, o, v et b', n, u, z, par lesquels on mènera les droites ab', gn, ou, vz; sur la droite BF, on décrira la courbe BL'F qu'on voudra; on divisera cette courbe en autant de parties égales qu'on le jugera nécessaire, et on abaissera les ordonnées de tous les points de division sur la droite BF, et les pieds de ces ordonnées diviseront la droite BF d'une certaine manière; on divisera ensuite les droites vz, ou, gn, ab' et AE, de la même manière que la droite BF, et par les points correspondans de division N, x, p, h, b, N^2; M, y, q, i, c, M^2; L, z^2, r, k, d, L^2; K, y', s, l, e, K^2; I, x', t, m, f, I^2, on fera passer les courbes $NxphbN^2$, $MyqicM^2$, Lz^2rkdL^2, etc., qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Pour diviser les droites vz, ou, gn, ab', AE, on peut s'y prendre de plusieurs manières. D'abord si la courbe BL'F est une demi-circonférence de cercle, sur chacune de ces droites, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle qu'on divisera en autant de parties égales que le demi-cercle primitif; par les points de division de toutes ces demi-circonférences de cercle, on abaissera des perpendiculaires respectivement sur les droites en question, et les pieds de ces perpendiculaires seront les points de division demandés. Ce moyen est très-simple, mais il ne peut

s'appliquer commodément qu'au cas où le ceintre primitif BL'F est une demi-circonférence de cercle. Voici un moyen tout-à-fait général qui n'est guère plus long que le premier :

On menera deux droites ab, ah (fig. 301) de manière qu'elles fassent un angle quelconque ; sur l'un ab, des côtés de cet angle, on fera les distances ac, ad, ae, af, ag et ab, respectivement égales aux distances FI, FK, FL, FM, FN, FB (fig. 300); sur l'autre côté ah de l'angle bah (fig. 301), on fera la distance ah égale à l'une des droites vz, ou, gn, etc. (fig. 300), qu'il s'agit de diviser, égale à la droite vz, par exemple; on joindra les points b et h (fig. 301) par la droite bh, et par les points c, d, e, f, g, on menera les droites ci, dk, el, fm, gn, parallèles à la droite bh, et la droite ah sera divisée de la même manière que ab. On portera ensuite les distances ai, ak, al, am, an, sur la droite zv (fig. 300) de z en x', de z en y', de z en z^2, de z en y, et de z en x, et les points x', y', z^2, etc., seront les points de division de la droite zv. On divisera les autres droites par le même moyen.

Ayant obtenu, comme nous venons de l'expliquer, les projections horizontales des arrêtes des douëlles, qui ne sont autres choses que les projections horizontales des intersections, avec l'intrados de la voûte annulairoïde, d'une suite de plans horizontaux, on achevera d'engendrer la surface d'intrados, en déterminant les intersections de la suite de plans verticaux élevés sur les droites vz, uo, gn, ab' et AE, ce qu'on fera ainsi qu'il suit :

On regardera les points, où les projections horizontales des arrêtes des douëlles rencontrent les droites uz, ou, gn, ab', et AE, comme étant les pieds des ordonnées, des intersections demandées, abaissées respectivement sur ces mêmes droites; on élevera ces ordonnées perpendiculaires aux mêmes droites, et on les fera respectivement égales à celles de la courbe BL'F, et par les extrémités de ces ordonnées on fera passer des courbes, telles que $AN^3M^3L^3K^3I^3E$, $gh^2i^2k^2l^2m^2n$, etc., qui seront les intersections demandées. On voit, par cette génération, que la surface d'intrados change de forme à chaque instant; ce qui exige qu'on détermine un grand nombre d'intersections faites dans l'intrados par des plans verticaux élevés sur des droites menées, dans la projection horizontale de la voûte, suivant les projections horizontales des têtes des voussoirs ; de sorte qu'on ait au moins trois cerces pour tailler la douëlle de chaque morceau.

Pour terminer l'épure, il ne reste plus, maintenant, qu'à trouver les projections horizontales des arrêtes des coupes de chaque assise de la voûte. Pour trouver ces projections, on disposera les coupes, dans chaque section fait[e]

dans la voûte par la suite de plans verticaux dont nous venons de parler, de manière que ces coupes soient normales à ces sections, et on disposera la forme de l'extrados de la voûte comme on voudra, en ayant soin, toutefois, que les extrémités des coupes soient respectivement situées dans des plans horizontaux. Puis, on abaissera des perpendiculaires par les extrémités des coupes de chaque section de la voûte, respectivement sur les droites zv, uo, ng, ab', et AE, et par les pieds des perpendiculaires qui appartiennent à la même coupe, on fera passer les courbes RR^2, QQ^2, PP^2, OO^2, qui seront les projections demandées.

Pour éviter les angles aigus, on disposera les projections horizontales des joints par tête des voussoirs, de manière qu'elles soient normales à celles des arrêtes supérieures des douëlles de chaque assise.

Pour tracer les voussoirs, on se servira de la méthode par équarrissement, en observant qu'il faut un panneau de projection horizontale, deux panneaux de tête, pris dans les sections faites dans la voûte par des plans verticaux élevés sur les projections horizontales des joints par tête, et des cerces locales pour tracer les arrêtes des douëlles et des coupes, pour chaque voussoir en particulier. On levera ces cerces locales sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes.

387. Second Exemple. La manière que nous venons de donner pour engendrer l'intrados des voûtes annulairoïdes est, sans contredit, la meilleure, en ce qu'elle donne à la voûte, la forme la plus régulière qu'il soit possible; mais elle n'est pas la seule qu'on puisse adopter, et si le cas l'exigeait, on pourrait supposer la voûte en plein ceintre, par un bout, et en voûte plate par l'autre.

Dans ce cas, pour engendrer l'intrados de la voûte, on cherchera, d'abord, comme dans le premier exemple, les projections horizontales des arrêtes des douëlles, en opérant ici de la manière suivante :

Supposons que les droites AE, DF (fig. 300) soient les traces horizontales des deux plans verticaux qui contiennent, le premier, la section faite dans la voûte plate, et le second, la section faite dans la voûte en plein ceintre. Cela posé, on divisera les deux courbes quelconques AB, EF, en un même nombre de parties égales; par les points correspondans de division, on mènera les droites ab', gn, etc.; on divisera la droite AE et le plein ceintre BL'F en un même nombre de parties égales, et par les points de division de la courbe BL'F, on abaissera des perpendiculaires sur la droite BF. Puis, on prendra la différence entre BN et la première des parties égales de la droite AE (du côté du point A), que l'on divisera en autant de parties égales

qu'on a divisé l'arc AB, en cinq, par exemple; on fera, ensuite, la distance vx égale à BN plus une division de la différence dont il vient d'être question, la distance op égale à BN plus deux divisions de la même différence, la distance gh égale à BN plus trois divisions de la même différence, la distance ab égale à BN plus quatre divisions de la même différence, et par les points N, x, p, etc., on fera passer une courbe qui sera la projection horizontale de la première arrête de douëlles. Pour avoir celle de la seconde arrête de douëlle, on opérera sur la distance BM, et sur celle du point A au second point de division de la droite AE, comme nous venons de le faire sur la distance BN et sur la première division de la droite AE, et ainsi de suite, pour les autres arrêtes de douëlle. Puis, on divisera chaque ordonnées de la courbe BL′F, en autant de parties égales que l'arc AB; par les points où les droites vz, uo, gn, ab′, rencontrent les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on élevera, à ces mêmes droites, des perpendiculaires indéfinies; on fera chacune des perpendiculaires élevées sur la droite ab′, respectivement égales à une division des ordonnées correspondantes de la courbe BL′F, chacune des perpendiculaires élevées sur la droite gn, respectivement égales à deux divisions des ordonnées correspondantes de la courbe BL′F, et ainsi de suite, ce qui donnera la courbure des intersections des plans verticaux élevés sur les droites ab′ gn, etc., avec l'intrados de la voûte.

Quant aux projections horizontales des arrêtes des coupes, on les décrira équidestantes à celles des arrêtes des douëlles correspondantes, et l'épure sera terminée, en observant, d'ailleurs, les mêmes choses que dans le premier exemple. On observera que le procédé que nous venons de donner est indépendant de la nature de la courbe BL′F.

J'ai expliqué ce second exemple de voûtes annulairoïdes sur la même épure qui m'a servi à expliquer le premier, pour ne pas multiplier les gravures sans nécessité, qui sont déjà assez nombreuses.

On pourrait imaginer un grand nombre d'autres voûtes annulairoïdes, mais les deux exemples que nous venons de donner suffisent pour donner une idée convenable de cette espèce de voûtes, qui n'est pas, d'ailleurs, d'un grand usage.

CHAPITRE XVII.

Des Voûtes ellipsoïdes, des Voûtes paraboloïdes et autres, à surface de révolution, l'axe de rotation étant horizontal.

DES VOUTES ELLIPSOÏDES.

L'intrados des voûtes ellipsoïdes est une demi-surface de même nom (voyez la définition du n°. 223), concave en dessous. Ces sortes de voûtes s'exécutent dans les salles cylindriques elliptiques. Leur naissance est une ellipse située dans un plan horizontal, ce qui est une suite nécessaire de la définition du n°. 223. La meilleure manière de disposer les assises des voûtes ellipsoïdes, est de les comprendre entre des plans horizontaux. Nous avons dit que toute section faite dans une ellipse par un plan non perpendiculaire à l'axe de rotation était une ellipse; j'ajoute maintenant que toutes les sections faites par des plans parallèles sont des ellipses semblables; d'où il suit, et de ce que les assises des voûtes ellipsoïdes sont comprises entre des plans horizontaux, que les arrêtes des douëlles de ces sortes de voûtes sont des ellipses semblables, et en conséquence, les projections horizontales de ces mêmes arrêtes sont aussi des ellipses semblables, ayant toutes le même centre et les axes les uns sur les autres. On se rappelera d'ailleurs que toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, de la surface d'intrados, est une circonférence de cercle. Cela posé, passons à un exemple de voûtes ellipsoïdes, et comme ces voûtes sont symétriques, ne donnons que le quart de l'épure.

388. Supposons que le quart d'ellipse AB (fig. 302) soit le quart de la projection horizontale de l'ellipse de naissance de l'intrados de la voûte ellipsoïde en question; que la droite ZB, qui est le demi-grand axe du quart d'ellipse AB (voyez les numéros 48 et 49), soit la projection horizontale du demi-axe de rotation de la surface d'intrados de la voûte; que les droites quelconques HP, KN, respectivement parallèles aux demi-axes AZ, BZ du quart d'ellipse AB, soient les lignes de terre de deux plans de projections verticales, et que ces lignes de terre soient les traces

verticales du plan horizontal qui passe par la naissance de la voûte. Cela posé, imaginons un plan vertical élevé sur le demi-petit axe AZ; ce plan rencontrera l'intrados de la voûte, de manière que l'intersection sera une demi-circonférence de cercle, dont le rayon sera égal au demi-petit axe AZ. Par la projection verticale P de l'axe de rotation, comme centre, et avec un rayon PF égal au demi-petit axe AZ, on décrira la projection verticale FG de la moitié de cette intersection. On imaginera, de plus, un plan vertical passant par l'axe de rotation BZ, qui rencontrera l'intrados de la voûte, de manière que l'intersection sera la demi-ellipse génératrice de cette surface (laquelle génératrice est égale à la moitié de l'ellipse de naissance) et on décrira la projection verticale LM de la moitié de cette intersection. Cela fait, on divisera le quart de cercle FG en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs, en observant une demi-division TG au sommet G; par les points de division Q, R, S et T, on menera les droites QQ^2, RR^2, SS^2 et TT^2 parallèles à la ligne de terre HP, lesquelles seront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la voûte. Par les mêmes points de division Q, R, S, T, on abaissera les droites QQ^4, RR^4, SS^4, TT^4, à la ligne de terre HP, qui rencontreront le demi-petit axe AZ aux points Q^4, R^4, S^4, T^4, par lesquels, parallèlement à la droite AB, qui joint les extrémités des demi-axes AZ, BZ, on menera les droites Q^4U^4, R^4V^4, S^4X^4, T^4Y^4, qui rencontreront le demi-grand axe BZ aux points U^4, V^4, X^4, Y^4, par lesquels on élevera, à la ligne de terre KN, les perpendiculaires U^4U, V^4V, X^4X, Y^4Y, qui rencontreront le quart d'ellipse LM aux point U, V, X, Y, par lesquels on menera, parallèlement à la ligne de terre KN, les droites UU^2, VV^2, XX^2, YY^2, qui seront les secondes projections verticales des arrêtes des douëlles de la voûte. On aurait pu avoir les mêmes projections verticales, en faisant les hauteurs KU^2, KV^2, KX^2, KY^2, respectivement égales aux hauteurs PQ^2, PR^2, PS^2, PT^2, et en menant, par les points U^2, V^2, X^2, Y^2, les droites U^2U, V^2V, X^2X, Y^2Y. On se servira de l'un de ces deux moyens pour servir de preuve à l'autre. Les distances ZQ^4, ZR^4, ZS^4, ZT^4, seront les demi-petits axes, et les distances ZU^4, ZV^4, ZX^4, ZY^4, les demi-grands axes successifs des quarts d'ellipses Q^4U^4, R^4V^4, S^4X^4, T^4Y^4, qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles, et que l'on décrira par la méthode des rayons vecteurs (n°. 49).

Pour avoir les projections horizontales et verticales des extrémités des coupes, il faut d'abord convenir de la forme d'extrados qu'on veut donner à la voûte (nous supposons ici que cet extrados est une demi-surface ellip-

soïde semblable à l'intrados), et ensuite, le meilleur moyen consiste à mener des normales à chacune des courbes FG, LM, par les points Q, R, S, T et U, V, X, Y, où les projections verticales des arrêtes des douëlles rencontrent ces mêmes courbes FG, LM, et l'on prolongera ces normales jusqu'à leur rencontre en Q′, R′, S′, T′, et U′, V′, X′, Y′, avec les courbes d'extrados HI, NO. Puis, par les points Q′, R′, S′, T′, on menera, à la ligne de terre HP, les parallèles $Q'Q^3$, $R'R^3$, $S'S^3$, $T'T^3$, et on supposera des plans (qui seront inclinés) menés respectivement par les droites dont les projections verticales sont les droites $Q'Q^3$, $R'R^3$, $S'S^3$, $T'T^3$ et dont la projection horizontale commune est la droite DZ, et par les points successifs dont les projections verticales sont les points U′, V′, X′, Y′. La surface d'extrados étant une ellipsoïde, les intersections de ces plans avec cet extrados seront des ellipses que nous prendrons pour être les arrêtes supérieures des coupes. Les surfaces des coupes seront ensuite engendrées par une ligne droite qui glissera à la fois sur les arrêtes des douëlles et sur celles des coupes, de manière que cette droite génératrice prolongée glissera autour d'une verticale élevée par le centre de la voûte. Maintenant rien n'est plus facile que d'avoir les projections des arrêtes supérieures de ces coupes; d'abord pour en avoir les projections horizontales (qui sont des ellipses non semblables à celles des arrêtes des douëlles), par les points Q′, R′, S′, T′, on abaissera, à la ligne de terre HP, les perpendiculaires $Q'Q^6$, R′A, $S'S^6$, $T'T^6$, qui rencontreront le demi-petit axe AZ aux points Q^6, A, S^6, T^6, et les distances de ces points au centre Z seront les demi-petits axes des ellipses qui sont les projections demandées. Par les points U′, V′, X′, Y′, on abaissera, à la ligne de terre KN, les perpendiculaires $U'U^6$, $V'U^4$, X′i, $Y'Y^6$, qui rencontreront le demi-grand axe BZ aux points U^6, U^4, i, Y^6, et les distances de ces points au centre Z seront les demi-grands axes des mêmes projections demandées Q^6U^6, AU^4, S^6i, T^6Y^3, que l'on décrira par la méthode des rayons vecteurs.

Pour avoir les projections verticales des mêmes extrémités de coupes, dans le plan de projection, dont la ligne de terre est la droite KN, il suffira de faire les hauteurs KU^3, KV^3, KX^3, KY^3, respectivement égales aux hauteurs PQ^3, PR^3, PS^3, PT^3, et de mener, par les points U′ et U^3, V′ et V^3, X′ et X^3, Y′ et Y^3 les droites $U'U^3$, $V'V^3$, $X'X^3$, $Y'Y^3$, qui seront les projections demandées. On pourrait demander aussi les projections verticales des mêmes extrémités de coupes sur le plan de projection dont la ligne de terre est la droite HP, mais ces projections sont inutiles.

Ayant obtenu les projections horizontales et verticales des arrêtes des

douëlles et des extrémités des coupes, on disposera convenablement les projections horizontales des joints par tête des voussoirs de chaque assise, soit en les dirigeant au centre Z, comme la droite vZ, soit en les dirigeant de manière qu'elles soient normales à la projection horizontale de l'intersection d'un plan horizontal mené au milieu de chaque assise, ainsi que les droites m^4m^5, $m^{10}m^3$, et l'ellipse m^6m^8 l'indiquent dans l'épure, à laquelle ellipse la droite v^2c est normale. D'ailleurs, on observera que les voussoirs des assises successives soient en liaison les uns sur les autres.

Comme la surface d'intrados des voûtes ellipsoïdes change de courbure d'un point à l'autre, il faut un panneau de tête pour chaque tête de chaque voussoir, et de plus, plusieurs cerces intermédiaires pour être appliquées dans la douëlle, à des distances déterminées, entre les joints par tête. Ainsi, il faut que nous donnions le moyen d'avoir ces panneaux de tête et ces cerces, ce qui revient à donner le moyen d'avoir la section faite dans la voûte, par un plan vertical dirigé comme on voudra.

389. Supposons d'abord, que le plan vertical, en question, soit élevé sur une droite quelconque vZ, tendante au centre Z. Pour avoir la section faite par ce plan dans la voûte, on opérera de la manière suivante :

Premier moyen. Par les points r,s,t,u,Z, où la droite vZ rencontre les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on élevera, à cette droite vZ, les perpendiculaires rr^2, ss^2, tt^2, uu^2, et ZZ', que l'on fera respectivement égales aux ordonnées Q^5Q, R^5R, S^5S, T^5T, PG, et par les points q,r^2,s^2,t^2,u^2,Z', on fera passer la courbe $qr^2s^2t^2u^2Z^2$, qui sera l'intersection du plan vertical en question avec l'intrados de la voûte. Pour avoir l'intersection du même plan avec l'extrados, par les points x,y,z,w, où la droite vZ rencontre les projections horizontales des arrêtes supérieures des coupes, on élevera, à la ligne de terre KN, les perpendiculaires xx', yy', zz', ww', qui rencontreront les projections verticales $U'U^3$, $V'V^3$, $X'X^3$, $Y'Y^3$, aux points x',y',z',w'; par les mêmes points x, y, z, w, on élevera les perpendiculaires xx^2, yy^2, zz^2, ww^2, que l'on fera respectivement égales aux hauteurs x^6x', y^6y', z^6z', w^6w', et par les points v,x^2,y^2,z^2,w^2,Z^2, on fera passer la courbe vy^2Z^2, qui sera l'intersection demandée. Pour avoir les intersections du plan vertical élevé sur la même droite vZ, avec les surfaces des coupes, il suffira de joindre les points r^2 et x^2, s^2 et y^2, t^2 et z^2, u^2 et w^2, par les droites r^2x^2, s^2y^2, t^2z^2, u^2w^2, qui seront les intersections demandées.

Second moyen. Comme les courbes qs^2Z', vy^2Z^2 sont des quarts d'ellipses, on pourra les décrire par la méthode des rayons vecteurs, en prenant pour demi-axes, les droites Zq, Zv, et les droites ZZ', ZZ^2, qui sont respective-

ment égales à PG, PI; ensuite, on élevera des perpendiculaires, à la droite vZ, par les points où cette droite vZ rencontre les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, comme par l'autre moyen, lesquelles rencontreront les courbes qs^2Z', vy^2Z^2, en des points respectifs qu'on joindra par des droites qui seront les intersections du plan vertical en question, avec les surfaces des coupes.

Supposons maintenant que la trace horizontale v^2c, du plan vertical qui coupe la voûte, au lieu de passer par le centre Z, soit dirigée d'une manière quelconque.

On pourra exactement suivre le premier moyen que nous avons donné pour le cas où le plan en question passait par le centre, avec cette différence, que l'ordonnée, dont le pied c est sur l'axe de rotation, ne sera plus égale au demi-petit axe de l'ellipse génératrice, tant pour l'intrados, que pour l'extrados. Pour avoir cette ordonnée, par le point c on menera une perpendiculaire cc^2 à l'axe BZ, et les distances ca, cc^2 seront les ordonnées qui répondent au point c : l'une sera pour l'intrados et l'autre pour l'extrados.

Pour ne pas embrouiller l'épure, on déterminera à part la section faite dans la voûte par le plan vertical, en transportant les abscisses cu^3,ct^3,cs^3, cr^3, cq^3, relatives à l'intrados, sur la droite v^2c (fig. 303) de c en u^3, de c en t^3, de c en s^3, et de c en q^3; en faisant les ordonnées cc',u^3u^4,t^3t^4,s^3s^4, r^3r^4 (fig. 303), respectivement égales aux ordonnées ca, T^5T, S^5S, R^5R, Q^5Q (fig. 302); en faisant les abscisses cw^3,cz^3,cy^3,cx^3 et cv^2 (fig. 303), relatives à l'extrados, respectivement égales aux distances cw^3, cz^3, cy^3, cx^3, et cv^2 (fig. 302), et en faisant les ordonnées cc^2,w^3w^4,z^3z^4,y^3y^4,x^3x^4 (fig. 303), respectivement égales aux hauteurs cc^2,w^5w^4,z^5z^4,y^5y^4,x^5x^4 (fig 302).

Dans ce cas les coupes r^4x^4,s^4y^4,t^4z^4,u^4w^4 (fig. 303), ne sont pas des lignes droites, mais des lignes courbes si peu différentes de la ligne droite, qu'il est inutile d'avoir égard à cette différence. Si on voulait y avoir égard, il faudrait prendre des points intermédiaires dans les coupes QQ',RR', etc. et UU',VV', etc. (fig. 302), de sorte que les coupes correspondantes se trouvassent divisées de la même manière par ces points intermédiaires, et ensuite opérer sur ces points, comme nous l'avons fait sur les extrémités des coupes Q' et U', R' et V', etc.

On pourrait encore avoir la section faite dans la voûte par le plan vertical élevé sur la droite v^2c, en employant la méthode des rayons vecteurs, mais le premier moyen est préférable.

Pour tracer les vousssoirs des voûtes ellipsoïdes, on levera, pour chacun d'eux, un panneau de projection horizontale; on équarrira une pierre au

moyen de ce panneau, comme à l'ordinaire, on levera, ensuite, un panneau de tête pour chaque tête du voussoir, dans la section faite dans la voûte par le plan vertical qui passera par chaque tête du voussoir, et on appliquera convenablement ces panneaux sur la pierre; puis, on taillera les coupes et on creusera la douëlle, au moyen de plusieurs cerces intermédiaires, que l'on appliquera de manière qu'elles touchent les arrêtes de la douëlle par des points convenablement déterminés sur ces mêmes arrêtes. Ainsi, par exemple, s'il s'agissait du voussoir dont la projection horizontale est X^4tyU^4, après avoir équarri une pierre $X^4tyU^4UX^2t'y'$ (fig. 304) au panneau de projection horizontale X^4tyU^4 (fig. 302), on levera les panneaux de tête $VXX'V'$, $s^2t^2z^2y^2$, qui répondent aux joints par tête de ce voussoir, que l'on appliquera, le premier sur la tête $U^4X^4X^2U$ (fig. 304), et le second sur la tête $tyy't'$, et on tracera, sur ces têtes, les figures $V^4XX'V'$, $st^2z^2y^2$. Pour bien appliquer ces panneaux de tête, on fera les distances X^4V^4, ts (fig. 304), respectivement égales à X^4V^4, ts (fig. 302), et les hauteurs X^4X, tt^2 (fig. 304), chacune égale à V^2X^2 (fig. 302), et en appliquant le panneau de tête $U^4XX'V'$ (fig. 304), on fera coïncider les sommets de ce panneau qui répondent aux arrêtes de la douëlle, avec les points V^4, X; on aura la même attention en appliquant le panneau de l'autre tête du voussoir. Après avoir tracé les têtes de la pierre avec précision, avec une règle bien flexible, on tracera l'arrête supérieure Xt^2, de la douëlle, et l'arrête $V'y^2$ de la coupe inférieure. Pour tracer l'arrête inférieure V^4s de la douëlle, on se servira de la cerce V^4s (fig. 302); et pour tracer l'arrête $X'z^2$ (fig. 304) de la coupe supérieure, on fera d'abord une partie du plan qui passe par les droites UX^2, y^3t^3, et on se servira ensuite de la cerce iz (fig. 302). A la rigueur, au lieu de la cerce iz, il faudrait la cerce correspondante prise dans l'ellipse même qui est située dans le plan incliné qui passe par la droite $X'X^3$; mais l'inclinaison de ce plan n'est pas assez considérable pour que la cerce diffère, de la véritable, d'une manière sensible. Au reste, si l'on voulait l'ellipse qui donne la véritable cerce, on la décrirait, à part, sur des axes dont les moitiés seraient égales aux distances ZS^6, $X'X^3$. Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer comment on doit appliquer sur la pierre, et où il faut prendre les cerces intermédiaires qui doivent servir à creuser avec précision la douëlle du voussoir en question.

DES VOUTES PARABOLOÏDES.

390. Les voûtes paraboloïdes sont celles dont l'intrados est une demi-surface, de même nom, concave en dessous. La manière de tracer les épures de

ces sortes de voûtes est tout-à-fait semblable à celle que nous venons d'expliquer pour les voûtes ellipsoïdes. Toute la différence qu'il y a, c'est que les projections horizontales des arrêtes des douëlles, au lieu d'être des ellipses, sont des paraboles, dont on aura les sommets et les amplitudes comme on a eu les demi-axes des ellipses dans le cas précédent. Ensuite, on décrira toutes ces paraboles par le moyen du n°. 71. Quant aux projections horizontales des extrémités des coupes, elles sont des portions d'ellipses qu'on décrira de la manière qu'il sera dit ci-après.

On obtiendra les sections faites par des plans verticaux dans la voûte paraboloïde, parfaitement de la même manière que nous avons obtenu les mêmes choses dans les voûtes ellipsoïdes. La manière de tracer les voussoirs reste encore la même.

DES VOUTES QUELCONQUES, DONT L'INTRADOS EST UNE DEMI-SURFACE DE RÉVOLUTION, L'AXE DE ROTATION ÉTANT HORIZONTAL.

391. Quelle que soit la courbe génératrice, on opérera de la manière suivante :

Supposons que la droite BZ (fig. 302) soit la projection horizontale de l'axe de rotation, et que la courbe AB soit celle d'une portion de la courbe de naissance, qui est nécessairement égale à la courbe génératrice. Cela posé, on prendra deux lignes de terre, l'une HP, perpendiculaire, et l'autre KN parallèle à l'axe de rotation ; puis, avec un rayon PF égal à ZA (la droite ZA étant perpendiculaire à ZB) et par la projection verticale P de l'axe de rotation, comme centre, on décrira le quart de cercle FG, qui sera la projection verticale de la moitié de la section faite dans la voûte, par un plan vertical élevé sur la droite AZ. On déterminera de même la projection verticale LM de la section faite par un plan vertical mené par l'axe de rotation, laquelle section LM ne sera autre chose que la courbe génératrice de la surface d'intrados. Cela fait, on divisera la courbe FG en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises dans la voûte, comme à l'ordinaire ; par les points de division Q, R, S, T, on menera, à la ligne de terre HP, les parallèles QQ^2, RR^2, SS^2, TT^2, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles ; on fera les hauteurs KU^2, KV^2, KX^2, KY^2, respectivement égales aux hauteurs PQ^2, PR^2, PS^2, PT^2, et par les points U^2, V^2, X^2, Y^2, on menera, à la ligne de terre KN, les parallèles U^2U, V^2V, X^2X, Y^2Y, qui seront les secondes projections verticales des arrêtes des douëlles. Par les points U, V, X, Y, où ces dernières droites rencontrent la courbe LM, on abaissera, à la ligne de terre KN, les perpendiculaires

UU4, VV4, XX4, YY4, qui rencontreront la droite BZ aux points U4, V4, X4, Y4, qui appartiendront aux projections horizontales des arrêtes des douëlles. Pour achever d'avoir ces dernières projections, on menera autant de droites ac, de, fg, hi, kl, mn, op, qu'on voudra, toutes perpendiculaires à la projection horizontale BZ de l'axe de rotation; par les points a, d, f, h, k, m, o, où ces droites rencontrent la courbe AB, on élevera, à la ligne de terre HP, les perpendiculaires aa′, dd′, ff′, hh′, kk′, mm′, oo′; par le point P, comme centre, et avec les rayons Pa′, Pd′, Pf′, Ph′, Pk′, Pm′, Po′, on décrira des arcs de cercle, qui couperont les projections verticales QQ^2, RR^2, etc., en des points a^2, d^2, f^2, h^2, k^2, m^2, o^2, et ainsi des autres, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre HP, les perpendiculaires QQ^4, a^2a^3, d^2d^3, f^2f^3, h^2h^3, k^2k^3, m^2m^3, o^2o^3, qui rencontreront les droites correspondantes AZ, ac, de, fg, hi, kl, mn, op, respectivement aux points Q^4, a^3, d^3, f^3, h^3, k^3, m^3, o^3, par lesquels et le point U^4, on fera passer la courbe $Q^4a^3d^3f^3h^3k^3m^3o^3U^4$ qui sera la projection horizontale de l'arrête supérieure de la première douëlle. On trouverait celles des autres arrêtes de douëlle de la même manière.

Quant à la manière de trouver les projections horizontales des arrêtes supérieures des coupes, il faudra mener des droites parallèles à la ligne de terre HP, et à des hauteurs égales à celles des points où les droites ac, de, fg, etc., prolongées, rencontreraient les droites $U'U^3$, $V'V^3$, $X'X^3$, $Y'Y^3$, déterminées, comme nous l'avons dit, pour une voûte ellipsoïde, lesquelles parallèles à la ligne de terre HP, rencontreraient les arcs de cercle décrits du point P, comme centre, et avec des rayons respectivement égaux aux distances par rapport à l'axe de rotation BZ, des points où les droites ca, ed, gf, etc. prolongées, rencontreraient la courbe DC. Il n'est pas besoin de prévenir que nous supposons ici que les arrêtes supérieures des coupes sont déterminées comme nous l'avons proposé pour les voûtes ellipsoïdes. Le lecteur fera bien de s'exercer sur quelques exemples, en s'aidant de l'explication générale que nous venons de donner de l'espèce entière de ces voûtes. La partie, de cette explication, qui est relative aux projections horizontales des extrémités des coupes, aurait eu besoin, sans doute, d'un plus grand développement, mais je crois utile d'exciter le lecteur, de temps en temps, à vaincre lui-même quelques difficultés, après l'avoir mis sur la voie.

CHAPITRE XVIII.

Des Trompes en voussure.

La surface d'intrados des trompes en voussure est d'une nature particulière, dont la génération est arbitraire ou assujétie à certaines conditions. Le nombre de trompes en voussures possibles est infini, soit sous le rapport de leurs formes, soit sous celui de leur emploi, que l'on peut presque toujours éviter. Le bon goût n'admet pas plus ces sortes de trompes que les coniques; cependant on peut être obligé de les employer au tournant des rues étroites, pour faciliter la circulation des voitures, parce qu'elles permettent de couper les encoignures des maisons jusqu'à une certaine hauteur, et de soutenir, ensuite, la partie supérieure de cette encoignure. Nous nous bornerons à trois exemples de ce genre de voûtes.

392. Premier Exemple. Supposons que les droites CM°, DM° (fig. 305) soient les traces horizontales des faces extérieures de deux murs droits, formant une encoignure que l'on veut tronquer, par un plan vertical, jusqu'à une certaine hauteur, et dont on veut soutenir ensuite la partie supérieure par une trompe en voussure; soit la droite AB, la trace horizontale de ce plan vertical, et supposons que le triangle AM° B, qui est la projection horizontale de la trompe, soit quelconque. Cela posé, on raisonnera et on opérera de la manière suivante :

Sur le plus grand côté AM° du triangle AM°B, on décrira la courbe AKLM, de la forme que l'on jugera convenable, laquelle sera le ceintre de face de la trompe qui est situé sur la face de l'encoignure dont la droite CM° est la trace horizontale. Pour que la trompe ait plus de grace et de solidité, on fera en sorte que l'ordonnée M°M soit au moins une fois et demie l'abscisse AM°. Ensuite, on supposera que ce ceintre de face soit la directrice d'une surface cylindrique horizontale, dont les génératrices soient parallèles à la droite AB; on prendra cette surface cylindrique pour l'intrados de la trompe; puis on divisera le ceintre de face AKLM en autant de parties égales qu'on voudra avoir de têtes de voussoirs sur la face d'encoignure dont la droite CM° est la trace horizontale, en observant une demi-tête LM au sommet; par les points de division K, L, etc., on abaissera à la droite AM°, les perpendiculaires KK', LL', etc.; par les pieds

K′, L′, etc., de ces perpendiculaires, on menera, à la droite AB, les parallèles $K'K^2$, $L'L^2$, etc., qui rencontreront la droite DM°, aux points K^2, L^2, etc., par lesquels on élevera, à la droite DM°, les perpendiculaires K^2K^3, L^2L^3, etc., que l'on fera respectivement égales aux ordonnées K′K, L′L, etc., et par les points B, K^3, L^3, M′, on fera passer la courbe BK^3L^3M', qui sera le ceintre de face de la trompe sur la face de l'encoignure dont la trace horizontale est la droite DM°. Cela fait, on prendra arbitrairement une ligne de terre A′B′ perpendiculaire à la droite $M^\circ i'$, qui passe par le sommet M° de l'angle $AM^\circ B$, et par le milieu i′ de la droite AB; on obtiendra la projection verticale A′D′B′ des deux ceintres de face de la trompe, en élevant, à la ligne de terre A′B′, et par les points A, K′, L′, M°, L^2, K^2 et B, les perpendiculaires AA′, $K'K^4$, $L'L^4$, $M^\circ D'$, L^2L^5, K^2K^5 et BB′; en faisant les ordonnées K^6K^4, aL^4, gL^5, K^7K^5, respectivement égales à celles K′K, L′L, $M^\circ M$, L^2L^3 et K^2K^3, des ceintres de faces, et en faisant passer par les points A′, K^4, L^4, D′, L^5, K^5 et B′, la courbe A′D′B′, qui sera la projection demandée. Par la projection verticale i du milieu i′ de la droite AB, et en même temps du sommet M°, et par les points K^4, L^4, L^5, K^5, on menera les droites bP^4, cO^4, eO^5, fP^5, indéfinies, qui seront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles et des coupes de la trompe; on disposera les états de charge comme on le voit dans l'épure; on reportera ces états de charge dans les ceintres de faces; on décrira la projection verticale adg du trompillion, en lui donnant la forme qu'on jugera convenable, et, ensuite, on obtiendra les projections horizontales $K'l^6h^6b'$, $L'n^5m^2c'$, etc. des arrêtes des douëlles, ainsi qu'il suit: on cherchera d'abord la projection horizontale a′b′c′d′e′f′g′ du trompillion, en menant à la ligne de terre A′B′, et par les points b, c et d, les parallèles bb^2, cc^2, dd^2, lesquelles rencontreront la courbe $A'K^4D'$ aux points b^2, c^2, d^2, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre A′B′, les perpendiculaires b^2b^3, c^2c^3, d^2d^3, qui rencontreront la droite AM° aux points b^3, c^3, d^3, par lesquels on menera, à la droite AB, les parallèles b^3f', c^3e', d^3d', qui rencontreront les perpendiculaires bb′, cc′, dd′, ee′, ff′, abaissées, à la ligne de terre A′B′, par les points b, c, d, e et f, respectivement aux points b′, c′, d′, e′, f′, par lesquels et les points a′, g′, où les perpendiculaires aa′, gg′, abaissées par les points a et g à la ligne de terre A′B′ rencontrent la droite AB, on fera passer la courbe a′b′c′d′e′f′g′, qui sera la projection demandée.

Pour avoir les projections horizontales des arrêtes des douëlles, celle $L'n^5m^2c'$, par exemple, on menera, à volonté, les droites nn^3, K^4m', ll^4,

bh^4, parallèles à la ligne de terre A′B′, qui seront les traces verticales d'une suite de plans horizontaux qui couperont la surface d'intrados suivant des lignes droites. Par les points n, K^4, l, h, où ces droites rencontreront la courbe $A'K^4D'$, on abaissera, à la ligne de terre A′B′, les perpendiculaires nn^4, K^4K', ll^5, hh^5, qui rencontreront la droite CM^0, aux points n^4, K′, l^5, h^5, par lesquels on menera les droites n^4n^6, $K'm^3$, l^5l^8, h^5h^8, qui seront les projections horizontales des intersections avec l'intrados de la trompe, de la suite des plans horizontaux dont nous venons de parler. Par les points n^2, m, l^2, h^2, on abaissera, à la ligne de terre A′B′, les perpendiculaires n^2n^5, mm^2, l^2l^7, h^2h^7, qui rencontreront les parallèles à la droite AB, que nous venons de mener, aux points n^5, m^2, l^7, h^7, par lesquels et les points L′ et c′ on fera passer la courbe $L'n^5m^2l^7h^7c'$, qui sera la projection demandée. On obtiendra, de la même manière, les projections horizontales $K'l^6h^6b'$, $L^2n^6m^3l^8h^8e'$, et K^2h^9f', des autres arrêtes des douëlles, ainsi que les lignes de construction l'indiquent, et l'épure sera terminée.

Comme ces sortes de trompes pêchent contre les lois de la stabilité, il faut, pour les consolider le plus possible, que les plans d'état de charge se prolongent horizontalement dans toute l'étendue de la trompe et de l'épaisseur des murs, pour attirer le centre de gravité dans la base.

Pour tracer les voussoirs de cette espèce de trompe, on se servira des panneaux de tête et de coupe, ou bien on se servira de la méthode par équarrissement, qui exigera ici, non-seulement les panneaux de projection horizontale, mais encore ceux des coupes. Ainsi, de toutes les manières, il nous faut ces derniers panneaux.

Pour les obtenir, on prendra une directrice ST perpendiculaire à la droite M^0i', qui passe par le sommet M^0 et par le milieu i′ de la droite AB; on menera, ensuite, une droite quelconque AB (fig. 306), sur laquelle on fera les distances BE, BD, BC, BA, respectivement égales aux distances bh′, bl′, bK^4, bP^4 (fig. 305); par les points B, E, D, C et A (fig. 306), on élevera, à la droite AB, les perpendiculaires LO, EP, DQ, CN et FM; on fera les distances BO, EP, DQ, CN, AM, respectivement égales aux distances b^4b', $h^{10}h^6$, l^9l^6, K^8K', et SA (fig. 305); par les points O, P, Q et N (fig. 306), on fera passer la courbe OPQN, qui sera le bord du panneau qui doit donner la courbure de l'arrête de douëlle du lit de dessus du premier voussoir, et par les points N et M on menera la droite NM, qui sera l'arrête de la coupe sur la face de l'encoignure dont la trace horizontale est la droite CM^0. Pour avoir le bord LHF, de ce panneau, qui répond aux faces intérieures des murs dont les traces horizontales sont les droites GE,

EF (fig. 305), par le point E, on élevera, à la ligne de terre $A'B'$, la perpendiculaire EE'; on prendra la distance bE' pour la porter (fig 306) de B en R; par le point R on élevera la droite RH perpendiculaire à AB ; on fera les distances BL, RH, AF, respectivement égales aux distances b^4b^5, E^2E, SA^2 (fig. 305), et par les points L, H, F (fig. 306), on menera les droites LH, HF, et le panneau sera terminé. Par un moyen semblable, on obtiendra le panneau LISRQPNM (fig. 307), de la seconde coupe cL^4 (fig. 305), ainsi que ceux des autres coupes. On désigne l'exemple de trompe en voussure, que nous venons de donner, sous le nom de *trompe sur le pan coupé.*

393. Second Exemple. Supposons (fig. 308) les mêmes choses que dans l'exemple précédent, avec cette différence que la surface d'intrados de la trompe soit une surface annulaire (n°. 234), au lieu d'être une surface cylindrique, de sorte que l'arc de cercle BCD, que nous supposons tangent ou non aux traces horizontales AB, DE, des faces extérieures des murs d'encoignure, soit la trace horizontale d'une surface cylindrique qui s'élève jusqu'à la naissance de l'intrados de la trompe. Cela posé, on tracera l'épure tout-à-fait comme nous l'avons expliqué sur l'exemple précédent, ainsi que la comparaison des figures 305 et 308 le fait assez concevoir, en observant toutefois, que les projections $X'X^2$, $m^3m^4m^5$, etc. (fig. 308), des intersections de la suite des plans horizontaux, dont il a été parlé au n°. 392, avec l'intrados de la trompe, sont des arcs de cercle décrits du même centre L que l'arc BCD, au lieu d'être des lignes droites, comme dans la figure 305.

On aura aussi les panneaux de coupe Anifca (fig. 309), onmifca (fig. 310), qui sont ceux des deux premières coupes, et ceux des coupes suivantes, absolument comme nous l'avons expliqué pour le premier exemple de trompes en voussure. On donne, à cette trompe, le nom de *trompe sur le pan coupé en tour ronde.*

394. Troisième Exemple. Supposons (fig. 311) que la droite AB soit la trace horizontale d'une face d'un mur droit; que la courbe quelconque ACB soit la trace horizontale d'une surface cylindrique droite; que le ceintre de face de la trompe soit situé sur cette surface cylindrique droite, et que la courbe quelconque EGF soit la projection verticale de ce même ceintre de face. Supposons, de plus, que l'intrados de la trompe soit engendré par une ligne droite horizontale, glissant, parallèlement à elle-même, sur le ceintre de face de la trompe, de sorte que la naissance de cette dernière soit une ligne droite horizontale située sur la face du mur droit dont la droite AB est la trace horizontale. Cette trompe sera celle qui est connue sous la dénomination de *trompe en tour ronde érigée sur un mur droit.*

Pour tracer l'épure de cette trompe, on commencera par diviser la pro-

jection verticale EGF, du ceintre de face, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division M, N, O, P, on menera, au milieu H du diamètre EF, les droites Qi, Rk, Sl, Vm, indéfiniment, qui seront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles et des coupes de la trompe; on décrira la projection verticale IKL du trompillion, à volonté, et on déterminera les projections verticales EU, FT des intersections de la surface cylindrique droite élevée sur la base ACB, avec la face du mur droit. On prolongera les premières coupes jusqu'à leur rencontre Q et V avec ces intersections EU, FT, et on disposera les voussoirs en état de charge, ou autrement, de manière que l'appareil de la trompe s'accorde convenablement avec celui du mur droit. Ensuite, par les points i, k, K, on menera, à la ligne de terre EF, les parallèles ie, kd, Kc, qui rencontreront la projection verticale EGF, du ceintre de face de la trompe, aux points e, d, c, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre EF (que nous supposons parallèles à AB), les perpendiculaires ef, dg, ch, qui rencontreront la trace horizontale ACB, de la surface cylindrique droite, aux points f, g, h, par lesquels on menera les droites fy, gp, hr parallèles à la droite AB; par les points I, i, k, K, l, m, L, on abaissera, à la ligne de terre EF, les perpendiculaires IX, in, ko, Kr, lp, my, LY, lesquelles rencontreront les droites AB, fy, gp, hr, respectivement aux points X et Y, n et y, o et p, et r, par lesquels on fera passer la courbe XnorpyY, qui sera la projection horizontale de l'arrête apparente du trompillion.

Pour avoir les projections horizontales des arrêtes des douëlles, de celle du lit de dessus du premier voussoir, par exemple, on menera, à la ligne de terre EF, différentes parallèles, telles que cb, qui couperont la droite iM en des points b, ...; par les points c, ..., où ces droites rencontreront la projection verticale EGF du ceintre de face, on abaissera, à la ligne de terre EF, les perpendiculaires ch, ..., qui rencontreront la trace horizontale ACB, de la surface cylindrique droite, aux points h, ..., par lesquels on menera les parallèles hq, ..., à la droite AB; par les points M, b, etc., on abaissera des perpendiculaires à cette ligne de terre EF, qui iront rencontrer, la première, la trace horizontale ACB de la surface cylindrique droite au point M′, et la seconde, la droite hq au point q, etc., et par les points M′, q, n, on fera passer la courbe M′qn, qui sera la projection demandée. On aura les projections horizontales des arrêtes des autres douëlles, de la même manière, et après avoir abaissé les projections horizontales des extrémités et des milieux des coupes, comme on le voit dans la figure 311, l'épure sera terminée.

Pour avoir les panneaux des coupes, celui de la coupe du lit de dessus du premier voussoir, par exemple, on menera une droite ab quelconque (fig 312); on fera les distances bh, be, bc et ba, respectivement égales aux distances ib, iM, iv et iQ (fig. 311); par les points b, h, e, c (fig. 312), on menera les droites bi, hg, ef, cd, perpendiculaires à la droite ab; on fera les distances bi, hg, ef, cd, respectivement égales aux distances n'n, q'q, M²M', h'h (fig. 311); par les points i, g, f (fig. 312), on fera passer la courbe igf, et par les points f, d, a, on fera passer une autre courbe fda, et le panneau demandé sera terminé. On obtiendrait, de la même manière, le panneau abdflıki (fig. 313), de la seconde coupe, ainsi que ceux des autres coupes de la trompe.

Pour tracer les voussoirs, on se servira des panneaux de tête et de coupe.

Si la trace horizontale ACB de la surface cylindrique droite était une demi-circonférence de cercle, ainsi que la projection verticale EGF du ceintre de face de la trompe, l'intrados serait un plan incliné à 45 degrés par rapport à l'horizon, et les arrêtes des douëlles seraient des lignes droites.

CHAPITRE XIX.

Des Portes en voussure.

L'intrados des portes en voussure est toujours composé de plusieurs surfaces différentes, dont la génération, indéterminée en partie, se trouve subordonnée à des conditions qui varient pour chaque cas particulier : d'où il suit qu'il peut y avoir une infinité de différentes portes en voussure, qui peuvent toutes être pratiquées dans chacune des sept espèces de murs que nous avons établies. Ainsi il est impossible de présenter une théorie qui embrasse tous les genres de voussures possibles, ce qui, heureusement, n'est pas nécessaire, parce que, parmi l'infinité de voussures possibles, il n'y en a qu'un assez petit nombre qui soient susceptibles d'être mises en usage, et encore s'en trouve-t-il parmi ces dernières que le bon goût réprouve. C'est pour cette dernière raison que, pour ne pas grossir inutilement ce livre, je vais me borner à un petit nombre d'exemples pour le cas, seulement, où la porte est pratiquée dans un mur droit,

395. Premier Exemple. Supposons que les droites EI, ZN', parallèles entre elles (fig. 314), soient les traces horizontales des faces du mur droit au travers duquel on veut pratiquer une porte en voussure ; que les jambages de cette porte soient évasés, et que la figure IHKLMNN' soit la trace horizontale de l'un d'eux, l'autre ayant une trace tout-à-fait égale. Supposons, de plus, que le tableau de ces jambages soit d'équerre aux faces des murs. Cela posé, concevons un plan horizontal à la hauteur de la naissance de l'intrados de la voussure, et, dans ce plan, une droite perpendiculaire aux faces du mur, menée à égales distances des tableaux des jambages ; concevons en même temps la forme d'intersection de ce plan horizontal avec l'un des jambages de la porte : je dis qu'on pourra engendrer l'intrados de la voussure, en faisant tourner cette intersection autour de la perpendiculaire dont nous venons de parler, de sorte que cet intrados sera formé, 1°. d'une surface cylindrique circulaire droite dans l'étendue du tableau ; 2°. d'une semblable surface dans l'étendue de la profondeur de la feuillure, et 3°. d'une surface conique droite à base circulaire dans l'étendue de l'évasement. On pourrait aussi engendrer cet intrados, en faisant glisser la génératrice sur une courbe quelconque située, si l'on veut, dans un plan vertical perpendiculaire à l'axe de rotation, de sorte que la génératrice s'approcherait ou s'éloignerait de l'axe de rotation, en restant dans le plan de cet axe.

Que les surfaces cylindriques et coniques qui forment l'intrados de cette voussure soient à bases circulaires ou non, il est clair que l'épure de cette voûte ne saurait présenter aucune difficulté, ainsi qu'on le voit dans la fig. 314, où la droite EZ est la projection horizontale de l'axe de rotation, où la droite AB, perpendiculaire à la droite EZ, est la ligne de terre, et où, 1°. la courbe neg est le ceintre principal du berceau qui forme le tableau, 2°. la courbe abd est le fond de la feuillure, et 3°. la courbe BCZ' est le ceintre de face de la partie conique de la voussure. On observera que ces trois courbes sont parallèles entre elles.

Pour tracer les voussoirs de cette espèce de voussures, on les équarrira d'abord comme s'il s'agissait d'un berceau droit dont le ceintre principal serait la courbe neg (fig. 314), au moyen des panneaux de tête ; et ensuite on tracera, sur les coupes, les arrêtes des douëlles, en se servant du panneau de projection horizontale des piédroits, ainsi qu'on le voit indiqué dans la figure 315, qui représente un premier voussoir.

Pour bien tailler la douëlle de ce voussoir, on commencera par joindre les points c et l par l'arc cl (fig. 315), au moyen d'une règle flexible, et

par évider la feuillure koclmn, en faisant plane la face oclm, et cylindrique la face komn, avec la cerce ab (fig. 314), qu'on fera glisser sur les arrêtes ko, nm (fig. 315); ensuite, dans la face cylindrique komn, on joindra les points k et n avec une règle flexible, et sur la tête abkih, on joindra les points q et p avec la cerce BC (fig. 314); puis on taillera la douëlle conique qknp (fig. 315), en faisant glisser uniformément une règle sur les deux courbes qp, kn, et le voussoir sera terminé.

Si la fermeture en menuiserie s'élevait jusques dans la feuillure de la voussure que nous venons d'expliquer, les battans de cette fermeture toucheraient le ceintre de face de la partie conique de la voussure, et ne pourraient pas s'ouvrir entièrement, ainsi que l'indiquent la droite do (fig. 314) parallèle à la ligne de terre AB, qui est la projection verticale de l'arc de cercle que décrit, dans l'espace, le sommet d de l'un des battans de la porte; l'arc de cercle Xq, décrit du point M comme centre, avec un rayon égal à la largeur de ce battant, et qui est la projection horizontale de celui décrit par le sommet d, et la droite Mq, qui est la projection horizontale de la plus grande ouverture du battant que nous considérons.

396. Second Exemple. Si l'on tient à ce que les battans de la porte en menuiserie montent jusques dans la feuillure de la voussure, on pourra disposer l'intrados de la manière suivante : on engendrera la partie d'intrados comprise dans le tableau et la feuillure, comme dans l'exemple précédent, et on élevera un plan vertical sur la droite eg' (fig. 316), contre lequel cette première partie de la voussure se terminera. Supposons que les courbes CD, AE soient les projections verticales du tableau et du fond de la feuillure; on prolongera le plan vertical élevé sur la droite eg', jusqu'à sa rencontre avec un plan horizontal dont la projection verticale est la droite F^2F, qui sera l'intrados d'une plate-bande qui s'appuyera, en partie, sur l'extrados du berceau qui forme le tableau et la feuillure, et comprendra l'étendue qui existe entre les deux évasemens. On prolongera verticalement les faces des évasemens jusqu'à leur rencontre avec l'intrados de la plate-bande, et on élevera assez cette dernière pour qu'il reste une longueur convenable à la clef du berceau qui forme le tableau de la voussure. Par cette disposition, les battans de la porte pourront librement s'ouvrir en entier, et la plate-bande sera indépendante du berceau.

Pour concevoir la manière de tracer l'épure de cette espèce de voussure, il suffira d'examiner les lignes de construction dans la fig. 316.

On disposera l'appareil de manière que les voussoirs du berceau qui forme le tableau, s'accordent convenablement avec les pierres du mur

Quant à la plate-bande, on observera qu'à cause de l'obliquité des évasemens des jambages, les sommiers seront en saillie, sur ces évasemens, de la quantité $F^2 G$, du côté de la face du mur dont la droite gd' est la trace horizontale, si l'on fait avancer l'arrête inférieure de ces sommiers jusqu'à la face de la feuillure des jambages dont la droite ed est la trace horizontale. On fera bien d'éviter cette saillie, si rien ne s'y oppose, parce que les arrêtes inférieures des sommiers portant la plus grande partie de la plate-bande, et les lits de carrière de ces pierres étant disposés horizontalement, les sommiers seraient affaiblis vers le point G en les mettant en saillie.

Comme le berceau qui forme le tableau et la feuillure est indépendant de la plate-bande, la manière de tracer et de tailler les pierres, de cette espèce de voussures, est extrêmement facile et n'a pas besoin d'être expliquée. Cependant, comme il est convenable que les premiers voussoirs du berceau fassent l'évasement en entier ou au moins en partie, je vais expliquer la manière de tracer et de tailler ces premiers voussoirs.

Supposons qu'il s'agisse de celui du côté opposé au piédroit abcdefg ; on équarrira une pierre, au premier panneau de tête, comme s'il s'agissait d'un simple berceau, comprenant toute l'épaisseur du mur, et dont le ceintre principal serait la courbe CKD ; de sorte que cette pierre aura la forme abcdefghik (fig. 317). Cela fait, on prendra le panneau des piédroits abcdefg (fig. 316), avec lequel on tracera, sur le lit de pose de la pierre (fig. 317), la forme autslik; par le point u, on élevera une droite uv, sur la tête auve, d'équerre à l'arrête au ; avec le même panneau des piédroits, et sur le lit de dessus, on mènera la droite vr qui sera dans le même plan que les droites uv, ut; on fera cette droite vr égale à ut; par le point r, on menera la droite rq parallèle à l'arrête fg, et par le point q, où la droite rq rencontrera l'arrête gd, on menera la droite qo parallèle à l'arrête gh. On fera, ensuite, la distance hm égale à il; on joindra les points l et m avec une règle flexible; par le point m on menera la droite mn parallèle à l'arrête hg; on fera la distance mn égale à ls, et par le point n on menera la droite no parallèle à l'arrête hm, et la pierre sera tracée. Pour la tailler, on commencera par faire le plan uvrt, en ayant soin de ne pas le prolonger au-delà de la droite tr; on évidera ensuite la feuillure mnotsl, et dans la face cylindrique de cette feuillure, on joindra les points t et o avec une règle flexible, et on achevera le voussoir en faisant la petite face plane toqr.

397. Troisième Exemple. Supposons toujours qu'on veuille faire monter les battans de la fermeture jusques dans la feuillure de la voussure; qu'on ait engendré la surface d'intrados du tableau et de la feuillure comme précé-

demment, et que les demi-circonférences de cercle abcdef, ghiklmn (fig. 318), soient les projections verticales du tableau et du fond de la feuillure. Voici une autre manière d'engendrer la partie d'intrados qui répond aux évasemens des jambages.

Sur la trace horizontale NO, de l'un des évasemens de la porte, et à partir du point N, on décrira un arc de cercle NXVP, par le centre Q, pris sur la droite NO prolongée, et avec un rayon égal à celui k^2n du ceintre gkn de la feuillure; par le point O on élèvera, à la droite NO, la perpendiculaire OP, et la partie NP de la courbe que nous venons de décrire, sera l'intersection de l'intrados de la partie de la voussure comprise entre les évasemens, avec les faces de ces évasemens. Cela fait, on abaissera, sur la droite NQ, autant d'ordonnées XU, VS, qu'on voudra; par les pieds U, S, ..., de ces ordonnées, on menera les droites UT, SR, parallèles au traces horizontales AB, CD des faces du mur; par les points où ces dernières droites rencontrent les traces horizontales ON, IH des évasemens, on élevera, à la ligne de terre I^2O^2, les perpendiculaires Us, Sy, OO'; To, Rt, II'; à partir de la ligne de terre I^2O^2, on fera ces perpendiculaires égales aux ordonnées UX, SV, OP; UX, SV, OP, et on aura les points s, y, O' et o, t, I', par lesquels, et les points n et g, on fera passer les courbes nsyO', gotI', qui seront les projections verticales des intersections de l'intrados de la voussure avec les faces des évasemens. Ensuite, sur la droite I^3Y^2, qui passe par le milieu de la porte, on prendra un point Y^2 au-dessus du sommet k de la feuillure, de sorte que la distance kY^2 soit environ le douzième de la longueur I^3Y' de l'évasement, et par les trois points I', Y^2, O', on fera passer un arc de cercle $I'Y^2O'$, qui sera l'arrête de la voussure sur la face du mur dont la trace horizontale est la droite AB. Maintenant, il s'agit d'engendrer une surface, agréable à la vue, qui s'accorde, 1°. avec la demi-circonférence de cercle gkn, 2°. avec les courbes dont les projections verticales sont les courbes nsyO', gotI', et 3°. avec l'arc de cercle $I'Y^2O'$. Pour y parvenir, on supposera une suite de plans verticaux élevés sur les droites RS, TU, ..., parallèles à AB, et on déterminera les intersections tvy, ok's de ces plans avec la surface à engendrer, de manière qu'elles soient des courbes régulières et analogues aux courbes gkn, $I'Y^2O'$, qui sont des arcs de cercle. Pour avoir les arcs de cercle tvy, ok's qui sont les intersections dont il s'agit, par les points R et T, S et U, où les droites RS, TU rencontrent les traces horizontales IH, ON des évasemens, on élevera, à la ligne de terre I^2O^2, les perpendiculaires Rt et To, Sy et Us, qui iront rencontrer les courbes gotI', nsyO', alternativement aux points

t et y, o et s, qui appartiendront, deux à deux, aux arcs de cercle à décrire. Pour avoir un troisième point de chacun de ces arcs de cercle, on fera la distance I^3I^4 égale à kY^2; par les points I^4 et Y', on menera la droite $Y'I^4$, qui sera l'intersection, rabattue autour de la droite $Y'I^3$, d'un plan vertical, élevé sur la droite $Y'I^3$, avec l'intrados de la voussure ; on fera ensuite les hauteurs kv, kk', respectivement égales aux distances $R'R^2$, $T'T^2$, et les points v, k' appartiendront aux arcs de cercle tvy, ok's, qu'on fera passer respectivement par les trois points t, v, y; o, k', s.

Actuellement, on procédera à l'appareil de la porte, et en divisant le ceintre abef, pour avoir le nombre de voussoirs, on aura soin que la division de ce ceintre soit telle, que les premières coupes ey^2, bh^3 rencontrent les courbes nsO', goI', en des points y^2, h^3 tels, qu'en menant par ces points les horizontales y^2D^2, h^3A', ces horizontales soient les projections verticales du lit de dessus de l'assise correspondante du mur. Il faut éviter, autant que possible, que la coupe ey^2 se prolonge, dans l'évasement, au-delà de la courbe nsO', et il faut faire en sorte qu'elle se prolonge toujours jusqu'à cette même courbe, dut-on faire la largeur de douëlle fe plus ou moins grande que les autres. Cela est nécessaire pour éviter les angles aigus, et pour rendre l'appareil plus régulier. On aura soin aussi de faire en sorte que l'horizontale A^2D^4, qui est la projection verticale de l'extrados de la porte, s'élève assez au-dessus de la courbe $I'Y^2O'$, pour que les coupes telles que $x'x^2$ aient une longueur convenable.

Dans l'épure fig. 318, les lignes de construction indiquent assez clairement la manière d'opérer pour avoir les projections horizontales $Ih^5h^6h^7h^8h^9b^2b'$, $u^2u'p'i^2i'c^2c'$, etc., des intersections des plans des coupes avec l'intrados de la voussure, pour qu'il soit nécessaire de l'expliquer; de sorte qu'il ne reste plus qu'à donner le moyen d'avoir les panneaux des coupes, pour pouvoir tracer les voussoirs.

Pour avoir celui de la coupe ey^2, on menera une droite quelconque ah' (fig. 319), sur laquelle on prendra un point quelconque a, et on fera les distances ab, ad', ae', af', ag' et ah', respectivement égales aux distances YY^3, YY', YT', YR', y^6y^4, YI^3 (fig. 318); par les points a, b, d', e', f' g' et h' (fig. 319), on élevera, à la droite ah', les perpendiculaires ak, bc, d'd, e'e, f'f, g'g et h'i; on fera les perpendiculaires bc, d'd, chacune égale au recouvrement de la feuillure LM (fig. 318); les perpendiculaires e'e, f'f, et g'g (fig. 319), respectivement égales aux distances er, ey', ey^2 (fig. 318), et par les points d, e, f et g (fig. 319), on fera passer la courbe defg, par les points d et c on fera passer la droite dc, et par le point g on menera la droite lm

parallèle à h'a. Ensuite, on prendra la distance lh égale à y^2y^3 (fig. 318), on joindra les points h et g par une droite, et le panneau demandé sera terminé.

Ce panneau doit être coupé en deux suivant la droite gm, qui est l'arrête supérieure de la coupe, par la raison qu'on ne peut le plier, pour l'appliquer en même temps sur la coupe et sur l'état de charge du voussoir. La partie hgmki est même inutile, en ce que l'arrête gh est donnée par le panneau des piédroits.

Pour avoir le panneau de la coupe ax^2, on menera une droite quelconque kr' (fig. 320), sur laquelle on fera les distances km, ko', kp', kq' et kr', respectivement égales aux distances YY^3, YY', YT', YR', et YI^3 (fig. 318); par les points k, m, o', p', q' et r', on élevera, à la droite kr', les perpendiculaires kt, mn, o'o, p'p, q'q, r'r, (fig. 320); on fera les deux perpendiculaires mn, o'o, chacune égale au recouvrement LM (fig. 318) de la feuillure, et les autres perpendiculaires p'p, q'q et r'r (fig. 320), respectivement égales aux distances dq, dx, dx' (fig. 318); on joindra les points n et o (fig. 320), par la droite no; par les points o, p, q et r, on fera passer la courbe opqr, et le panneau demandé sera terminé. On aurait les autres panneaux de la même manière, s'il y avait un plus grand nombre de voussoirs. Les deux panneaux que nous venons d'expliquer serviront pour les voussoirs des deux côtés de la porte, parce que les tableaux sont d'équerre aux faces des murs.

Supposons, maintenant, qu'il s'agisse de tracer un premier voussoir, celui du côté du jambage AIHGEFC, par exemple; on commencera par équarrir une pierre au panneau de tête A^3abh^3A', à une longueur égale à l'épaisseur du mur, comme s'il s'agissait d'un simple berceau droit; et cette pierre prendra la forme abefghidct (fig. 321); ensuite, avec le panneau AI HGEFC (fig. 318) des piédroits, on tracera le lit de pose, qui prendra la forme aqpokct (fig. 321), et avec le panneau abcdgm (fig. 319), on tracera la coupe du lit de dessus, qui prendra la forme idlmns (fig. 321). Sur la tête abefg, on élevera, par le point q, une perpendiculaire qr à l'arrête aq; par le point r et le point s, on menera la droite rs sur le lit de dessus, et la pierre sera tracée.

Pour tailler convenablement ce voussoir, on commencera par évider la feuillure poklmn, dans la face cylindrique de laquelle on joindra les deux points p et n, au moyen d'une règle flexible, par la courbe pn; ensuite, on fera le plan srqp, en ayant soin de le prolonger peu à peu vers l'intersection ps de la voussure avec ce plan, intersection qu'on déterminera au moyen d'une cerce levée sur le ceintre nkg de la feuillure, dont on aura

soin de faire coïncider le plat dans le plan srqp; enfin, à l'œil, on fera la surface psnp, de manière qu'elle passe par les lignes ps, sn et np, laquelle surface commence par un seul point p situé sur le lit de pose.

Si l'on veut tracer un second voussoir, on l'équarrira d'abord au second panneau de tête, comme à l'ordinaire, ce qui lui donnera la forme abcdlki hefg (fig. 322). Ensuite, on tracera, sur la coupe dehl du lit de pose, la forme estuv, au moyen du panneau de joint abcdgm (fig. 319), et sur la coupe bcfg (fig. 322) du lit de dessus, on tracera la forme frqpo, avec le panneau de joint kmnors (fig. 320); puis, on fera la distance lm (fig. 322) égale à la distance y^2y^3 (fig. 318); on joindra les points v et m par la droite vm (fig. 322); par le point m on menera, dans la tête abcdlk, la droite mn d'équerre à l'arrête km; on fera mn égal à y^3O' (fig. 318); on joindra les points n et o (fig. 322), par un arc de cercle, au moyen d'une cerce levée sur l'arc $I'Y^2O'$ (fig. 318), et le voussoir sera tracé. Pour le tailler convenablement, on fera d'abord le petit plan nmv, que l'on prolongera peu à peu, jusqu'à ce que la cerce levée sur le ceintre principal de la feuillure passe par les points n et v, le plat de la cerce coïncidant avec le plan mnv. Ensuite, on évidera la feuillure utsrqp, dans la face cylindrique de laquelle on joindra les points u et p, par un arc de cercle, au moyen d'une règle flexible. Enfin, on fera la douëlle nvupo, en la faisant passer par les lignes no, op, pu, uv et vn, et en appliquant convenablement des cerces sur les arrêtes po, uv, qu'on lèvera sur les arcs de cercle ok's, tvy' (fig. 318), et le voussoir sera terminé. En appliquant les cerces dont nous venons de parler, on aura soin que leur plat soit parallèle à la tête abcdlk (fig. 322).

L'exemple de porte en voussure que nous venons de donner, est connu sous le nom d'*arrière voussure de Marseille*.

398. QUATRIÈME EXEMPLE. Si les ceintres principaux abef, gkn (fig. 318), au lieu d'être des demi-circonférences de cercle, comme dans l'exemple précédent, étaient des demi-ellipses, l'épure ne différerait de celle de cet exemple précédent, qu'en ce que les courbes ok's, tvy, $I'Y^2O'$, au lieu d'être des arcs de cercle, seraient ici des arcs d'ellipses, ainsi que la courbe NXP. Supposons donc qu'on ait trouvé les points o, k', s; t, v, y; I', Y^2, O', par lesquels doivent passer les arcs d'ellipses ok's, tvy, $I'Y^2O'$, qu'il s'agit de décrire. Pour y parvenir, il faudra regarder les hauteurs k^2k', k^2v, k^2Y^2, comme étant respectivement les premiers demi-axes des ellipses dont les arcs ok's, tvy, $I'Y^2O'$, font partie, et il faudra déterminer les seconds demi-axes, qui devront tous être situés sur la ligne de terre I^2O^2. Pour avoir ces seconds demi-axes, celui de l'ellipse dont l'arc ok's fait partie,

par exemple, on menera, à part, une droite ab (fig. 323) quelconque, que l'on fera égale à la hauteur k^2k' (fig. 318); sur cette droite ab (fig. 323), comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle acb; par le point b, comme centre et avec un rayon égal à l'ordonnée o'o du point o (fig. 318) (qui est la même que celle du point correspondant s), on décrira un arc de cercle qui coupera la demi-circonférence acb (fig. 323), au point c, par lequel et les points b et a on menera les droites bc, ac; on fera la distance ad égale à l'abscisse k^2o' (fig. 318) (qui est la même que celle du point correspondant s); par le point d (fig. 323), on menera la droite ed, parallèle à bc, et la distance ae sera le demi-axe demandé, qu'on portera à droite et à gauche du point k^2 sur la ligne de terre I^2O^2 : ayant les axes de l'ellipse en question, on en décrira la moitié par la méthode des rayons vecteurs, de laquelle moitié on ne conservera, ensuite, que l'arc ok's. On aurait les demi-axes, des autres ellipses, de la même manière.

399. CINQUIÈME EXEMPLE. Au lieu de faire courbe l'intersection $I'Y^2O'$ (fig. 318) de l'intrados de la voussure avec la face du mur, on peut la faire droite et horizontale, mais alors la courbe NXP n'est plus une portion du ceintre gkn de la feuillure, par la raison que la hauteur O^2O', égale à OP, doit ici être la même que celle k^2Y^2, prise à volonté, mais plus grande que k^2k. Dans ce cas, la courbe NXP doit être telle, que l'ordonnée OP soit égale à k^2Y^2, et que les ordonnées UX, SV soient, par rapport aux ordonnées de la courbe gkn (qui auraient des abscisses égales à NU, NS), ce que l'ordonnée OP est, par rapport à l'ordonnée de la courbe gkn (qui aurait une abscisse égale à NO). Supposons que, d'après cette condition, on veuille avoir l'ordonnée SV, de la courbe NXP, dont l'abscisse est NS. L'ordonnée OP étant égale à k^2Y^2, on fera les abscisses gz, gz' respectivement égales aux abscisses NO, NS; par les points z et z', on élevera les ordonnées zz^2, $z'z^3$; ensuite on menera deux droites ab, ac (fig. 324), faisant un angle quelconque; on fera ae égal à zz^2 (fig. 318), ad (fig. 324) égal à OP (fig. 318), et on menera la droite ed, par les points e et d (fig. 324); puis, on fera ac égal à $z'z^3$ (fig. 318), et par le point c (fig. 324), on menera la droite cb parallèle à ed : la distance ab sera l'ordonnée demandée SV (fig. 318). On aurait les autres ordonnées de la courbe NXP de la même manière.

Observation. Le lecteur suivra l'esprit de l'explication que je viens de donner, pour l'appliquer à un exemple, mais il se gardera bien de mesurer au compas les quantités dont je viens de parler, parce qu'il ne les trouverait pas telles que je les ai supposées, l'épure (fig. 318) n'étant pas disposée pour cela.

La courbe NXP étant décrite, le reste de l'épure s'effectue tout-à-fait comme dans les exemples précédens. Quant aux courbes ok's, tvy, elles seront des arcs de cercle si les ceintres abef, gkn sont des demi-circonférences de cercle; elles seront des arcs d'ellipse, si les ceintres abef, gkn sont des demi-ellipses. Dans ce dernier cas, on opérera comme il a été dit au n°. 398.

400. Sixième Exemple. Si les tableaux des jambages étaient obliques par rapport aux faces du mur, on donnerait, aux traces horizontales des piédroits, les formes AIHGFEC, BONMLKD (fig. 325) qu'on jugerait convenables, en observant de faire les traces NM, HG, de la face cylindrique de la feuillure, perpendiculaires à la projection horizontale GM de l'arrête intérieure du tableau, par la raison que nous avons donnée en parlant des plates-bandes, de sorte que cette face cylindrique de la feuillure ait ses génératrices perpendiculaires aux faces du mur. De plus, on observera que les projections horizontales FM, HN de l'arrête intérieure du tableau et de l'intersection de la face cylindrique de la feuillure avec la partie d'intrados comprise entre les évasemens des jambages, soient parallèles à la trace horizontale AB de la face du mur que rencontrent les évasemens. Cela posé, on prendra une ligne de terre I'O' perpendiculaire à la projection horizontale c^7c^6 de l'axe de l'intrados cylindrique comprise dans l'étendue du tableau; on déterminera la projection verticale E'cL' du ceintre principal du tableau, celle G'c'M' du ceintre de face, de la surface cylindrique de la feuillure, situé dans le plan vertical élevé sur la droite GM, et celle H'c'N' de l'arrête de la feuillure située dans le plan vertical élevé sur la droite HN. Cela fait, sur la trace horizontale ON de l'un des deux évasemens, du plus grand, par exemple, on décrira la courbe NVP d'intersection de l'intrados de la voussure avec cet évasement, qui est une portion du ceintre principal de la face cylindrique de la feuillure, ceintre principal que je n'ai point décrit dans l'épure, pour ne la pas charger de trop de lignes, mais que le lecteur déterminera de lui-même sans difficulté.

Si ce ceintre principal est une demi-circonférence de cercle, son rayon sera égal à la moitié Nc^8 de la largeur HN, que l'on portera de N en Q sur la droite NQ, et par le Q, comme centre, on décrira l'arc de cercle NVP; si c'est une demi-ellipse, l'un des axes sera la droite HN, et la moitié de l'autre sera C'c', et au moyen de ces axes on décrira une demi-ellipse, par la méthode des rayons vecteurs, sur la droite NQ prolongée. Ensuite, on menera les droites RS, TU, parallèles à AB, que l'on regardera comme les traces horizontales d'une suite de plans verticaux; par les points I, R,

T, et O, S, U, on élevera, à la ligne de terre I'O', les perpendiculaires II^2, RR^2, TT^2, et OO^2, SS^2, UU^2; on fera les ordonnées $I'I^2$ et $O'O^2$, $R'R^2$ et $M'S^2$, $T''T^2$ et $N'U^2$, respectivement égales, deux à deux, aux perpendiculaires OP, SX, UV, élevées, par les points O, S et U, à la droite NO, et par les points H', T^2, R^2, I^2 et N', U^2, S^2, O^2, on fera passer les courbes $H'T^2R^2I^2$, $N'U^2S^2O^2$, qui seront les projections verticales des intersections des faces des deux évasemens, avec la partie d'intrados comprise entre ces évasemens. Si l'on veut avoir la véritable courbe d'intersection de cette partie d'extrados avec la face de l'évasement dont la droite HI est la trace horizontale, par les points I, R, T, on élevera, à la droite IH, les perpendiculaires II^3, RR^3, TT^3, que l'on fera respectivement égales aux ordonnées OP, SX, UN, et par les points H, T^3, R^3, I^3, on fera passer la courbe demandée $HT^3R^3I^3$. Pour avoir les projections verticales $I^2c^5O^2$, $R^2c^4S^2$, $T^2c^3U^2$, on divisera d'abord les droites IO, HN, chacune en deux parties égales par une droite c^8c^{11}, sur laquelle s'élevera un plan vertical; on supposera que l'intersection de ce plan vertical, avec la partie d'intrados comprise entre les évasemens, soit une ligne droite. Pour avoir la projection verticale c^2c^5 de cette droite, par le point c^{11}, on élevera, à la droite c^8c^{11}, la perpendiculaire $c^{11}c^{12}$, que l'on fera égale à environ le douxième de la longueur c^8c^{11}, et par les points c^8, c^{12}, on menera la droite c^8c^{12}; par les points c^{11}, c^{10}, c^9, c^8, on élevera, à la ligne de terre I'O', les perpendiculaires indéfinies $c^{11}c^5$, $c^{10}c^4$, c^9c^3, c^8c^2 (le point c^2, où la dernière perpendiculaire c^8c^2 rencontre la courbe $H'c^2N'$, sera la projection verticale du point où le plan vertical élevé sur la droite c^8c^{11} rencontre le ceintre de la feuillure situé sur le plan vertical élevé sur la droite HN). Par les points c^{10}, c^9, on menera les droites $c^{10}c^{13}$, c^9c^{14}, perpendiculaires à la droite c^8c^{11}. Par le point c^2, on menera, à la ligne de terre I'O', la parallèle c^2r', par rapport à laquelle on déterminera, sur les droites c^9c^3, $c^{10}c^4$, $c^{11}c^5$, les points c^3, c^4, c^5, à des hauteurs respectivement égales aux droites c^9c^{14}, $c^{10}c^{13}$, $c^{11}c^{12}$. Cela fait, si la courbe $H'c^2N'$ est une demi-circonférence de cercle, par les trois points respectifs T^2, c^3, U^2; R^2, c^4, S^2; I^2, c^5, O^2, on fera passer trois arcs de cercle $T^2c^3U^2$, $R^2c^4S^2$ et $I^2c^5O^2$, comme nous l'avons dit au n°. 397, qui seront les projections verticales des intersections, avec l'intrados de la voussure, de la suite de plans verticaux élevés sur les droites TU, RS, IO. Si la courbe $H'c^2N'$ est une demi-ellipse, on fera passer des arcs d'ellipses par les trois points respectifs que nous venons de désigner, par le moyen donné au n°. 398, en observant que les demi-axes connus seront, par rapport à la ligne de terre I'O', les hauteurs

respectives des points c^3, c^4, c^5, et les abscisses des points T^2, R^2, I^2, seront les moitiés des distances comprises entre les points correspondans T^2 et U^2, R^2 et S^2, I^2 et O^2. Le reste de l'épure s'achevera comme nous l'avons expliqué aux deux numéros précédens, ainsi que les lignes de construction l'indiquent. Ainsi, il ne nous reste plus qu'à donner le moyen d'avoir les panneaux des coupes.

D'abord on obtiendra le développement Abb'DHGFECa'aB (fig. 326) des douëlles du tableau, et ensuite, pour avoir le panneau de la coupe aa^5 (fig. 325), on fera les distances mn, mo, mp, mq, mr (fig. 326), respectivement égales aux distances aa', aa^2, aa^3, aa^4, aa^5 (fig. 325); par les points n, o, p, q, r (fig. 326), on menera les droites nc, od, pe, qf, kg, perpendiculaires à la directrice r's; on fera les distances od, pe, qf, rg, respectivement égales aux distances $a^{14}a^9$, $a^{15}a^{10}$, $a^{16}a^{11}$, $a^{17}a^{12}$ (fig. 325), et par les points g, f, e, d (fig. 326), on fera passer la courbe gfed; par les points d et c on fera passer une courbe très-peu différente de la ligne droite; on fera la distance rk égale à $a^{17}a^{20}$ (fig. 325), et par les points a et k (fig. 326), on menera la droite ak, et la fig. abcdgk sera le panneau demandé. Si l'on veut avoir le panneau lkghi pour être appliqué sur la partie en état de charge du voussoir, on fera la distance rs égale à $a^{17}a^{18}$ (fig. 325); par le point s (fig. 326), on menera la droite sh perpendiculaire à sr'; on fera la distance sh égale à $a^{18}I$ (fig. 325); par les points h et g (fig. 326), on menera la droite gh; par les points h et k, on menera les droites hi, kl, parallèles entre elles, et de manière qu'elles fassent, par rapport à la droite hs, des angles égaux à l'angle DKL, et le panneau sera terminé. On aura les autres panneaux d'une manière semblable. Dans cet exemple de voussure de Marseille, on voit qu'il faut autant de panneaux de joint qu'il y a de coupes de voussoir dans la voussure. On tracera et on taillera les voussoirs comme il a été dit au n°. 397.

En rapprochant ce qui a été dit au n°. 399 de ce qu'on vient de dire sur l'exemple précédent, le lecteur fera bien de s'exercer à faire l'épure de la même voussure, dans le cas où l'intersection $I^2c^5O^2$ de la voussure, avec la la face du mur dont la trace horizontale est la droite AB, est une ligne droite.

401. Septième Exemple. Si la trace horizontale AB (fig. 327), de la face du mur que rencontre la partie d'intrados de la voussure comprise entre les évasemens, n'est pas parallèle à la projection horizontale IK de l'intersection de la face cylindrique de la feuillure avec la même partie d'intrados, pour diriger les traces horizontales no, pq, rs de la suite des plans verticaux dont les intersections, avec l'intrados de la voussure, ont, pour projections

verticales, les courbes RcV, SdX, TeY, on prolongera les droites AB, IK, jusqu'à leur rencontre t, et on dirigera les droites no, pq, rs, de manière que leurs prolongemens passent par le point t. Ensuite, sur la trace horizontale AI du plus grand évasement, on décrira la courbe Iu d'intersection de l'intrados de la voussure avec cet évasement, comme il a été dit dans les trois numéros précédens, de laquelle on déduira l'autre courbe Kv d'intersection du même intrados avec l'autre évasement, de manière que les ordonnées de cette courbe Kv soient respectivement égales à celles de la courbe Iu. Puis, on déterminera les projections verticales PRSU, NVXZ, de ces intersections; celles RcV, SdX, TeY et UfZ des intersections, avec le même intrados, de la suite de plans verticaux élevés sur les droites AB, no, pq, rs, en observant les mêmes choses que dans les n°s. 397 et 398, c'est-à-dire que si la courbe PQN est une demi-circonférence de cercle, les courbes RcV, SdX, TeY et UfZ seront des arcs de cercle, et elles seront des arcs d'ellipse si la courbe PQN est une demi-ellipse; et enfin, on terminera l'épure, on obtiendra les panneaux de joint (fig. 328 et 329), on tracera, et on taillera les voussoirs, comme il a été dit dans les numéros précédens.

402. Huitième Exemple. Supposons maintenant que la partie d'intrados comprise dans l'étendue du tableau et de la feuillure soit en plate-bande, au lieu d'être ceintrée, et que la partie du même intrados, comprise entre les évasemens, rencontre la face du mur opposée à celle qui est contiguë au tableau, suivant une certaine courbe. Dans ce cas, on pourra engendrer cette dernière partie d'intrados de plusieurs manières.

D'abord, supposons que les droites AB, HG′ (fig. 330) soient les traces horizontales des faces du mur; que la figure ACDEFGH soit la trace horizontale de l'un des jambages (le tableau étant perpendiculaire aux faces du mur), et que la droite UK soit la projection verticale de l'intrados de la plate-bande prolongée, et en même temps la ligne de terre, prise parallèle à la droite GH′. On déterminera la projection verticale ZXY de la feuillure, et celle GIK du tableau, comme pour le cas d'une plate-bande évasée. Ensuite, par le sommet C, de l'évasement, on élevera, à la ligne de terre UK, la perpendiculaire CL, et on fera NL plus grand que le recouvrement IO de la feuillure : le point L sera la naissance de l'intersection LTSM de l'intrados d'évasement avec la face du mur qui lui est contiguë. On décrira cette courbe LTSM comme on voudra (nous supposons ici que cette courbe est un arc de cercle moindre qu'une demi-circonférence dont le centre est sur la droite MB qui passe par le milieu de la porte). On divisera la largeur de l'intrados de la plate-bande comme à l'ordinaire, pour avoir la largeur des douëlles; par

les points de division O, P, etc.; on menera les coupes OQ, PR, etc., de manière qu'elles soient normales à l'arc de cercle LM, et on disposera les états de charge, comme on le voit dans l'épure. Si la courbe LM n'était pas un arc de cercle, pourvu que la flèche YM ne fût pas trop grande, on menerait toujours les coupes normales à cette courbe. Dans le cas où cette flèche sera un peu considérable, on disposera les coupes comme il sera dit dans l'un des exemples suivans. Voici, maintenant, comment on engendrera l'intrados d'évasement : par le point L, et le point X, qui est le sommet de l'angle formé par les faces de profondeur de la feuillure, on menera une droite LX, qui sera la projection verticale de l'une des naissances de cet intrados; ensuite, on supposera une ligne droite glissant à la fois sur la droite XY, et sur la courbe LM, de manière que la génératrice, passant d'abord par les points X et L, soit aussitôt arrivée au point T, sur la courbe LM, qu'au point O, sur la droite XY; puis, en partant de la position OT, qu'elle parcourre l'arc TS, dans le même temps que la droite OP, et ainsi de suite. D'après cette génération, on conçoit facilement ce qu'il y a à faire pour avoir les projections horizontales Gde, abc des arrêtes des douëlles.

Pour tracer les pierres de cette voussure, on s'y prendra tout-à-fait comme nous l'avons expliqué pour tracer celles des plates-bandes évasées (n°. 285). La fig. 331 représente un sommier terminé.

403. Neuvième Exemple. Supposons que la courbe RVY (fig. 332) d'intersection de l'intrados d'évasement avec la face du mur dont la trace horizontale est la droite AB, ait une flèche SY un peu considérable; supposons, par exemple, que cette flèche soit égale à la moitié de la largeur de la porte prise entre les arrêtes des évasemens; dans ce cas, on pourra disposer la voussure de la manière suivante :

Au lieu de faire l'évasement CD oblique par rapport à la face AB du mur qui lui est contiguë, on fera cet évasement (s'il est permis ensuite de l'appeler ainsi) perpendiculaire à la même face du mur; on observera un espace entre l'arrête E de la feuillure et la face de l'évasement, au moins égal à la largeur de la feuillure, pour que la coupe du sommier de la plate-bande ait l'inclinaison qui lui est nécessaire, et sur les faces de ces espèces d'évasemens, on établira un simple berceau droit, qui se terminera contre un plan vertical élevé sur la droite xD, qui est la projection horizontale de l'arrête extérieure de la feuillure de la plate-bande. Ensuite, après avoir décrit la projection verticale RVY de la moitié du ceintre principal de ce berceau, et avoir déterminé les projections verticales LMb, SQc, des arrêtes du tableau et de la feuillure, tant pour les jambages que pour la plate-bande, on divisera

la plate-bande en autant de voussoirs qu'on le jugera convenable; puis, on divisera le ceintre du berceau en autant de parties plus deux, que l'intrados de la plate-bande contient de douëlles, pour que la coupe de chaque sommier de la plate-bande passe par l'arrête supérieure de la première douëlle, et que les autres coupes de la plate-bande répondent aux arrêtes correspondantes des autres douëlles du berceau, ainsi qu'on le voit dans la figure 332. Le reste de l'épure est trop facile à concevoir, pour qu'il soit nécessaire que je l'explique. On voit aussi facilement, dans cette épure, la manière d'appareiller ce genre de voûtes.

Quant à la manière d'en tracer les pierres, supposons, d'abord, qu'il s'agisse d'un premier voussoir : on commencera par équarrir une pierre au panneau de tête OMTfi, à une longueur égale à l'épaisseur du mur, laquelle prendra la forme afedelghik (fig. 333); puis, on fera la distance iy, égale à Kx (fig. 332); par le point y (fig. 333), on menera les droites yx, yr parallèles aux arrêtes ik, ih; par le point r, on menera la droite rr² parallèle à hg; par le point r² en menera la droite r²o, parallèle à gl; on fera ensuite la distance ab égale à tD (fig. 332), et par le point b (fig. 333), on menera la droite bo parallèle à ag; par le point f on menera la droite fz parallèle à ac, et au moyen du panneau de tête ONRVgi (fig. 332), on tracera (fig. 333) la tête cbzmnd; par les points m, n, on menera les droites mv, nx, parallèles à ey, et la pierre sera tracée. Pour la terminer, on fera la coupe mvxn, que l'on prolongera jusqu'à la rencontre du plan mené par les droites yv, yx; on fera enfin la douëlle bzmvpo, que l'on prolongera jusqu'à la rencontre du plan mené par les droites vr, rr², r²o, et il ne restera plus qu'à évider le retour zqrtsr'u de la feuillure.

Pour tracer un second voussoir, on équarrira une pierre au panneau de tête dVghkme (fig. 332), d'une longueur égale à l'épaisseur du mur, laquelle prendra d'abord la forme abmklihgfzedc (fig. 334); au moyen du second panneau VXlkhg (fig. 332), on tracera la tête aonlih (fig. 334), et on taillera la douëlle lnru, et la coupe nrqo, que l'on prolongera jusqu'au plan utsrpq, parallèle à la tête gfedc, et distante de cette tête de la quantité Kx (fig. 332); ensuite, sur la tête gfedc (fig. 334), on prolongera la droite gf vers y, et on fera la distance fy, égale à fg (fig. 332); par le point y et le point e on menera la droite ey, et on fera l'évidement fyzu xv (fig. 334), de manière que la face eyxt, de cet évidement, soit un plan mené par les droites et, ey, et que la face fyxv soit le prolongement du plan hgf. Enfin, on ne prolongera cet évidement que jusqu'au plan qpstuxv.

404. Dixième Exemple. Si les faces des évasemens étaient obliques par

rapport à celles du mur (fig. 335), on pourrait faire l'intrados d'évasement à surface conique droite ou oblique, suivant que les deux évasemens seraient égaux ou inégaux, et dans ce cas, l'épure se tracerait comme dans l'exemple précédent, avec cette différence qu'ici on aurait, de plus, à décrire la projection verticale de la petite base de la surface conique. En outre, pour donner aux coupes de la partie en plate-bande, l'inclinaison qui leur convient, on pourra être obligé de mettre chaque sommier en saillie sur la face du tableau, par la raison que ces coupes doivent passer par les points où les arrêtes des douëlles de la partie conique rencontrent la face verticale et intérieure de la plate-bande, ainsi que l'indique l'épure (fig. 335). La régularité, et même la solidité, exigent cette disposition, à moins que la porte ne fût assez grande pour que la plate-bande pût être indépendante de la partie conique.

On tracera, et on taillera les pierres comme nous l'avons expliqué au numéro précédent, en ayant égard à la forme de la douëlle qui fait partie de l'intrados d'évasement, ainsi qu'on le voit indiqué dans la figure 336, qui représente un premier voussoir.

405. Onzième Exemple. En supposant toujours les mêmes choses que dans le numéro précédent, on pourrait engendrer l'intrados d'évasement comme nous l'avons indiqué au n°. 402, c'est-à-dire que (fig. 337) la droite cb étant la projection verticale de l'arrête supérieure de la feuillure, et la courbe afgh étant celle du ceintre de face de la voussure, on imaginera une ligne droite glissant sur la droite cb et sur la courbe afgh, de manière que cette génératrice passant d'abord par les points b et a, elle parcourre l'arc af dans le même temps que la droite be; l'arc fg, dans le même temps que la droite ed, et ainsi de suite. Du reste, en jetant un coup-d'œil sur la fig. 337, on concevra facilement la manière de tracer l'épure, et de disposer l'appareil de cet exemple de voussures.

Pour tracer et tailler les voussoirs, on opérera comme nous allons l'expliquer sur les pierres de l'exemple suivant.

406. Douzième Exemple. Dans les mêmes circonstances que nous venons de supposer, on pourrait engendrer l'intrados d'évasement de la manière qui suit :

On imaginera d'abord un plan vertical élevé sur la droite BH (fig. 338), menée au milieu de la largeur de la porte, perpendiculairement aux faces du mur, et on déterminera arbitrairement la courbe d'intersection de ce plan avec l'intrados qu'il s'agit d'engendrer. On supposera une suite d'autres plans verticaux parallèles aux faces du mur, et on déterminera aussi les courbes d'intersection de ces plans verticaux avec le même intrados : il est clair que pour que la surface qu'on veut engendrer soit régulière, il faut que toutes

ces courbes d'intersection le soient aussi, et, de plus, qu'elles soient dépendantes les unes des autres.

Supposons qu'on ait choisi un quart d'ellipse pour la courbe d'intersection du plan vertical élevé sur la droite BH, et que la projection verticale MOQ... du ceintre de face de la voussure soit une demi-circonférence de cercle ou d'ellipse : les demi-axes de la courbe d'intersection du plan vertical élevé sur la droite BH seront évidemment les droites BI, NQ ; ainsi, au moyen de ces demi-axes, et par la méthode des rayons vecteurs, on pourra décrire ce quart d'ellipse, en profitant de l'angle droit ABI, de sorte que ce quart d'ellipse sera la courbe Id'aA. Cela posé, on menera une suite de droites ab, cd, parallèles à AB, qui seront les traces horizontales de la suite des plans verticaux parallèles aux faces du mur; et on déterminera les projections verticales des intersections de ces plans avec l'intrados dont il s'agit, ainsi qu'il suit :

Si la projection verticale MOQ... du ceintre de face de la voussure est une demi-circonférence de cercle ou d'ellipse, on supposera que les courbes d'intersection en question sont des demi-ellipses. Pour avoir les axes de ces courbes, par les points a, c, où les droites ab, cd, rencontrent la trace horizontale AC de la face de l'évasement, on élevera, à la ligne de terre KL, les perpendiculaires af, ce, qui rencontreront la droite MN aux points f et e, et les distances Nf, Ne seront les premiers demi-axes demandés. Pour avoir les seconds, on fera les hauteurs Nh, Ng, respectivement égales aux ordonnées ba, dd', de la courbe Id'aA, et sur les demi-axes Nf et Nh, Ne et Ng, on décrira les quarts d'ellipse flih, emkg, qui seront les moitiés des projections verticales des courbes d'intersections dont il s'agit.

Cela fait, on disposera les coupes des voussoirs comme on le voit dans l'épure, et l'on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles en abaissant, par les points S, m, l, O; R, k, i, P, où les courbes MOQ, flih, emkg rencontrent les coupes SO, RP, des perpendiculaires à la ligne de terre KL, lesquelles iront successivement rencontrer les droites CI, cd, ab, AB, aux points n, o, p, q; r, s, t, u, par lesquels on fera passer les courbes nopq, rstu, qui jointes aux droites nG, rr', seront les projections demandées, et l'épure sera terminée.

Pour avoir les panneaux de joint, on menera (fig. 339) une droite quelconque ab, sur laquelle on fera les distances ac, ad, ae, af, ab, respectivement égales aux distances Hz, HI, Hd, Hb, HB (fig. 338), et par les points a, c, e, f, b (fig. 339), on élevera, à la droite ab, les perpendiculaires ap, cn, ek, fl, bq; on fera les distances cn, ao, chacune égale à zI (fig. 338), et on menera la droite no (fig. 339). Si, maintenant, il s'agit du panneau de

la première coupe SO (fig 338), on prendra les distances Sm, Sl, SO, que l'on portera de e en i, de f en h, de b en g (fig. 339), et par les points d, i, h, g, on fera passer la courbe dihg, et la figure poncdgq sera le panneau demandé.

Pour avoir le panneau de la seconde coupe, on fera les ordonnées bm, fl, ek (fig. 339), respectivement égales aux distances RP, Ri, Rk, (fig. 338), et par les points d, k, l, m (fig. 339), on fera passer la courbe dklm, et la figure poncdmq sera le second panneau demandé.

Pour tracer et tailler les voussoirs, le premier, par exemple, on équarrira une pierre au panneau de tête K'USOvK² (fig. 338), et à une longueur égale à l'épaisseur du mur, laquelle aura la forme abcefghiky (fig. 340), et ensuite, avec le panneau des piédroits on tracera le lit de pose qui aura la forme as'polky; avec le premier panneau de joint, on tracera la coupe du lit de dessus; avec le panneau de tête K'KMOyK² (fig. 338), on tracera la forme as'sdtf (fig. 340) sur la tête abcdef; par les points d et t, on menera les droites du; tv, parallèles à l'arrête ex; on fera les distances du, ex, tv, chacune égale à BI (fig. 338); par les points u, x, v (fig. 340), on menera les droites ux, xv, et la pierre sera tracée. Pour la terminer, on fera passer un plan duvt, par les droites du, tv, qui sera la coupe du lit de dessus, et que l'on prolongera jusques à sa rencontre vu avec le plan uxv. Ensuite, on évidera le retour de la feuillure lmnqrop; on fera le petit plan s'sqp, et on creusera la douëlle sqnz³z'd, suivant les droites sq, qn et les courbes sd, d z'z³n. Pour fouiller le milieu avec exactitude, on fera plusieurs rigoles zz', z²z³, au moyen de cerces levées sur les courbes flih, emkg (fig. 338), que l'on appliquera sur la pierre de manière que, le plat de ces cerces soit parallèle aux têtes du voussoir, en ayant soin, en outre, de les faire passer par les points z et z', z² et z³ (fig. 340), que l'on déterminera, en menant, sur le lit de pose et sur la coupe de dessus, des parallèles à la tête du voussoir, et à des distances respectivement égales aux distances Bb, Bd (fig. 338).

Pour tracer un second voussoir, on s'y prendra d'une manière semblable, et il aura la forme représentée par la fig. 341.

S'il s'agissait des pierres relatives à l'épure de la figure 337, elles ne différeraient de celles que nous venons d'expliquer, qu'en ce que les courbes dz'z³n (fig. 340) et ab, cd (fig. 341), se changeraient en lignes droites.

L'exemple de voussure que nous venons de donner est connu sous le nom d'*arrière voussure de Saint-Antoine*. J'en pourrais donner plusieurs exemples; mais comme elles ne sont pas d'une forme de très-bon goût, et qu'elles peuvent

toujours être remplacées par l'une ou l'autre des dispositions que j'ai données aux nos. 403, 404, qui sont infiniment préférables sous tous les rapports, je m'en tiendrai à l'exemple précédent.

407. Treizième Exemple. Supposons (fig. 342) que la figure ACDEF soit la trace horizontale de l'un des jambages d'une arcade en voussure, que la face de ce jambage dont la trace horizontale est la droite CD, soit perpendiculaire aux faces du mur; que la face du même jambage dont la trace horizontale est la droite DE, fasse, avec la première, un angle CDE quelconque; que la droite BG soit la projection horizontale de l'axe de la partie cylindrique de l'intrados de la voussure dont la droite CD est la projection horizontale d'une génératrice de naissance, et que la droite DG soit la projection horizontale de l'intersection des deux parties d'intrados de la voussure; cela posé, supposons que la courbe KabcL soit la projection verticale du ceintre principal de la partie cylindrique d'intrados, et la courbe HdefL soit celle du demi-ceintre de face de la partie d'intrados de la voussure dont la projection verticale est le triangle DEG: ces deux courbes KabcL, HdefL pourront se joindre au sommet L, ou bien la courbe HdefL pourra s'élever plus haut que le ceintre KabcL; mais ce dernier ne pourra jamais s'élever plus haut que le ceintre de face HdefL.

Quant à la surface d'intrados dont la projection horizontale est le triangle EDG, on l'engendrera en faisant glisser uniformément une ligne droite à la fois sur les deux courbes HdefL, KabcL, de manière qu'en faisant partir la génératrice des points H et K des naissances, elle arrive en même temps sur les points dont le point L est la commune projection verticale.

Pour tracer l'épure de cette espèce de voussure, on divisera l'une ou l'autre des deux courbes KabcL, HdefL, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs, et par les points de division, on menera les droites ad, be, cf, normales au ceintre principal KabcL de la partie cylindrique de la voussure, qui seront les projections verticales des intersections des premiers plans de coupe avec la partie d'intrados dont la projection horizontale est le triangle DEG. Par les points d, e, f, où les droites ad, be, cf, rencontreront le ceintre de face HdefL, on menera les droites dg, eh, fi, normales à ce ceintre de face; on disposera les coupes des voussoirs de manière que l'appareil de la voussure s'accorde bien avec celui des assises du mur, et la projection verticale de la voussure sera terminée. On voit, d'après cette disposition, que les coupes des voussoirs formeront un pli suivant des droites horizontales dont les projections verticales sont les points d, e et f. Quant à la projection horizontale de cette espèce de voussure, les lignes de construction indiquent assez la manière de l'obtenir.

Pour tracer les voussoirs, un de ceux dont le panneau de tête est la figure MKadgN, par exemple, on l'équarrira d'abord à ce panneau de tête, comme à l'ordinaire, et il prendra la forme abcdefghiklm (fig. 343). Cela fait, on fera les distances lo, kn, respectivement égales aux distances CD, a^2a' (fig. 342); on fera la distance id' (fig. 343), égale à la distance d^2D' (fig. 342); on menera la droite nd' (fig. 343), et on déterminera l'intersection on, avec la douëlle cylindrique cblk, d'un plan mené par le point o et la droite nd'. Puis, avec le panneau MHdgN (fig. 342), on tracera, sur la tête abcdef (fig. 343) du voussoir, la forme apdef; par les points p et o, d et n, on menera les droites po, dn, et la pierre sera tracée. Pour la terminer, on fera la douëlle pond, en faisant glisser uniformément une règle sur les arcs on, pd.

Pour tracer un second voussoir, on l'équarrira d'abord au panneau de tête OgdabchP (fig. 342), et il prendra la forme abcdefghiklmnopq (fig. 344); on fera les distances ks, ir, qt respectivement égales aux distances b^2b', a^2a', d^2D' (fig. 342), et on menera la droite rt (fig. 344); on déterminera l'intersection sr, avec la douëlle cylindrique ahik, d'un plan mené par le point s et la droite rt; on tracera la courbe bg, sur la tête abcdefgh du voussoir, avec le panneau de tête OgdehP (fig. 342); par les points s et b, r et g (fig. 344), on menera les droites sb, rg, et la pierre sera tracée; on taillera la douëlle bsrg, comme nous l'avons dit sur le premier voussoir. On tracera et on taillera les autres voussoirs de la même manière.

On donne à l'espèce de voussure que nous venons d'expliquer, le nom de *corne de vache*.

408. Quatorzième Exemple. La fig. 345 est l'épure d'une voussure semblable à la précédente, avec cette seule différence que la projection horizontale DG' de l'intersection des deux parties d'extrados est ici une droite parallèle aux traces horizontales des faces du mur, de sorte qu'on pourra lui appliquer l'explication précédente.

409. Quinzième Exemple. La fig. 346 est l'épure d'une voussure à peu près semblable à celle que nous avons donnée au n°. 407, avec cette différence que la trace horizontale DE d'une face des jambages est ici une surface cylindrique au lieu d'être plane, ce qui oblige d'engendrer la partie d'intrados, dont la projection horizontale est le triangle DEG, de la manière suivante :

On prendra le ceintre principal de la partie cylindrique de l'intrados, et le ceintre de face de l'autre partie du même intrados, de manière que ces deux courbes soient analogues ; c'est-à-dire que si la première est une demi-

circonférence de cercle, la seconde soit une demi-ellipse, et si la première est une demi-ellipse, la seconde le soit aussi. Ensuite, quelle que soit la courbe DE, on prendra, à volonté, des points n′, k′, sur cette courbe DE, par lesquels et le point G on menera les droites n′G, k′G, qu'on regardera comme les traces horizontales d'une suite de plans verticaux qui rencontreront l'intrados à engendrer, et on déterminera les intersections de ces plans avec la surface en question, de manière que leurs projections verticales nopL, klmL soient des quarts d'ellipse, aussi bien que la moitié HdefL du ceintre de face. Du reste, on disposera l'appareil comme il a été dit au n°. 407, et on obtiendra les projections horizontales d′l′o′a′a², e′m′p′b′b², f′c′c², comme on le voit indiqué dans l'épure (fig. 346), par les lignes de construction, et il ne restera plus qu'à avoir les cerces ou panneaux de joint pour tracer les pierres.

Pour avoir la cerce de la coupe supérieure du premier voussoir, on prolongera indéfiniment les traces horizontales BA, GF, des faces du mur; on menera une droite qr, quelconque, perpendiculaire à la droite Bq; par les points a′, o′, l′, on menera les droites a′u, o′v, l′x, parallèles à Bq; on fera les ordonnées tv, sx, ry, respectivement égales aux distances ao, al, ad, et par les points u, v, x, y, on fera passer la courbe uvxy, qui sera celle de la cerce demandée. On aura les autres cerces q′u′v′x′y′, q²u²y², de la même manière.

Quant à la manière de tracer les voussoirs, elle est la même que celle que nous avons donnée au n°. 407, avec cette différence que les points d et n, p et o (fig. 347), r et g, s et b (fig. 348), seront joints par des courbes, deux à deux, au moyen des cerces que nous venons d'expliquer.

410. Seizième Exemple. La fig. 349 est l'épure d'une voussure toute semblable à la précédente, avec cette seule différence que la projection horizontale DG′ de l'intersection des deux parties de l'intrados, est parallèle aux traces horizontales des faces du mur, ce qui oblige de mener les traces horizontales n′p′, k′m′, de la suite de plans verticaux qui rencontrent la partie d'intrados qui n'est pas cylindrique, parallèles à la droite DG′; de sorte qu'on pourra appliquer à cet exemple, l'explication du n°. 409.

Les quatre derniers exemples de voussure que nous venons de donner, outre qu'ils peuvent être employés dans les édifices, sont très-utiles dans les travaux des ponts et chaussées, pour les têtes de ponts, en ce que si l'on avait un vieux pont à élargir, on pourrait se servir des avant et arrière becs, et se dispenser de faire de nouvelles fondations, ce que j'ai vu pratiquer par les ingénieurs des ponts et chaussées du département de Vaucluse, avec un grand avantage. On pourrait aussi se servir de ces voussures dans les ponceaux, pour détourner commodément les eaux des petites rivières.

cipaux de manière à satisfaire aux conditions que nous allons établir; mais dans le second cas, comme l'appareil de l'ancienne voûte existe, et ne peut être changé, il est beaucoup plus difficile de satisfaire aux mêmes conditions: c'est pour cela que nous nous supposerons dans cette dernière circonstance.

Supposons donc que ce soit le grand berceau dont le demi-ceintre principal est la courbe MiN qui existe d'abord; on fera la division des voussoirs dans le ceintre principal ELF de l'autre berceau, de manière que la hauteur d^5d, de la première douëlle du grand berceau, soit plus grande que celle a^8a de la première douëlle du second. Si l'inverse avait lieu, les arrêtes apparentes des deux voûtes se raccorderaient d'une manière désagréable à la vue; et si ces deux hauteurs étaient égales, il en résulterait une aiguité d'angle à l'endroit de l'intersection des deux intrados. Ainsi, on doit satisfaire à la condition que nous venons d'établir, à moins que des inconvéniens plus graves ne s'y opposent. Cette condition est même de rigueur pour toutes les classes de pénétrations, c'est-à-dire que, quelles que soient les voûtes qui se pénètrent, *la hauteur de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise de la plus petite voûte doit toujours être moindre que celle de l'arrête correspondante de la grande.*

Ayant divisé le ceintre principal ELF du petit berceau, d'après cette condition, on cherchera les projections de l'intersection des deux intrados de la manière qui suit, quelle que soit la nature des ceintres principaux des deux berceaux.

On prolongera les deux lignes de terre EP, OP, jusqu'à leur rencontre au point P, par lequel on menera les droites Pl^2, Pl', respectivement perpendiculaires à ces mêmes lignes de terre EP, OP; par les points de division a, b, c, L, du ceintre ELF, on menera, à la ligne de terre EP, les parallèles aa', bb', cc', LL'; par le point P comme centre, et avec les rayons Pa', Pb', Pc', PL', on décrira les arcs de cercle $a'a^2$, $b'b^2$, $c'c^2$, $L'L^2$; par les points a^2, b^2, c^2, L^2, où ces arcs de cercle rencontrent la droite Pl', on menera, à la ligne de terre PO, les parallèles a^2a^3, b^2b^3, c^2c^3, L^2L^3, qui rencontreront le ceintre principal MiN, du grand berceau, aux points a^3, b^3, c^3, L^3, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre PO, les perpendiculaires a^3a^5, b^3b^5, c^3c^5, L^3L^4, qui rencontreront respectivement les projections horizontales des arrêtes des douëlles et celle de l'axe du petit berceau aux points a^5 et a^4, b^5 et b^4, c^5 et c^4, et L^4, par lesquels et les points A et D (qui sont les projections horizontales des intersections des faces contiguës et intérieures des murs), on fera passer la courbe $Aa^5b^5c^5L^4c^4b^4a^4D$, qui sera la projection horizontale de l'intersection des deux intrados. Quant

aux projections verticales de cette intersection, qui est située à la fois sur les deux intrados, elles ne sont autre chose que celles des ceintres principaux des deux berceaux.

Maintenant, considérons que la première assise du petit berceau doit se raccorder avec la première assise du grand, la seconde du petit avec la seconde du grand, et ainsi du suite, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à une assise du grand berceau dont l'arrête supérieure s'élève assez, au-dessus du milieu de la douëlle de la clef du petit, pour que cette clef ait une épaisseur convenable. Arrivé à cette assise du grand berceau, quel que soit le nombre d'assises qui restent dans le petit, elles se raccorderont toutes avec cette dernière assise du grand; de sorte que les autres assises de ce dernier berceau seront tout-à-fait indépendantes du petit.

Pour raccorder convenablement ces assises respectives, supposons d'abord qu'il s'agisse des deux premières, et n'opérons que pour la moitié du petit berceau : par le point d, qui est la projection verticale de l'arrête supérieure de celle qui appartient au grand berceau, on menera, à la ligne de terre PO, la parallèle dd'; par le point P, comme centre, et avec le rayon Pd', on décrira l'arc de cercle $d'd^2$; par le point d^2, où cet arc de cercle rencontre la droite Pl^2, on menera, à la ligne de terre EP, la parallèle d^2d^3, qui sera la projection verticale de l'arrête de douëlle, du grand berceau, qui passe par le point d, et qui rencontrera la coupe ad^3 du petit berceau au point d^3, qui sera la projection verticale du point où cette coupe ad^3 rencontre l'arrête de douëlle dont il vient d'être question. Pour avoir la projection horizontale d^4 du même point, par le point d^3 on abaissera à la ligne de terre EP la perpendiculaire d^3d^4; par le point d, on abaissera la projection horizontale dd^4 de l'arrête de douëlle, du grand berceau, qui répond au point d, laquelle rencontrera la droite d^3d^4 au point d^4 qui sera la projection demandée. Puisque l'arrête du petit berceau qui répond au point a est plus bas que l'arrête correspondante du grand berceau, il s'ensuit que le plan de la coupe qui passe par la droite ad^3, rencontre l'intrados du grand berceau suivant une courbe dont les points a^4, d^4 sont les projections horizontales de ses extrémités.

Pour achever la projection horizontale $a^4c^4d^4$ de cette intersection, il suffira d'obtenir un ou plusieurs points intermédiaires aux points a^4, d^4 déjà trouvés; si, par exemple, on se contente d'un seul, on prendra un point e, sur le ceintre MiN, entre les points a^3, d, par lequel on menera, à la ligne de terre PO, la perpendiculaire ee^4, et la parallèle ee'; on fera la distance Pe^2 égale à Pe'; par le point e^2 on menera, à la ligne de terre EP, la pa-

rallèle e^2e^3; par le point e^3, où la droite e^2e^3 rencontre la coupe ad^3, on abaissera une perpendiculaire e^3e^4 à la ligne de terre EP, laquelle rencontrera la droite ee^4 au point e^4, par lequel, et les points a^4, d^4, on menera la courbe $a^4e^4d^4$, qui sera la projection demandée.

Le plan de la coupe ad^3 cesse d'intercepter l'intrados du grand berceau au point dont la projection horizontale est le point d^4, mais étant prolongé plus haut, il intercepte le plan de la coupe dg, et à partir du même point : il nous reste donc à donner la projection horizontale d^4g^4 de cette dernière intersection. Pour l'obtenir, on observera d'abord que, pour éviter les entailles sur les parties horizontales d'état de charge des voussoirs, il faudra que les extrémités g^3, g des coupes ag^3, dg soient sur le même plan horizontal ; et comme la hauteur TT′ est déterminée dans la vieille voûte, on fera la hauteur Pg^2 égale à cette hauteur donnée TT′; par le point g^2, on menera, à la ligne de terre EP, la parallèle g^2g^3, qui rencontrera la coupe ag^3, au point g^3 qui sera la projection verticale de l'extrémité de cette coupe ag^3. Par ce point g^3, on abaissera, à la ligne de terre EP, la perpendiculaire g^3g^4, qui sera la projection horizontale de la même extrémité de coupe ; par le point g on abaissera, à la ligne de terre PO, la perpendiculaire gg^4, qui sera la projection horizontale de l'extrémité de la première coupe du grand berceau, et le point g^4, où cette dernière droite gg^4 rencontre la première g^3g^4, est un point de la projection demandée ; mais le point d^4 est évidemment un autre point de la même projection ; d'où il suit que la droite g^4d^4, menée par les points g^4, d^4, sera la projection dont il s'agit, et la projection horizontale du raccordement des deux premières assises sera terminée.

Pour avoir celle du raccordement des deuxièmes assises, on opérera, sur les coupes bX, fo, comme nous venons de l'expliquer sur les coupes ag^3, dg.

Pour le raccordement des troisièmes assises, on commencera par déterminer la projection horizontale $e^4k^3i^4$, de l'intersection du plan de la coupe cl^3, avec l'intrados de la vieille voûte, en opérant comme ci-dessus ; puis celle i^4l^4 de l'intersection des deux plans des coupes il, cl^3, et ensuite on remarquera que le plan de la coupe cl^3 interceptera l'extrados de la vieille voûte. Pour avoir la projection horizontale l^4m^3 de cette intersection, on prolongera l'horizontale RQ jusqu'en m ; par le centre P, on décrira l'arc de cercle mm′; par le point m′, on menera la droite $m'm^2$ parallèle à la ligne de terre EP, qui rencontrera la coupe cl^3 au point m^2 ; par ce point m^2, on abaissera, à la ligne de terre EP, la perpendiculaire m^2m^3 ; par le point R, on abaissera, à la ligne de terre PO, la perpendiculaire

Rm^3, qui rencontrera la droite m^2m^3 au point m^3, qui appartiendra à la projection demandée; mais le point l^4 appartient aussi à cette projection; donc la courbe l^4m^3, qui passera par les deux points l^4, m^3, sera cette projection demandée. Si l'on veut avoir un point o^6 intermédiaire de cette courbe, on prendra un point o^2 sur la courbe Rl, entre les points R, l, et on opérera sur ce point o^2, comme les lignes o^2o^6, o^2o^3, o^3o^4, o^4o^5 et o^5o^6 l'indiquent dans l'épure.

Observons, maintenant, que la droite L^2L^3 est la projection verticale, dans le plan dont la ligne de terre est la droite PO, de la génératrice du milieu de la clef du petit berceau, et que le point i appartient à l'arrête supérieure de la troisième assise du grand berceau; je dis que si la distance L^3i est au moins égale aux trois quarts de la largeur d'une douëlle de la vieille voûte, quel que soit le nombre d'assises qu'on ait dans le petit berceau, à partir de la troisième, elles se raccorderont toutes, ainsi que la clef, avec la troisième du grand berceau.

Pour avoir la projection horizontale du raccordement de toutes les assises supérieures du petit berceau avec la troisième du grand, on opérera comme ci-dessus. Enfin, on opérera de la même manière sur les coupes du côté à gauche du petit berceau, et l'épure sera terminée, pour ce qui regarde la pénétration des deux berceaux.

On extradossera cylindriquement la partie, du petit berceau, comprise entre les faces du mur dont les traces horizontales sont la droite GH et la la ligne quelconque KI. Supposons que la courbe UVX soit la directrice de cet extrados; par les points X, n, ..., où les coupes bX, cl^3 rencontrent cette courbe UVX, on abaissera, à la ligne de terre EP, les perpendiculaires XX^2, nn^2, ..., dont les parties $X'X^2$, $n'n^2$, ..., comprises entre les lignes GH, KI, seront les projections horizontales des extrémités des coupes de cette partie du petit berceau; enfin, on abaissera les projections horizontales des extrémités des coupes, de ce même berceau, dans l'étendue comprise entre les traces horizontales KI, BC, du mur quelconque qui termine le petit berceau, et les figures $a^9a^4e^4d^4g^4g^5$, $b^7b^4h^4f^4o'X'X^3$, $c^7c^4k^3i^4l^4o^6m^3m^4n^2n'm^5m^6$, etc., seront les projections horizontales des formes des coupes du petit berceau, et l'épure sera terminée.

Si l'on veut avoir le développement des panneaux des douëlles et des coupes du petit berceau, on s'y prendra comme nous l'avons expliqué dans le chapitre VII, pour les différens cas que ce chapitre renferme. Ainsi, sur une droite AB (fig. 351) quelconque, on développera le ceintre principal ELF du berceau (fig. 350), et par les points A, E, F, G, H, I, K, L et

B (fig. 351), on mènera, à la droite AB, les perpendiculaires AD, EE′, FF′, GG′, HH′, II′, KK′, LL′, BC; on prendra (fig. 350) une directrice quelconque BC; on fera (fig. 351) les distances BC, LL′, KK′, II′, HH′, etc., respectivement égales aux distances (fig. 350) CD, a^9a^4, b^7b^4, c^7c^4, L^5L^4, etc., et par les points (fig. 351) C, L′, K′, I′, H′, etc., on fera passer la courbe CH′D, qui sera le développement de la courbe d'intersection des intrados des deux berceaux, et conséquemment les figures BCL′L, LL′K′K, etc., seront les panneaux de douëlle demandés.

Pour avoir les panneaux des coupes, celui de la première, par exemple, dont la droite ag^3 (fig. 350) est la projection verticale; on fera (fig. 351) les distances LO, LN, LM, respectivement égales aux distances (fig. 350) ae^3, ad^3, ag^3; par les points O, N, M (fig. 351), on mènera, à la droite AB, les perpendiculaires OO′, NN′, MM′; on fera les distances OO′, NN′, MM′, respectivement égales aux distances (fig. 350) e^5e^4, d^5d^4, g^5g^4; par les points L′, O′, N′ (fig. 351), on fera passer la courbe L′O′N′; par les points N′, M′, on mènera la droite N′M′, et la figure LL′O′N′M′M sera le panneau demandé.

On aura le panneau KK′Q′P′P de la seconde coupe, en opérant de la même manière sur la coupe bX (fig. 350), et sur sa projection horizontale $b^7b^4f^4o'X^3$. Quant à celui II′U′T′S′$Q^2Q^3K^3K^2Q^4$Q (fig. 351), de la coupe cl^3 (fig. 350), on l'aura en prenant les distances (fig. 351) IU, IK, IT, IQ, IS, respectivement égales aux distances (fig. 350) ck^2, cn, ci^3, cm^2, cl^3; en menant (fig. 351) par les points U, K, T, Q, S, les droites UU′, KK^3, TT′, QQ^2, SS′, perpendiculaires à la droite AB; en faisant les longueurs UU′, TT′, SS′, QQ^2, QQ^3, KK^3, KK^2, QQ^4, respectivement égales aux distances (fig. 350) k^4k^3, i^5i^4, m^6l^4, m^6m^3, m^6m^4, n^3n^2, n^3n', m^6m^5; en faisant passer une courbe I′U′T′ (fig. 351) par les points I′, U′, T′, une ligne droite T′S′ par les points T′, S′, une courbe S′Q^2 par les points S′, Q^2, une droite Q^3K^3 par les points Q^3, K^3, et une droite K^2Q^4 par les points K^2, Q^4. On aurait les autres panneaux de joint de la même manière.

Pour tracer les voussoirs de cette pénétration, on emploiera la méthode par équarrissement, comme étant la plus convenable. Ainsi, par exemple, supposons qu'il s'agisse d'un premier voussoir, de celui dont le panneau de projection horizontale est la figure tpqrGs (fig. 350); on équarrira d'abord une pierre à ce panneau de projection horizontale, et à la hauteur TT′, qui aura la forme tpqrGss′t′p′q′r′G′ (fig. 352); ensuite, avec le panneau de tête MdgT′T (fig. 350), on tracera, sur la tête tt′s′s (fig. 352), la forme

$A't^2ls's$, et avec le panneau de tête Fag^3g^2P (fig. 350), sur la tête $qq'r'r$ (fig. 352), on tracera la forme $aq^3mr'r$, et la pierre sera tracée. Pour la tailler, on fera d'abord la douëlle $A't^2oa^5A$, et la coupe t^2lno, qui fait partie de la grande voûte, comme s'il s'agissait d'un simple berceau, et ensuite on fera l'autre douëlle Aaq^3a^5, et la coupe q^3mnoa^5, comme s'il s'agissait aussi d'un simple berceau : les deux douëlles et les deux coupes se rencontreront naturellement comme il convient, et le voussoir sera terminé. On voit, par cette explication, qu'au moyen des panneaux de projection horizontale, et des panneaux de tête, les autres voussoirs ne seront pas plus difficiles à tracer.

La fig. 353 est une pierre du côté du mur, dont les traces horizontales sont les lignes KI, BC, dans l'hypothèse où ce mur est droit.

Dans l'épure précédente nous avons supposé les naissances des deux berceaux sur le même plan horizontal, ce qui a presque toujours lieu. Si les deux naissances étaient sur des plans horizontaux différens, il faudrait, en faisant la division du ceintre principal du berceau à construire, commencer cette division à partir de la hauteur de la naissance du vieux berceau. Si l'on construisait les deux berceaux en même temps, on commencerait la division des deux ceintres principaux à partir de la hauteur de la naissance la plus inférieure. Du reste, l'épure et les pierres se traceraient de la manière que nous venons d'expliquer.

DES PÉNÉTRATIONS DE TROIS BERCEAUX.

414. Trois berceaux peuvent se rencontrer de plusieurs manières : 1°. l'un d'eux peut rencontrer les deux autres, sans que ces derniers se rencontrent entre eux, et 2°. ils pourront se rencontrer tous les trois réciproquement, c'est-à-dire que, le premier pourra rencontrer les deux autres, le second les deux autres, et le troisième aussi les deux autres. Cela aurait lieu si les faces intérieures des murs qui les soutiennent se rencontraient de manière qu'en joignant, par des droites, les points de rencontre des traces horizontales de ces faces intérieures, on eût un triangle quelconque. Dans ce dernier cas, la rencontre des trois berceaux est presque toujours d'un effet si désagréable à la vue, que je ne crains pas de dire que c'est un cas impossible, car les productions de la coupe des pierres ne peuvent être bonnes, qu'autant qu'elles sont en harmonie avec les règles de la bonne architecture. Cependant il pourrait se faire qu'une pareille rencontre de berceaux se présentât dans la pratique; mais alors, au lieu de faire rencontrer ces berceaux naturellement, on pratiquerait des arcs-doubleaux dont les projections ho-

rizontales d'une arrête de chacun d'eux seraient les côtés du triangle dont il a été question ci-dessus, de sorte qu'entre ces trois arcs-doubleaux il resterait un espace triangulaire qu'on voûterait d'une manière quelconque, indépendante des ceintres des trois berceaux.

Dans le cas où un des trois berceaux rencontre les deux autres sans que ceux-ci se rencontrent entre eux, il ne peut y avoir d'autres difficultés que celles que nous avons expliquées au n°. 413; ainsi le lecteur pourra s'exercer en faisant toutes les combinaisons possibles dans ce dernier cas, sans que rien ne puisse l'arrêter, s'il a bien compris ce que nous avons dit sur la fig. 350.

S'il s'agissait de la pénétration réciproque de quatre ou d'un plus grand nombre de berceaux, il y aurait des combinaisons qui présenteraient des défectuosités qu'il faudrait éluder en faisant usage d'arcs-doubleaux pour interrompre le cours des berceaux, et faire, entre ces arcs-doubleaux, une voûte d'une nature particulière de la forme la plus agréable possible. Les combinaisons qui ne présenteraient aucune défectuosité, ne présenteraient non plus aucune difficulté, car il suffirait de répéter autant de fois qu'il en serait besoin, ce que nous avons dit au n°. 413. Ainsi, on doit regarder comme complètement développée la théorie des pénétrations réciproques des berceaux ordinaires.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU AVEC UNE VOUTE SPHÉRIQUE.

415. **Premier Exemple.** Supposons que les naissances de la voûte sphérique et du berceau soient sur le même plan horizontal; que les arcs de cercle AC, BD (fig. 354), fassent partie des traces horizontales des faces du mur cylindrique droit sur lequel la voûte sphérique est établie; que le point T soit la projection horizontale du centre de cette voûte; que la droite MT, passant par le centre T ou non, soit la projection horizontale de l'axe, et les droites AB, CD celles des génératrices de naissance du berceau; que la courbe quelconque Q'VR' soit la projection verticale du ceintre principal de ce berceau, et supposons qu'on ait obtenu les projections horizontale et verticale de la voûte sphérique, comme il a été dit au n°. 369.

Que la voûte sphérique soit construite d'avance, ou qu'on la construise en même temps que le berceau, en divisant le ceintre principal de ce dernier, on observera que l'arrête supérieure de la douelle de la première assise de la voûte sphérique soit plus élevée, par rapport au plan horizontal de naissance des deux voûtes, que l'arrête correspondante de la première assise du berceau, ainsi que nous l'avons recommandé pour les pénétrations des ber-

ceaux. Cela posé, on tracera l'épure actuellement en question, ainsi qu'il suit :

Pour trouver les projections horizontale et verticale de l'intersection de l'intrados du berceau avec celui de la voûte sphérique, on supposera une suite de plans horizontaux menés par les arrêtes des douëlles du berceau, qui rencontreront l'intrados de la voûte sphérique suivant des circonférences de cercle; on décrira les projections horizontales de ces circonférences de cercle, lesquelles rencontreront respectivement celles des arrêtes des douëlles correspondantes du berceau en des points qui appartiendront à la projection horizontale de l'intersection des deux intrados. Pour cela, on prolongera les lignes de terre Q'S, HS, jusqu'à leur rencontre en S; par le point S, on élevera respectivement à ces lignes de terre Q'S, HS, les perpendiculaires Sm^2, Sm'; par les points a, b, c, V, de division du demi-ceintre principal VbR' du berceau, on menera les droites aa', bb', cc', VV', parallèles à la ligne de terre Q'S, qui rencontreront la droite Sm^2 aux points a', b', c', V'; par le point S, comme centre, et avec les rayons Sa', Sb', Sc', SV', on décrira les arcs de cercle $a'a^2$, $b'b^2$, $c'c^2$, $V'V^2$; par les points a^2, b^2, c^2, V^2, où ces arcs de cercle rencontrent la droite Sm', on menera, à la ligne de terre SH, les parallèles a^2a^3, b^2b^3, c^2c^3, V^2V^3, qui rencontreront la projection verticale du ceintre principal de la voûte sphérique, aux points a^3, b^3, c^3, V^3; par ces derniers points, on abaissera, à la ligne de terre SH, les perpendiculaires a^3a^4, b^3b^4, c^3c^4, V^3V^4, qui rencontreront le rayon TE, du grand cercle de naissance (parallèle à la ligne de terre SH), aux points a^4, b^4, c^4, V^4; par le point T, comme centre, et avec les rayons Ta^4, Tb^4, Tc^4, on décrira les arcs de cercle a^7a^5, b^7b^5, c^7c^5, qui rencontreront les projections horizontales a^8a^7 et Pa^5, b^8b^7 et Ob^5, c^8c^7 et Nc^5, des arrêtes des douëlles du berceau, respectivement aux points a^7 et a^5, b^7 et b^5, c^7 et c^5, par lesquels et les points B, V^4 et D, on fera passer la courbe $Ba^7b^7c^7V^4c^5b^5a^5D$, qui sera la projection horizontale de l'intersection des deux intrados.

Pour avoir la projection verticale de la même intersection, on observera d'abord que, si la projection horizontale MT de l'axe du berceau passe par le centre T du grand cercle de naissance de la voûte sphérique, ce qui a lieu dans notre épure, les projections verticales des points, de l'intersection dont il s'agit, dont les projections horizontales sont alternativement les points a^7 et a^5, b^7 et b^5, c^7 et c^5, coïncideront deux à deux, et alors, pour avoir la projection verticale $D'D^2a^6b^6c^6V^3$ demandée, il suffira, par les points D, a^5, b^5, c^5 et V^4, d'élever, à la ligne de terre SH, les perpendiculaires

DD', a^5a^6, b^5b^6, c^5c^6, et V^4V^3, qui rencontreront les projections verticales C'D', P'a^6, O'b^6, N'c^6, M'V^3, des arrêtes des douëlles du berceau, respectivement aux points D', a^6, b^6, c^6, V^3, par lesquelles on fera passer la projection demandée D'$D^2a^6b^6c^6V^4$. Dans le cas où la projection horizontale MT de l'axe du berceau ne passerait pas par le centre T, la projection verticale demandée s'éleverait du point D', de la ligne de terre, jusqu'au point V^3 du ceintre de la voûte sphérique, et redescendrait du point V^3 jusqu'à la ligne de terre, par une courbe différente de la courbe D'$a^6b^6c^6V^3$. On obtiendrait cette seconde courbe, en élevant, par les points B, a^7, b^7, c^7, des perpendiculaires à la ligne de terre SH, qui iraient rencontrer les projections verticales C'D', P'a^6, O'b^6, N'c^6, en des points qui appartiendraient à cette courbe.

Les projections de l'intersection des intrados étant décrites, il faudra trouver celles des intersections des plans des coupes du berceau avec l'intrados de la voûte sphérique.

Pour cela, on reportera les hauteurs des arrêtes des douëlles de la voûte sphérique, sur les coupes du berceau, en menant, par les points d, g, l, de division du ceintre de la voûte sphérique, les droites dd', gg', ll', parallèles à la ligne de terre SH; en décrivant par le point S, comme centre, et avec les rayons Sd', Sg', Sl', les arcs de cercle d'd^2, g'g^2, l'l^2, qui rencontreront la droite Sm^2 aux points d^2, g^2, l^2, et en menant, par les points d^2, g^2, l^2, les droites d^2d^3, g^2g^3, l^2l^3, parallèles à la ligne de terre Q'S. Cela fait, par les points d^3, g^3, l^3, où ces dernières droites rencontreront les coupes af^3, bi^3, cm^3 du berceau, on abaissera, à la ligne de terre Q'S, les perpendiculaires d^3d^5, g^3g^4, l^3l^4, qui rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte sphérique, respectivement aux points d^5, g^4, l^4, qui seront les projections horizontales des points où les plans des coupes du berceau rencontrent les arrêtes des douëlles de la voûte sphérique. Ensuite, on prendra, sur les coupes du berceau, les points e^3, h^3, n^3, entre les extrémités a et d^3, b et g^3, c et l^3; par ces points e^3, h^3, n^3, on menera les droites e^3e^4, h^3h^5, n^3n^5, perpendiculaires, et les droites e^3e^2, h^3h^2, n^3n^2, parallèles, à la ligne de terre Q'S; par le point S, comme centre, et avec les rayons Se^2, Sh^2, Sn^2, on décrira les arcs de cercle e^2e', h^2h', n^2n'; par les points e', h', n', on menera, à la ligne de terre SH, les parallèles e'e, h'h, n'n, qui rencontreront le ceintre FG, de la voûte sphérique, aux points e, h, n; par ces derniers points, on abaissera, à la ligne de terre SH, les perpendiculaires ee^6, hh^4, nn^4, qui rencontreront le rayon ET du grand cercle de naissance de la voûte sphérique; par le centre T, de ce grand

cercle, et avec les rayons Te^6, Th^4, Tn^4, on décrira les arcs de cercle e^6e^4, h^4h^5, n^4n^5, qui rencontreront les droites e^3e^4, h^3h^5, n^3n^5, respectivement aux points e^4, h^5, n^5, qui appartiendront aux projections horizontales $a^5e^4d^5$, $b^5h^5g^4$, $c^5n^5l^4$, des intersections des plans des coupes du berceau avec l'intrados de la voûte sphérique. Pour avoir les projections verticales $a^6e^5d^6$, $b^6h^6g^5$, $c^6n^6l^6$, par les points d^5 et e^4, h^5 et g^4, n^5 et l^4, on élevera, à la ligne de terre SH, les perpendiculaires e^4e^5 et d^5d^6, h^5h^6 et g^4g^5, n^5n^6 et l^4l^6, qui rencontreront les projections verticales des droites menées au milieu des coupes du berceau, et des arrêtes des douëlles de la voûte sphérique, respectivement aux points e^5 et d^6, h^6 et g^5, n^6 et l^6, par lesquels et les points a^6, b^6, c^6, on fera passer les courbes $a^6e^5d^6$, $b^6h^6g^5$, $c^6n^6l^6$, qui seront les projections demandées.

Il ne nous reste plus, présentement, qu'à trouver les projections des intersections des plans des coupes du berceau avec les surfaces coniques des coupes de la voûte sphérique, lesquelles intersections sont des lignes courbes. Supposons qu'il s'agisse de l'intersection des coupes cm^3 et lm; par l'extrémité m, et par un point intermédiaire o, de la coupe, de la voûte sphérique, qui passe par la droite lm, on menera, à la ligne de terre SH, les parallèles mm', oo'; par le centre S, et avec les rayons Sm', So', on décrira les arcs de cercle $m'm^2$, $o'o^2$; par les points m^2, o^2, on menera, à la ligne de terre Q'S, les parallèles m^2m^3, o^2o^3, qui rencontreront la coupe cm^3 aux points m^3, o^3; par ces derniers points m^3, o^3, on abaissera, à la ligne de terre Q'S, les perpendiculaires m^3m^4, o^3o^4, indéfiniment; par les points m, o, on abaissera, à la ligne de terre SH, les perpendiculaires mm^5, oo^5, qui rencontreront le rayon TE, parallèle à la ligne de terre SH aux points m^5, o^5; par le centre T, et avec les rayons Tm^5, To^5 on décrira les arcs de cercle m^5m^4, o^5o^4, qui rencontreront les droites m^3m^4, o^3o^4, aux points m^4, o^4, par lesquels et le point l^4 on fera passer la courbe $l^4o^4m^4$, qui sera la projection horizontale de l'intersection dont il s'agit. On aura la projection verticale $l^6o^6m^6$, de la même intersection, en élevant, par les points o^4, m^4, les droites o^4o^6, m^4m^6, perpendiculaires à la ligne de terre SH, lesquelles rencontreront les droites oo', mm', prolongées, aux points o^6, m^6, par lesquels et le point l^6, on fera passer la courbe $l^6o^6m^6$, qui sera la projection demandée. On aurait les projections d^5f^4 et d^6f^5, g^4i^4 et g^5i^5, en opérant de la même manière. On opérerait encore de la même manière, si l'on voulait avoir la projection horizontale m^4d^5 de l'intersection du plan de coupe du berceau, qui passe par la droite cm^3, avec l'extrados de la voûte sphérique, et l'épure serait terminée.

D'après tout ce qui précède, je ne crois pas avoir besoin d'expliquer la manière de trouver le développement des panneaux des douëlles et des joints. Quant aux voussoirs, le meilleur procédé est de les faire par équarrissement, en se servant toujours des panneaux de projection horizontale, et des panneaux de tête, autant que possible, comme étant le meilleur moyen de tracer les douëlles et les coupes. Ici on ne pourra faire usage de ces derniers panneaux, que pour les joints qui viennent contre ceux des voussoirs de la voûte sphérique, si la face extérieure du mur est cylindrique. Dans ce dernier cas, je crois qu'en se rappelant ce que nous avons dit sur la manière de tracer les voussoirs des berceaux pratiqués dans les murs cylindriques, on ne rencontrera aucune difficulté.

416. Second Exemple. Supposons les mêmes choses que dans le premier exemple, avec cette seule différence que la naissance QR (fig. 354) du berceau soit plus haut que celle de la voûte sphérique. Dans ce cas, on opérera comme dans le premier, en ayant soin de regarder le ceintre principal du berceau, comme s'il descendait au niveau de la naissance de la voûte sphérique; de sorte que les douëlles des deux premières assises du berceau soient en partie planes, et en partie cylindriques, ainsi qu'on le voit dans l'épure (fig. 354).

417. Troisième Exemple. Si les deux naissances étaient sur le même plan horizontal; si le ceintre principal du berceau était une demi-circonférence de cercle, et si l'axe du berceau passait par le centre de l'intrados de la voûte sphérique, les projections $Ba^7b^7c^7V^4c^5a^5D$, $D'D^2a^6b^6c^6V^3$, de l'intersection des intrados, seraient deux lignes droites : la première passerait par les points B, D, et la seconde ne serait que le prolongement de la première. Cependant cette dernière projection ne serait une ligne droite que dans le cas où la ligne de terre SH serait parallèle à la projection horizontale de l'axe du berceau. Ainsi, dans ce cas, l'épure de la pénétration se simplifierait beaucoup, puisque l'on n'aurait qu'à déterminer les projections des intersections des plans des coupes du berceau avec l'intrados et les coupes de la voûte sphérique, ce qu'on ferait, comme nous l'avons expliqué dans le premier exemple. Il faut bien retenir que les projections de l'intersection des deux intrados ne sont des lignes droites, que parce que 1°. *les naissances sont sur un même plan horizontal; 2°. l'axe du berceau passe par le centre de la voûte sphérique; et 3°. le ceintre principal du berceau est une demi-circonférence de cercle.*

DES PÉNÉTRATIONS DE PLUSIEURS BERCEAUX, AVEC UNE VOUTE SPHÉRIQUE.

418. Quel que soit le nombre de berceaux qui rencontrent une voûte sphérique, il est clair que le lecteur ne pourra rencontrer aucune difficulté, puisqu'il n'aura qu'à appliquer autant de fois qu'il y aura de berceaux, ce que nous avons dit depuis le n°. 415, jusqu'au n°. 417; aussi je n'ajouterai rien à ce qui précède, si ce n'est que les courbes d'intersection des intrados de la voûte sphérique et du berceau ou desberceaux, produisent un mauvais effet, quand les naissances de ces derniers s'élèvent plus haut que celles de la voûte sphérique, ou quand leurs ceintres principaux sont surhaussés. Pour que ces pénétrations produisent un bon effet, il faut que les naissances soient toutes sur un même plan horizontal; que les ceintres principaux des berceaux soient des demi-circonférences de cercle; que les diamètres de ces ceintres soient tous égaux entre eux, et qu'ils soient plus petits que la moitié de celui de l'intrados de la voûte sphérique; que le nombre de berceaux soit pair, et que leurs axes passent tous par le centre de la voûte sphérique.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN OU DE PLUSIEURS BERCEAUX, AVEC UNE VOUTE SPHÉROÏDE.

419. D'après la nature des voûtes sphéroïdes, on sait que les intersections de tant de plans horizontaux qu'on voudra avec l'intrados de cette espèce de voûtes, seront des circonférences de cercle, d'où il suit que les épures des pénétrations des berceaux avec les voûtes sphéroïdes, se tracent absolument de la manière que nous avons expliquée au n°. 415: aussi n'ai-je rien à ajouter à ce qui précède, si ce n'est que, si les naissances sont sur un même plan horizontal, si les ceintres principaux des berceaux sont des courbes semblables à la génératrice d'intrados de la voûte sphéroïde, et si les axes des berceaux passent par le point où l'axe de rotation de l'intrados de la voûte sphéroïde rencontre le plan horizontal qui passe par les naissances, les projections horizontales des intersections des intrados de toutes ces voûtes seront des lignes droites, et les intersections elles-mêmes seront des courbes planes, dont les plans seront parallèles à l'axe de rotation dont nous venons de parler.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN OU DE PLUSIEURS BERCEAUX, AVEC UNE VOUTE ANNULAIRE.

420. Les épures de ces sortes de pénétrations se font tout-à-fait comme si les berceaux rencontraient une voûte sphérique, et cela, parceque si l'on

coupe une voûte annulaire par des plans horizontaux, les intersections de ces plans horizontaux avec l'intrados de la voûte sont des circonférences de cercle, tout comme dans le cas d'une voûte sphérique, ou d'une voûte sphéroïde.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN OU DE PLUSIEURS BERCEAUX, AVEC UNE VOUTE ANNULAIROÏDE.

Comme ces sortes de pénétrations ne se rencontrent presque jamais dans la pratique, nous nous dispenserons d'en traiter ici, pour nous occuper de choses plus utiles.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN OU DE PLUSIEURS BERCEAUX, AVEC UNE VOUTE ELLIPSOÏDE.

421. Les épures de cette espèce de pénétrations ne diffèrent de celle d'une voûte sphérique, qu'en ce que les intersections des plans horizontaux menés par les arrêtes des douëlles des berceaux, avec l'intrados des voûtes ellipsoïdes, sont des ellipses au lieu d'être des circonférences de cercle. Mais comme nous avons expliqué au n°. 388, avec tout le détail désirable, la manière d'obtenir les projections des intersections d'une suite quelconque de plans horizontaux avec l'intrados d'une voûte ellipsoïde, il s'ensuit qu'à cela près, l'explication que nous avons donnée au n°. 415 pour tracer l'épure des pénétrations des berceaux avec les voûtes sphériques, est applicable au cas où les berceaux pénètrent une voûte ellipsoïde.

On observera que les courbes d'intersection des intrados des berceaux, avec celui de la voûte ellipsoïde, produisent un mauvais effet, quand la génératrice qui passe par le milieu de la clef des berceaux s'élève, au-dessus du plan horizontal de naissance de la voûte ellipsoïde, à une hauteur plus grande que la moitié du demi axe vertical de l'ellipse génératrice de l'intrados de cette dernière voûte. Il importe aussi, pour que cette courbe d'intersection ne soit pas désagréable à la vue, que le ceintre principal du berceau soit, ou une demi-circonférence de cercle, ou une demi-ellipse. Enfin, il faut tâcher que les naissances soient sur un même plan horizontal et que les projections horizontales des axes des berceaux soient normales à l'ellipse de naissance de la voûte ellipsoïde.

DES PÉNÉTRATIONS DES BERCEAUX AVEC LES VOUTES DONT L'INTRADOS EST UNE SURFACE DE RÉVOLUTION, DONT L'AXE DE ROTATION EST SITUÉ HORIZONTALEMENT.

422. Pour tracer les épures de ces sortes de pénétrations, il faudra,

comme au n°. 415, supposer des plans horizontaux menés par les génératrices des berceaux, et se rappeler ce qui a été dit au n°. 391, relativement à la manière d'obtenir les projections horizontales des intersections de cette suite de plans horizontaux, avec l'intrados de la voûte dont il s'agira.

Le lecteur fera bien de s'exercer à faire les épures des pénétrations de berceaux avec les voûtes sphéroïdes, les voûtes annulaires, les voûtes ellipsoïdes, etc.

MANIÈRE DE RENDRE PLANES LES COURBES D'INTERSECTION DES INTRADOS DES BERCEAUX ET DES VOUTES A SURFACE DE RÉVOLUTION QUE LES BERCEAUX RENCONTRENT, SOIT QUE L'AXE DE ROTATION DES SURFACES DE RÉVOLUTION SOIT HORIZONTAL, SOIT QU'IL SOIT VERTICAL.

423. Comme il importe beaucoup que les courbes d'intersection des intrados des berceaux et des voûtes à surface de révolution qu'ils rencontrent soient de forme agréable; comme d'ailleurs les courbes planes sont toujours celles qui produisent le meilleur effet dans l'espace; si rien ne fixe la forme des ceintres principaux des berceaux, il sera toujours possible de déterminer ces ceintres de manière que les courbes d'intersection dont il s'agit soient des courbes planes.

En effet, il suffira, pour cela, de prendre pour directrice de l'intrados de chaque berceau, l'intersection, avec celui de la voûte à surface de révolution, d'un plan vertical élevé sur la droite BD (fig. 354) menée par les points B et D, où les traces horizontales AB, CD des faces des tableaux des jambages de chaque berceau, rencontrent la trace horizontale BED de la face intérieure du mur cylindrique sur lequel est établie la voûte à surface de révolution.

La détermination de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite BD sera toujours facile, quel que soit l'intrados de la voûte à surface de révolution. En effet, supposons 1°. que cet intrados soit sphérique : dans ce cas, la courbe dont il s'agit ne sera autre chose qu'une demi-circonférence de cercle dont le diamètre sera la droite BD; 2°. que l'intrados de la voûte soit sphéroïde; dans ce cas, l'intersection demandée sera une courbe semblable à la courbe génératrice de cet intrados; ainsi, par exemple, si cette génératrice est une ellipse, l'intersection dont il s'agit sera une demi-ellipse; si cette génératrice est une parabole, l'intersection demandée sera une parabole, etc. Dans le cas de la demi-ellipse, la droite BD sera un de ses axes : pour avoir l'autre axe, on prolongera la droite BD jusqu'à ce qu'elle rencontre en b^3 la projection verticale Fb^3G de la génératrice de la voûte,

en supposant la ligne de terre FH perpendiculaire à la droite BD : l'ordonnée $D'b^3$ sera la moitié de l'axe demandé. Dans le cas où il s'agirait d'une parabole, sur le milieu de la droite BD, on élèverait une perpendiculaire, que l'on ferait égale à $D'b^3$, et on décrirait la parabole par le moyen du n°. 71; 3°. si la voûte à surface de révolution était une ellipsoïde, il pourrait arriver trois cas : ou la droite BD serait perpendiculaire à l'axe de révolution, ou elle serait perpendiculaire à l'autre axe de l'ellipse génératrice, ou elle ne serait perpendiculaire à aucun de ces deux axes. Dans le premier cas, l'intersection demandée serait une demi-circonférence de cercle dont le diamètre serait la droite BD; dans le second cas, cette intersection serait une demi-ellipse semblable à l'ellipse génératrice, et les axes de cette demi-ellipse seraient, l'un la droite BD, elle-même, et l'autre, le double de $D'b^3$; dans le troisième cas, l'intersection demandée serait une ellipse quelconque, dont l'un des axes serait encore la droite BD. Quant au second axe, voici comment on l'obtiendrait :

Par le milieu de la droite BD, on menerait une perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe de rotation de l'ellipsoïde; sur cette perpendiculaire (terminée de part et d'autre à l'ellipse de naissance), comme diamètre, on décrirait une demi-circonférence de cercle; par le milieu de la droite BD, on menerait une perpendiculaire au diamètre de cette demi-circonférence de cercle, et la longueur de cette perpendiculaire, comprise entre la circonférence et le diamètre de ce demi-cercle, serait la moitié de l'axe demandé.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU ORDINAIRE, AVEC UN BERCEAU EN DESCENTE.

424. PREMIER EXEMPLE. Supposons 1°. que les droites AB, CD (fig. 355) soient les traces horizontales des faces du mur au travers duquel on veut pratiquer le berceau ordinaire; 2°. que ce même mur soit l'un de ceux sur lesquels le berceau en descente est établi, la trace AB étant la projection horizontale de la génératrice de naissance du côté de ce mur; 3°. que la droite IK soit la projection verticale de la même génératrice, dans un plan perpendiculaire à la projection horizontale N^4N^5 de l'axe du berceau ordinaire; 4°. que la courbe quelconque LNM soit le ceintre principal de ce dernier berceau; et 5°. que la courbe quelconque ART soit la demi-intersection, avec l'intrados du berceau en descente, d'un plan vertical élevé sur une droite AO perpendiculaire à la projection horizontale OO' de l'axe de ce dernier berceau. Supposons, de plus, que les projections horizontales N^5

N^4, OO′ des axes des deux berceaux soient perpendiculaires entre elles : la droite OA sera perpendiculaire à la ligne de terre L^2K^3, et la projection verticale de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite AO, avec l'intrados du berceau en descente, sera la droite OA elle-même, prolongée vers le point V′. Enfin, supposons qu'on ait mené la droite II′ perpendiculaire à la droite OV′, par le point I où cette dernière rencontre la projection verticale IK de la génératrice de naissance du berceau en descente. Cela posé, on opérera de la manière qui suit :

On commencera par déterminer les projections verticales $P'P^2$, $Q'Q^2$, $R'R^2$, et $Z'Z^2$, $Y'Y^2$, $V'V^2$, des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau en descente, ainsi que les projections horizontales $m'P^3$, $q'Q^3$, $x'R^3$, et AB, $r'Y^3$, $z'V^3$, des mêmes arrêtes. Puis, on divisera le ceintre principal LNM, en autant de parties égales qu'on le jugera nécessaire; par les points de division a, b, c, d, on menera les coupes af, bu, cc′, dd^2, comme à l'ordinaire, et on déterminera les projections verticales $kfd'K^6$, $g'g^2$, des assises correspondantes du mur, de sorte que, sur la face de ce mur, dont la droite CD est la trace horizontale, les têtes des voussoirs du berceau ordinaire auront les formes L^4Lafk, gfabg^{4}g′, bg^{4}g^{3}c, cg^{3}g^{2}d^{3}d′d et dd′K^6K^5M. Quant aux têtes, des mêmes voussoirs, qui se présentent sur l'intrados du berceau en descente, elles auront des formes plus ou moins compliquées, plus ou moins irrégulières, suivant les circonstances. Dans l'exemple actuel, le voussoir dont la largeur de la douëlle est l'arc La, ne portera qu'une petite partie eafg de la première douëlle du berceau en descente, de sorte que le lit de dessus de ce voussoir rencontrera cette douëlle horizontalement, suivant une courbe dont la projection verticale est la droite gf : tout le reste ehikL^{4}L, de la tête de ce même voussoir, sera plan. On remarquera que je fais monter cette tête suivant la droite gh, et que je la fais redescendre suivant la droite hi perpendiculaire à la projection verticale IK de la génératrice de naissance du berceau en descente. Le voussoir qui répond à l'arc ab, se raccorde avec deux assises de la descente, de sorte que sa tête a la forme afglmnqvb sur l'intrados de cette voûte, et le panneau de tête de ce voussoir sera la figure afgloprub, afin que ce voussoir porte les coupes des deux premières assises du berceau en descente. La clef du berceau ordinaire, se raccorde avec la troisième assise du berceau en descente, de manière que cette clef s'appuie à gauche sur la coupe supérieure de la seconde assise, et la coupe à droite est pliée au point c′, de sorte que la partie cc′ de cette coupe est normale au ceintre LNM, et l'autre partie $c'c^3$ est perpendiculaire à la direction des projections

verticales des arrêtes des douëlles de la descente; d'où il résulte que la forme de la tête de cette clef est la figure bvsxc'c, sur l'intrados de la descente, et son panneau de tête est la figure bvszc^{3}c'c. Le voussoir qui répond à l'arc cd, se raccorde aussi avec la troisième assise de la descente, en s'appuyant sur la coupe supérieure de la seconde assise, et la forme de la tête de ce voussoir, sur l'intrados du berceau en descente, est la figure cc'R^{2}d^{4}u^{2}d, et son panneau de tête la figure cc'c^{3}V^{2}d^{4}u^{4}d'd. Le voussoir qui répond à l'arc Md, se raccorde avec la seconde assise de la descente, et sa tête a la forme du^{2}Q^{2}n'M^{2}M, sur l'intrados de cette voûte, et son panneau de tête est la figure dd^{2}Y^{2}n'M^{2}M. Enfin, on voit que le pié-droit, sur lequel pose le voussoir précédent, fait partie de la première assise du berceau en descente, et que son panneau de tête a la forme MK^{4}K^{3}K^{2}KK'M'. Cherchons, maintenant, les projections horizontales de tous ces raccordemens, et commençons par celles de l'intersection des deux intrados.

D'abord on abaissera les projections horizontales a^{5}a^4, b^{5}b^4, c^{12}c^7, d^{16}d^8, des arrêtes des douëlles du berceau ordinaire, et ensuite, par les points a, b, N, c, d et M, on menera, à la projection verticale IK de la génératrice de naissance du berceau en descente, les parallèles aa', bb', NN', cc^4, dd^5, MM^3, qui rencontreront la droite IV' aux points a', b', N', c^4, d^5, M^3; par le point I, comme centre, et avec les rayons Ia', Ib', IN', Ic^4, Id^5, IM^3 on décrira les arcs de cercle a'a^2, b'b^2, N'N^2, c^{4}c^5, d^{5}d^6, M^{3}M^4, qui se termineront à la droite II'; par les points a^2, b^2, N^2, c^5, d^6, M^4, on menera, à la ligne de terre IA, les parallèles a^{2}a^3, b^{2}b^3, N^{2}N^3, c^{5}c^6, d^{6}d^7, M^{4}M^5, qui rencontreront la courbe ART, aux points a^3, b^3, N^3, c^6, d^7, M^5, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre AO, les perpendiculaires a^{3}a^4, b^{3}b^4, N^{3}N^4, c^{6}c^7, d^{7}d^8, M^{5}M^6, qui rencontreront respectivement les projections horizontales a^{5}a^4, b^{5}b^4, N^{5}N^4, c^{12}c^7, d^{16}d^8, HM^6, des arrêtes des douëlles du berceau ordinaire, aux points a^4, b^4, N^4, c^7, d^8, M^6, par lesquels on fera passer la courbe a^{4}b^{4}N^{4}c^{7}d^{8}M^6, qui sera la plus grande partie de la projection horizontale de l'intersection des deux intrados. Pour terminer cette projection, par le point e où la projection verticale IK de la génératrice de naissance du berceau en descente rencontre le ceintre principal LNM, de l'autre berceau, il faudra abaisser, à la ligne de terre L^{2}K^3, la perpendiculaire ee', qui rencontrera la projection horizontale AB de la même génératrice de naissance, au point e', par lequel et le point a^4, on fera passer la courbe a^{4}e', qui terminera la projection demandée.

Supposons, maintenant, qu'on veuille avoir la projection horizontale a^4

L^5 de l'intersection du plan de la coupe af, avec l'intrados de la descente; pour cela, par le point f, on menera, à la projection verticale IK de la génératrice de naissance de cet intrados, la parallèle ff', qui rencontrera la droite IV' au point f'; par le centre I, et avec le rayon If', on décrira l'arc de cercle $f'f^2$, qui rencontrera la droite II' au point f^2, par lequel on menera, à la droite IO, la parallèle f^2f^3, qui rencontrera la courbe AQT au point f^3; par ce point f^3, on abaissera, à la droite AO, la perpendiculaire f^3L^5, qui rencontrera la perpendiculaire fL^5, abaissée par le point f, à la ligne de terre L^2K^3, au point L^5, qui sera un point de la projection demandée; mais le point a^4 est un autre point de la même projection, ainsi la courbe qui passera par ces deux points a^4, L^5, sera cette projection elle-même. Si l'on voulait avoir un point intermédiaire de cette projection, on prendrait un point sur la coupe af entre les points a, f, sur lequel on opérerait comme nous venons de l'expliquer sur le point f.

Pour avoir l'intersection du plan horizontal mené par la droite fg, avec l'intrados de la descente, par le point g, on abaissera, à la ligne de terre L^2K^3, la perpendiculaire gg^5 qui rencontrera la droite AB au point g^5, par lequel et le point L^5, on menera une courbe L^5g^5, qui sera la projection demandée. Pour avoir des points intermédiaires de cette courbe, on prendra des points sur la droite fg, sur lesquels on opérera comme nous l'avons expliqué pour le point f.

On opérera de la même manière pour avoir les projections horizontales b^4v', c^7c^{10}, d^8u^3, des intersections des plans des coupes bv, cc', du^2, avec le même intrados.

Les lignes de construction indiquent assez la manière d'opérer pour avoir les projections horizontales $l'm'o'$, $p^8n^3q'r'$, $t's'x'z'y'$, $c^{10}c^8c^9$, $d^{14}d^{15}R^3V^3X^3$, $p^2n^2Q^3Y^3$ et K^7P^3B, des joints lo, nr, sz, $c'c^3$, d^4V^2, $n'Y^2$, et KZ^2, ainsi que celle $M^6M^7Z^4$, de l'intersection du plan horizontal mené par la droite MK^4 avec la douëlle et la coupe de la première assise de la descente.

Pour tracer et tailler les pierres, on commencera par les équarrir chacune à son panneau de tête, lequel panneau de tête aura la forme que nous avons indiquée ci-dessus, pour chaque voussoir; ensuite, sur la tête qui doit faire partie de la face du mur dont la trace horizontale est la droite CD, on appliquera, pour chaque voussoir en particulier, le panneau de tête qui lui appartient, pris sur l'appareil qu'a le berceau ordinaire sur la face du mur dont nous venons de parler, et on fera toutes les faces de la pierre que ce nouveau panneau de tête indiquera, en ayant soin de les prolonger, dans l'épaisseur du mur, pour les voussoirs qui se rac-

cordent avec la première assise de la descente, que jusqu'à la profondeur indiquée par la droite C'D'; pour ceux qui se raccordent avec la seconde assise, que jusqu'à la profondeur indiquée par la droite C^2D^2, et pour ceux qui se raccordent avec la troisième assise, que jusqu'à la profondeur indiquée par la droite AB.

Cela fait, on décrira la section droite du berceau en descente, comme il a été expliqué dans les différens cas du chapitre VIII, et au moyen de panneaux de tête levés dans cette section droite, on tracera sur les joints lo, pr, sz, etc. des pierres, la douëlle et les coupes de chacune de ces pierres, qui font partie du berceau en descente, et on tracera le reste des douëlles par tête de ces voussoirs, au moyen des panneaux des douëlles et des coupes du berceau ordinaire, panneaux qu'on trouvera, comme nous l'avons expliqué plusieurs fois, dans d'autres circonstances.

Observation. Nous avons supposé le berceau en descente dans le cas le plus simple, mais on pourrait, sans rien changer à ce que nous venons de dire, supposer un quelconque des berceaux en descente que nous avons donnés dans le chapitre VIII, seulement on obtiendrait la projection verticale de ce berceau en descente, sur le plan dont la ligne de terre est la droite L^2K^3, en se conduisant comme nous l'avons expliqué dans le chapitre cité, suivant l'espèce de descente dont il s'agirait.

425. Second Exemple. S'il était possible (fig. 355) de faire rampant le ceintre principal LNM du berceau ordinaire, de manière que la droite LM, qui passe par les naissances, coïncidât avec la projection verticale IK de la génératrice de naissance du berceau en descente, l'appareil sur l'intrados de ce dernier berceau serait plus régulier et plus simple, et l'épure offrirait moins de difficulté que celle de l'exemple précédent. Je laisse au lecteur le plaisir de faire, de lui-même, l'épure de ce second exemple.

CHAPITRE XXI.

Suite des Pénétrations réciproques des Voûtes.

SECONDE CLASSE.

426. La seconde classe des pénétrations sera divisée,

1°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec un berceau ordinaire;

2°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte sphérique;

3°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte sphéroïde;

4°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte annulaire;

5°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte ellipsoïde;

6°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte quelconque, dont l'intrados est une surface de révolution, l'axe de rotation étant situé horizontalement dans l'espace;

Et 7°. en pénétrations de deux berceaux en descente.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU EN DESCENTE, AVEC UN BERCEAU ORDINAIRE.

427. Supposons, 1°. que ADB (fig. 356) soit la projection verticale, dans un plan perpendiculaire à la projection horizontale C'C³ de l'axe de l'intrados du berceau en descente, de l'intersection, avec cet intrados, d'un plan vertical élevé sur la droite IN; 2°. que les droites EF, GH soient les projections horizontales des génératrices de naissance du même intrados; 3°. que la droite MQ (supposée parallèle à la droite IN) soit la trace horizontale de la face intérieure de l'un des deux murs sur lesquels est établi le berceau ordinaire; 4°. que la courbe quelconque SXZ soit le ceintre principal de ce berceau, et 5°. que la projection verticale S'S des génératrices de naissance de la descente, passe par celle S de la génératrice de naissance du berceau ordinaire, dont la projection horizontale est la droite MQ, c'est-à-dire, que nous supposons que le plan qui passe par les génératrices de naissance du berceau en descente, rencontre le berceau ordinaire suivant la génératrice de naissance de ce dernier berceau. Supposons, de plus, que les deux berceaux soient extradossés cylindriquement, et que les droites IK, NO soient les traces horizontales des faces extérieures des murs sur lesquels

la descente est établie, et que la droite LP soit celle de la face extérieure du mur dont la droite MQ est celle de la face intérieure.

Cela posé, on obtiendra les projections verticales a^4a^5, b^4b^5, C^7C^8, des arrêtes des douëlles de la descente, comme nous l'avons expliqué au chapitre VIII, dans les cas des n°s. 321 et 324, lesquelles projections rencontreront le ceintre principal SXZ du berceau ordinaire, aux points a^5, b^5, C^8, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre RT, les perpendiculaires a^5d^2, b^5c^2, C^8C^2, qui rencontreront les projections horizontales $a'a^2$ et $d'd^2$, $b'b^2$ et $c'c^2$, $C'C^2$, des arrêtes des mêmes douëlles, respectivement aux points a^2 et d^2, b^2 et c^2, et C^2, par lesquels et les points F et H on fera passer la courbe $Fa^2b^2C^2c^2d^2H$, qui sera la projection horizontale de l'intersection des intrados des deux berceaux.

On observera, avec le plus grand soin, que la courbe ADB soit divisée en un nombre de parties tel, que les projections verticales a^4a^5, b^4b^5, des arrêtes des douëlles de la descente, rencontrent le ceintre principal SXZ, du berceau ordinaire, en des points a^5, b^5, qui soient au-dessous des points correspondans U, V, qui sont les projections verticales des arrêtes des douëlles du berceau ordinaire, par la même raison que nous avons donnée au n°. 413, au sujet des pénétrations des berceaux ordinaires. Voici, maintenant, de quelle manière on fera raccorder les assises correspondantes des deux berceaux :

1°. Pour le raccordement des deux premières assises, par le point U, qui est la projection verticale de l'arrête supérieure de la première assise du berceau ordinaire, on menera la droite UU^3, parallèle à la droite SS'; on prendra la hauteur $S'U^3$, qu'on portera de U^6 en U^5; par le point U^5, on menera la droite U^5U^9, parallèle à la ligne de terre AB, qui rencontrera la coupe ae au point U^9; par ce point U^9, on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire U^9U^{10}, qui rencontrera la projection horizontale UU^{10}, de l'arrête supérieure de la première assise du berceau ordinaire, au point U^{10}, qui sera la projection horizontale du point où cette arrête perce le plan de la coupe supérieure de la première assise de la descente. On joindra ce point U^{10} et le point a^2 par la courbe $U^{10}a^2$, dont on aura autant de points intermédiaires qu'on voudra, en prenant des points sur le ceintre SXZ, entre les points U et a^5, et en opérant sur ces points, comme nous venons de l'expliquer sur le point U, et cette courbe $U^{10}a^2$ sera la projection horizontale de l'intersection du plan de coupe dont nous venons de parler, avec l'intrados du berceau ordinaire. Actuellement, il faut chercher la projection horizontale $U^{10}k^2$ de l'intersection du même plan de coupe avec le correspon-

dant du berceau ordinaire. Pour cela, soit KSUU′U^2 le panneau de tête de la première assise du berceau ordinaire ; par le point U′ on menera la droite U′U^4 parallèle à la droite SS′; on prendra la hauteur S′U^4 pour la porter de U^6 en U^7; par le point U^7, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle Uk^8, qui rencontrera la coupe ae au point k^8; par ce point k^8, on menera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire k^8k^2, qui rencontrera la projection horizontale $U^{12}k^2$ de l'arrête supérieure de la coupe UU′ au point k^2, par lequel et le point U^{10}, on menera la droite $U^{10}k^2$, qui sera la projection demandée. Le plan incliné qui passe par la droite U^7U^8, peut rencontrer, ou le plan horizontal dont la droite U^2U′ est la projection verticale, ou le plan de la coupe dont la projection verticale est la droite UU′, ou bien il passera par dessus : dans ce dernier cas, il faudrait baisser ce plan incliné, ou l'arrêter contre la face, du mur du berceau ordinaire, dont la trace horizontale est la droite LP, et dans les deux autres cas, on trouvera la projection horizontale de l'intersection de ce plan incliné avec le plan horizontal U^2U′, ou avec la coupe U′U, de la manière suivant :

On prendra la hauteur U^6U^7, qu'on portera de S′ en U^4; par le point U^4, on menera la droite U^4U′ parallèlement à la droite SS′, qui rencontrera l'horizontale U^2U′, ou la coupe U′U (ici elle passe par l'extrémité U′ de la coupe UU′); par le point U′, où la droite U^4U′ rencontrera l'une ou l'autre des deux droites U^2U′, UU′, on abaissera, à la ligne de terre RT, la perpendiculaire U′k^2; on prolongera l'horizontale U^7U^8 jusqu'à sa rencontre au point k^8 avec la coupe ae; par ce point k^8, on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire k^8k^2, qui rencontrera la droite U′k^2 au point k^2 ; la partie $U^{12}k^2$, de la droite U′k^2, sera la projection demandée, et la partie k^2k^3, de la droite k^8k^2, comprise entre le point k^2 et la droite LP, sera la projection horizontale de l'intersection du plan incliné, qui passe par la droite U^7U^8, avec la coupe ae.

Comme l'arrête d'extrémité de la coupe ae passerait par dessus l'arrête de douëlle représentée par le point U, la projection horizontale e′e^6, de cette extrémité de coupe, s'arrêtera au point e^6, sur la droite LP, ainsi que la projection horizontale U^8U^{13} de l'intersection de l'extrados de la descente avec le plan incliné de la droite U^8U^7, de sorte que la projection horizontale de la forme de la coupe supérieure de la première assise de la descente, sera la figure a′$a^2U^{10}k^2k^3e^6$e′, et le parallélogramme e′$e^6U^{13}U^{14}$, sera celle de la partie d'extrados représentée par l'arc U^8e.

2°. Pour le raccordement des deux secondes assises, par le point V, on menera la droite VV^3, parallèle à la droite SS′; on prendra la hauteur S′V^3,

que l'on portera de U^6 en V^9 ; par le point V^9, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle $V^9 V^7$, qui rencontrera la coupe bV^8 au point V^7; par ce point V^7 on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire V^7m^2 qui rencontrera la projection horizontale Vm^2, de l'arrête supérieure de la seconde assise du berceau ordinaire, au point m^2, qui sera la projection horizontale du point où l'arrête dont nous venons de parler perce le plan de la coupe bV^8; on joindra les points m^2, b^2 par une courbe dont on aura autant de points intermédiaires qu'on voudra, en prenant des points, sur le ceintre SXZ, entre les points V et b^5, et en opérant sur ces points comme nous venons de l'expliquer sur le point V. Ensuite, on cherchera la projection horizontale m^2m', de l'intersection des deux plans de coupe correspondans, et pour cela, par le point V', on menera la droite $V'V^2$ parallèle à la droite SS'; on prendra la hauteur $S'V^2$ que l'on portera de U^6 en V^{11}; par le point V^{11}, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle $V^{11} V^8$, qui rencontrera la coupe bV^8 au point V^8, par lequel on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire V^8m', qui rencontrera au point m', la projection horizontale V'm' de l'arrête supérieure de la coupe VV', par lequel point m' et le point m^2 on menera la droite $m^2 m'$, qui sera la projection demandée.

Le même plan de coupe, de la descente, rencontre en outre une partie de l'extrados cylindrique du berceau ordinaire, et la partie plane et horizontale V^5n^4, du même intrados. Pour avoir la projection horizontale $m'm^3m$ de l'intersection de ce plan de coupe avec la partie cylindrique de l'extrados, par les points V^4, V^5, on menera, à la droite SS', les parallèles V^4V^3, $V^5 V^{13}$; on prendra les hauteurs $S'V^3$, $S'V^{13}$, pour les porter de U^6 en V^9 et de U^6 en V^{12}; par les points V^9, V^{12}, on menera les droites V^9V^7, $V^{12}V^{10}$, qui rencontreront la coupe bV^8, aux points V^7, V^{10}; par ces derniers points, on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires V^7m^3, $V^{10}m$; par les points V^4, V^5, on abaissera, à la ligne de terre RT, les perpendiculaires V^4m^3, V^5m, qui rencontreront les droites V^7m^3, $V^{10}m$, aux points m^3, m, par lesquels et le point m' on fera passer la courbe $m'm^3m$, qui sera la projection demandée. Pour avoir la projection horizontale mf^3 de l'intersection de la même coupe de la descente avec la partie plane et horizontale V^5f^5, par le point f, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle ff'; on prendra la hauteur U^6f' pour la porter de S' en f^4; par le point f^4, on menera la droite f^4f^5 parallèle à la droite S'S, qui rencontrera la droite f^5V^5 au point f^5; par ce point f^5, on abaissera, à la ligne de terre RT, la perpendiculaire f^5f^3; par le point f on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire ff^3, qui rencontrera la droite f^5f^3

au point f^3, par lequel et le point m, on menera la droite mf^3 qui sera la projection demandée.

Si l'on veut avoir la projection horizontale $p'C^6n'$ de l'intersection de l'extrados cylindrique, de la descente, avec le plan horizontal qui passe par la droite f^5V^5, par le point n^4, on menera, à la droite SS', la parallèle n^4n^3; on prendra la hauteur $S'n^3$, qu'on portera de U^6 en n^2; par le point n^2, on menera la droite n^2p, parallèle à la ligne de terre AB, qui rencontrera la courbe $U^8D'B'$ aux points n et p; par ces points n, p, on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires nn', pp', qui rencontreront la droite LP aux points n', p', qui appartiendront à la projection demandée. Ensuite, on observera que les points f et o des coupes lV^8, co, étant sur l'extrados de la descente, les points f^3, o' appartiennent à la même projection. Enfin, on prendra la hauteur CD' qu'on portera de S' en C^7; par le point C^7 on menera une parallèle C^7C^9 à la droite S'S, qui rencontrera la droite n^4V^5 au point C^9; par ce dernier point, on abaissera, à la ligne de terre RT, la perpendiculaire C^9C^6, qui rencontrera la droite $C'C^6$ au point C^6, par lequel et les points n', f^3, o', p', on fera passer la courbe $n'f^3C^6o'p'$, qui sera la projection demandée.

Maintenant, on cherchera une seconde projection verticale de la descente, dans un plan dont la ligne de terre H^3F^3 soit parallèle à la projection horizontale $C'C^3$ de l'axe de cette voûte, ce qu'on fera comme nous l'avons expliqué au n°. 324, ainsi qu'on le voit par les lignes de construction. Ensuite, on décrira la section droite F^2C^4H', de la descente, et on fera le développement des panneaux des douëlles et des joints, comme il a été dit dans le même numéro.

A cause du raccordement de l'appareil des deux berceaux, pour tracer les pierres qui participent de ces deux voûtes, on se servira de la méthode par équarrissement, et conséquemment on abandonnera les panneaux des douëlles et des coupes, mais il faudra les remplacer par d'autres panneaux, qui tiendront lieu de panneaux de projection horizontale; car si l'on voulait se servir de ces derniers, il y aurait un trop grand déchet de pierre, et beaucoup de main-d'œuvre de perdue. Les panneaux qui doivent jouer le rôle des panneaux de projection horizontale, seront pour être appliqués sur des plans inclinés suivant la descente, de la même manière qu'on applique les panneaux de projection horizontale sur les lits de niveau des pierres des berceaux ordinaires. Voici comment on obtiendra ces panneaux:

On prendra un point d^3 sur la projection horizontale MQ de la génératrice de naissance du berceau ordinaire, de manière que la distance Fd^3

soit d'une grandeur arbitraire ; par le point d^3, on menera, à la ligne de terre H^3F^3, la perpendiculaire d^3d^4 ; par le pied d^4, de cette perpendiculaire, on menera la droite d^4d^5 parallèle à la droite F^3E' ; par le point d^3, on menera la droite d^3d^6 parallèle à C^3C', laquelle rencontrera la ligne de naissance $H'F^2$, de la section droite de la descente, au point d^6. Cela fait, on menera une droite AB quelconque (fig. 357) ; sur cette droite AB on fera la distance AC égale à la distance F^2d^6 (fig. 356) ; par les points A et C (fig. 357), on menera, à la droite AB, les perpendiculaires AF, CE, qu'on fera respectivement égales à d^5d^4, F^4F^3 (fig. 356) ; par les points E et F (fig. 357), on menera la droite EF ; on menera, à la droite EF prolongée, la perpendiculaire GH, à la distance, du point E, qu'on jugera convenable ; puis, on fera GH égal à gS (fig. 356), et par le point H (fig. 357), on menera la droite HI parallèle à GE ; sur la droite AB, on fera CD égal à F^2c^3 (fig. 356), et par le point D (fig. 357) on menera la droite DI perpendiculaire à AB ; on menera la droite UX parallèle à AB, à une distance IU quelconque du point I, et la figure GEXUIH sera le panneau du lit de pose de la première assise de la descente. Ce panneau n'est pas nécessaire pour tracer les pierres, mais il va nous servir à trouver les autres d'une manière très-simple. En effet, pour avoir celui du lit de dessus de la même assise, on menera la perpendiculaire KL à la droite GE ; on fera KL égal à g'U (fig. 356) ; par le point L (fig. 357), on menera la droite LM parallèle à GE ; on fera DN égal à c^3c^4 (fig. 356) ; par le point N (fig. 357) on menera la droite NM perpendiculaire à la droite AB ; on menera la droite SR parallèle à AB, et à une distance IS plus grande que IU par rapport au point I, et la figure LMRSIK sera le panneau demandé. Pour avoir celui du lit de dessus de la seconde assise, on menera la droite OP perpendiculaire à GE, à une distance du point I plus petite que IK ; on fera OP égal à g^2V (fig. 356), et par le point P (fig. 357), on menera la droite PQ parallèle à GE ; sur la droite AB, on fera les distances DB, DT respectivement égales à c^3c^5, c^3c^6 (fig. 356), et par les points B et T (fig. 357) on menera les perpendiculaires BQ, TV à la droite AB, et la figure PQBTVO sera le panneau demandé. On trouverait ceux des assises de l'autre côté de la descente de la même manière.

Pour tracer et tailler les pierres, on les choisira d'abord de la longueur qu'on jugera convenable, d'une largeur donnée par les panneaux que nous venons d'expliquer, et d'une épaisseur, entre les lits, égale 1°. pour la première assise, à hi (fig. 356) ; 2°. pour la seconde assise, à lk, et 3°. pour la clef, à qk. Ensuite, on fera le parement qui doit contenir l'arrête de la

douëlle de la descente ; sur ce parement, on menera deux droites parallèles et à une distance égale à hi, pour la première assise ; à lk pour la seconde, et ainsi des autres, excepté pour la clef. Cela fait, suivant les droites dont nous venons de parler, on fera les deux lits de la pierre (ou seulement le lit de pose), de manière que ces lits fassent, avec le parement, 1°. celui de pose, et pour le côté EF, un angle aigu égal à celui que forme la droite $H'F^2$ de naissance de la section droite de la descente, avec la projection horizontale $C'C^3$ de l'axe de cette même voûte ; et pour le lit de dessus, l'angle obtus que forment les mêmes droites, et cela, pour toutes les assises. Pour les pierres du côté GH, ce serait l'inverse : le lit de pose ferait, avec le parement, l'angle obtus, et le lit de dessus l'angle aigu. Ayant terminé les deux lits de la pierre qu'on veut faire, sur le parement, dont nous avons parlé, on menera une droite qui fera, avec l'arrête du lit de pose, un angle aigu égal à celui que fait la droite $G'H^2$ avec la droite $C'c^{10}$. On menera cette droite du côté de la tête, de la pierre, qui doit contenir la douëlle qui fait partie du berceau ordinaire. Puis, on appliquera sur les lits de la pierre, celui des panneaux de la fig. 357 qui convient à l'assise qu'on voudra faire, en ayant soin que le sommet M ou Q, du panneau, se raccorde avec la droite menée sur le parement de la pierre, et dont nous venons de parler ; et que le bord MN ou QB, du même panneau, coïncide avec l'arrête d'intersection du lit avec le parement. Ayant ainsi tracé la forme des deux lits, on fera toutes les faces latérales de la pierre, excepté le joint par tête qui est dans la descente, qui doit être d'équerre à la fois au lit et au parement. Cela fait, au moyen du panneau de tête, de l'assise en question, pris dans la section droite de la descente, on tracera le joint qui est dans cette voûte, et au moyen du panneau de tête pris dans le ceintre principal du berceau ordinaire, on tracera le joint qui est dans cette dernière voûte, et le voussoir sera tracé. En le taillant, on observera bien les intersections des surfaces qui se rencontrent, ainsi que nous l'avons expliqué dans l'épure.

Dans cet exemple de pénétration, nous avons supposé que la rencontre des berceaux avait lieu au bas de la descente ; si le contraire avait lieu, on conçoit qu'il n'y aurait de différence que dans la forme de la voûte et de ses voussoirs.

Nous avons supposé aussi que le plan incliné qui passe par les génératrices de naissance de la descente, passait aussi par la génératrice de naissance du berceau ordinaire ; si cela n'avait pas lieu, on opérerait encore comme nous l'avons expliqué ci-dessus.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU EN DESCENTE, AVEC UNE VOUTE SPHÉRIQUE.

428. Premier Exemple. Supposons 1°. que les arcs de cercle GG′, KK′ (fig. 358) soient des portions des traces horizontales des faces du mur cylindrique sur lequel est établie la voûte sphérique ; 2°. que les droites FE, IH soient celles des faces de l'un des murs droits du berceau en descente ; 3°. que la droite PD, qui est la projection horizontale de l'axe de ce berceau, passe par le centre P de la voûte sphérique et en même temps des arcs de cercle GG′, KK′; 4°. que les droites DZ, CY, indéfinies, soient perpendiculaires à la droite PD ; 5°. que la figure ABONML soit la projection verticale de la moitié de l'intersection, avec la descente, d'un plan vertical élevé sur la droite DH ; 6°. que la droite QR, parallèle à la droite PD, soit la projection verticale du plan de naissance de la voûte sphérique ; et 7°. que l'arc de cercle RS soit une portion du ceintre de cette dernière voûte. Cela posé, pour avoir les projections de l'intersection des intrados des deux voûtes, on opérera de la manière suivante :

Par le sommet F, on élevera, à la ligne de terre QR, la perpendiculaire FF′; par le pied F′, de cette perpendiculaire, on menera la droite F′U, suivant le rampant de la descente, et cette droite F′U sera la projection verticale de l'axe et des génératrices de naissance de ce berceau. Enfin, par le point U, on menera, à la droite DZ, la perpendiculaire indéfinie UX. Cela fait, on déterminera les projections horizontales $a'a^4$, $b'b^4$, etc., et les projections verticales a^6a^5, b^6b^5, B^3B^2, des arrêtes des douëlles de la descente ; par les points a^2, b^2, où les droites $a'a^2$ $b'b^2$ rencontrent la projection horizontale GG′ du cercle de naissance de la voûte sphérique, on élevera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires a^2a^3, b^2b^3; par le centre Q du ceintre de la voûte sphérique, et avec les rayons Qa^3, Qb^3, on décrira les arcs de cercle a^3a^5, b^3b^5, qui seront les projections verticales des intersections, avec l'intrados de la voûte sphérique, d'une suite de plans verticaux menés par les arrêtes des douëlles de la descente : les projections verticales a^6a^5, b^6b^5, des mêmes arrêtes, rencontreront respectivement les arcs a^3a^5, b^3b^5, aux points a^5, b^5, et la projection verticale B^3B^2, du milieu de la clef de la descente, rencontrera le ceintre RS de la voûte sphérique au point B^2, et la courbe $F'a^5b^5B^2$, qui passera par les points F′, a^5, b^5, B^2, sera la projection verticale de l'intersection des deux intrados. Pour avoir la projection horizontale de cette intersection, il suffira d'abaisser par les points a^5, b^5, B^2, les perpendiculaires a^5a^4, b^5b^4, B^2B', à la ligne de terre QR, lesquelles rencontreront respectivement les projections horizontales $a'a^4$, $b'b^4$, DB′,

des arrêtes des douëlles, et de l'axe de la descente, aux points a^4, b^4, B′, par lesquels et le point F, on fera passer la courbe Fa^4b^4B', qui sera la moitié de la projection demandée.

Si la courbe AaB était un quart de cercle, les projections FB′, $F'B^2$ de l'intersection des deux intrados serait une même ligne droite perpendiculaire à la ligne de terre QR, menée par le point F, parce que la courbe d'intersection dont il s'agit, serait une demi-circonférence de cercle située dans un plan vertical.

Pour avoir les projections des intersections des plans des coupes de la descente avec l'intrados de la voûte sphérique, on opérera comme il suit :

Supposons qu'il s'agisse du plan de la coupe ak; on prendra, arbitrairement, sur la droite ak, autant de points h, k, etc. qu'on voudra, par lesquels on menera les droites hh′, kk′, perpendiculaires, et les droites hh^2, kk^2, parallèles à la ligne de terre CV; par le point V, comme centre, et avec les rayons Vh^2, Vk^2, on décrira les arcs de cercle h^2h^3, k^2k^3; on menera les droites h^3h^4, k^3b^6, parallèlement à la droite UX; par les points h^4, b^6, on menera les droites h^4h^5, b^6k^5, parallèlement à la droite F′U; par les points F, k′, où les droites hh′, kk′ rencontrent la projection horizontale GG′ du grand cercle de naissance de la voûte sphérique, on élevera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires FF′, $k'k^6$; par le centre Q du ceintre RS, et avec les rayons QF′, Qk^6, on décrira les arcs de cercle $F'h^5$, k^6k^5, qui rencontreront les droites h^4h^5, b^6k^5, aux points h^5, k^5, par lesquels et le point a^5, on menera la courbe $a^5h^5k^5$, qui sera la projection verticale indéfinie de l'intersection dont il s'agit. Si cette courbe ne rencontrait pas la projection verticale n′n de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise de la voûte sphérique, on prendrait sur la droite ak, un nouveau point au-dessus du point k, sur lequel on opérerait comme nous venons de l'expliquer sur les points h et k; si celui-là ne suffit pas, on en prendra un autre encore plus élevé, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la courbe $a^5h^5k^5$ soit assez prolongée pour qu'elle rencontre la droite n′n en un point m^5, qui sera la projection verticale du point où le plan de coupe en question rencontre l'arrête dont la droite n′n est la projection verticale. Ainsi, en abaissant, par ce point m^5, une perpendiculaire m^5m' à la ligne de terre QR, cette perpendiculaire rencontrera la projection horizontale n^2n^3 de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise de la voûte sphérique, en un point m′, qui sera un des points de la projection horizontale $a^4h'm'$ de l'intersection qui nous occupe. On aura un point intermédiaire h′ de cette projection, en abaissant, par le point h^5, la perpendiculaire h^5h', à la ligne de terre QR, qui ren-

contrera la droite Eh′ au point h′. Si l'on a bien opéré, en menant, par le point m^5, une parallèle $m^5 m^4$, à la droite F′U; par le point m^4, une parallèle $m^4 m^3$, à la droite UX; par le point V, comme centre, l'arc de cercle $m^3 m^2$, et par le point m^2, une parallèle $m^2 m$ à la ligne de terre VC, cette dernière droite rencontrera la coupe ak au point m, où la droite m′m, menée par le point m′, perpendiculaire à la ligne de terre VC, rencontre cette coupe ak.

Maintenant, si l'on veut avoir les projections de l'intersection du même plan de coupe avec la surface conique de la coupe correspondante de la voûte sphérique, on supposera une suite de plans horizontaux qui rencontreront cette surface conique suivant des cercles, dont on déterminera les projections verticales oo′, pp′, et les projections horizontales $o^2 o^3$, G′G; ensuite, on supposera une suite de plans verticaux qui rencontreront le plan de la coupe ak suivant les droites dont les projections horizontales seront les droites Eh′, $i^8 i^7$, et dont les projections verticales seront les droites $h^4 h^5$, $i^4 r'$, et ces mêmes plans rencontreront la surface conique de la coupe de la voûte sphérique suivant des courbes dont on aura les projections verticales de la manière qui suit :

Supposons qu'il s'agisse de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite $i^8 i^7$: par les points i^5, i^6, i^7, où cette droite $i^8 i^7$ rencontre les projections horizontales $o^2 o^3$, G′G, $n^2 n^3$, des intersections, avec la coupe de la voûte sphérique, des plans horizontaux menés par les droites oo′, pp′, nn′, on élevera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires $i^5 r^2$, $i^6 r'$, $i^7 r$, qui rencontreront respectivement les droites oo′, pp′, nn′, aux points r^2, r′, r, par lesquels on fera passer une courbe $rr'r^2$, qui sera la projection demandée : la droite $i^4 r'$, qui est la projection verticale de l'intersection du même plan vertical, avec le plan de la coupe ak, rencontrera la courbe $rr'r^2$ en un point r′, qui appartiendra à la projection verticale de l'intersection de ce plan de coupe avec la surface conique de la coupe de la voûte sphérique. On opérera de la même manière pour autant de plans verticaux semblables qu'on voudra, ce qui donnera une suite de points par lesquels et le point m^5, on fera passer une courbe $m^5 r' E^2$, qui sera la projection demandée. Par les différens points r′, E^2, de cette projection, on abaissera des perpendiculaires r′i′, $E^2 E'$, à la ligne de terre QR, qui rencontreront respectivement les droites correspondantes $i^8 i^7$, Eh′, aux points i′, E′, par lesquels et le point m′ on fera passer la courbe m′i′E′ qui sera la projection horizontale de l'intersection des premières coupes des deux voûtes. On opérerait de la même manière pour avoir les projections des intersections des autres coupes correspon-

dantes des deux voûtes. Enfin, les lignes de construction indiquent assez ce qui reste à faire pour terminer l'épure.

Pour tracer les voussoirs, on se servira du même procédé que nous avons indiqué au n°. 427 ; ainsi il nous faut donner les panneaux qui doivent tenir lieu des panneaux de projection horizontale.

Supposons qu'il s'agisse de celui qui doit être appliqué sur les plans inclinés suivant la descente pour la première assise ; la figure $a'a^4va^3IH$ étant la projection horizontale du premier voussoir, on menera une droite af quelconque (fig. 359), sur laquelle on fera les distances ab, ac, ad, ae, af, respectivement égales aux distances v^2k', $v'v$, $a'H$, v^4v^3, a^2a^3 (fig. 358); par les points a, b, c, d, e, f (fig. 359), on menera à la droite af, les perpendiculaires ag, bh, ci, dm, el, fk, que l'on fera respectivement égales aux distances UF', Uv^8, Uv^7, Ux^9, Uv^5, Uv^9 ; par les points g, h, i, on fera passer la courbe ghi ; par les points i et k, on menera la droite ik ; par les points k, l, m, on fera passer la courbe klm, et le panneau demandé sera terminé.

Pour avoir le panneau semblable de la seconde assise, on opérera de la même manière ; ainsi, si la figure $b'x^6xv^3IH$ est la projection horizontale de cette seconde assise, on menera une droite af quelconque (fig. 360), sur laquelle on fera les distances ab, ac, ad, af, respectivement égales aux distances x^4x^3, $x'x$, l^1l^2, x^8I, x^7v^3 (fig. 358); par les points a, b, c, d, e, f (fig. 360), on menera, à la droite af, les perpendiculaires ag, bh, ci, dm, el, fk, que l'on fera respectivement égales aux distances Ux^{10}, Ux^5, Ux^2, Ul^3, Ux^9, Uv^5 (fig. 358); par les points g, h, i (fig. 360), on fera passer la courbe ghi ; par les points i, k, on fera passer la droite ik ; par les points k, l, m, on fera passer la courbe klm, et le panneau sera terminé. Si l'on avait un plus grand nombre d'assises, on s'y prendrait d'une manière semblable pour avoir les panneaux qui leur seraient relatifs.

429. Second Exemple. Supposons les mêmes choses que dans l'exemple précédent, avec cette différence que la projection horizontale C^2C' (fig. 361) de l'axe de la descente ne passe plus par la projection horizontale Q^2 du centre de l'intrados de la voûte sphérique. Cette seule différence dans les données de la question, en amène de très-grandes dans la forme de la voûte, qui devient quelquefois très-défectueuse. En effet, les piédroits EN, GA', de la descente étant inégaux, dans ce cas, l'extrémité E, du plus long, se trouve plus bas que l'extrémité G de l'autre ; c'est-à-dire que, en d'autres termes, les génératrices de naissance de la descente ne percent plus l'intrados de la voûte sphérique au même niveau, ce qui fait que la courbe d'intersection des deux

intrados se trouve rampante, ainsi qu'on le voit par la projection verticale $F'C^3Q$ de cette intersection, et est, par conséquent, d'un très-mauvais effet. On pourrait sans doute éviter que cette intersection fût une courbe rampante en gauchissant l'intrados de la descente, mais cela serait souvent encore plus désagréable. Il y a plus, les premiers plans des coupes de la descente pourraient ne jamais rencontrer les arrêtes des douëlles correspondantes de la voûte sphérique, comme l'indique la projection verticale $a^6c^2g^3f^3$ de l'intersection du plan de la coupe af avec l'intrados sphérique, ce qui obligerait, pour ne pas faire des entailles dans cet intrados, de faire la coupe en question de la descente, non pas plane, mais en partie plane depuis a jusqu'en c, et en partie cylindrique depuis le point c indéfiniment vers le point e, en prenant une directrice quelconque ce, pour cette surface cylindrique, que l'on prolongerait autant qu'il le faudrait, pour que la projection verticale $a^6c^2l^3e^8$, de l'intersection de cette coupe, avec l'intrados de la voûte, rencontrât celle TT' de l'arrête de la douëlle correspondante de la même voûte, en un point i^2. On voit, par ces observations, que l'appareil deviendrait difficile et défectueux. Quant à la manière de tracer l'épure, elle est tout-à-fait la même que celle que nous avons expliquée dans l'exemple précédent, ainsi qu'on peut s'en assurer, en suivant bien l'enchaînement des lignes d'opération dans la fig. 361.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU EN DESCENTE, AVEC UNE VOUTE SPHÉROÏDE.

430. La seule différence qu'il y ait entre la manière de tracer les épures des pénétrations dont il s'agit ici, et celle que nous avons expliquée au n°. 428, pour le cas des voûtes sphériques, c'est que les intersections de la suite des plans verticaux menés suivant les arrêtes des douëlles de la descente, rencontrent l'intrados de la voûte sphéroïde, non pas suivant des arcs de cercle, mais suivant des courbes semblables à la génératrice de cet intrados sphéroïde.

Pour avoir les projections verticales de ces intersections, par les points où la projection horizontale de chaque arrête de douëlle de la descente rencontre les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte sphéroïde, on élevera, à la ligne de terre de la projection verticale du ceintre de cette dernière voûte, des perpendiculaires qui rencontreront, respectivement, les projections verticales des arrêtes des douëlles de cette même dernière voûte en des points par lesquels on fera passer autant de courbes qu'on aura d'arrêtes de douëlles dans la descente, lesquelles seront

les projections demandées. A cela près, on tracera l'épure tout-à-fait comme nous l'avons expliqué au n°. 428.

Si la descente rencontrait une voûte annulaire, une voûte ellipsoïde, ou une voûte quelconque à surface de révolution, dont l'axe de rotation serait situé horizontalement, on se conduirait parfaitement comme nous venons de l'expliquer pour les voûtes sphéroïdes, eu égard, toutefois, à la forme particulière de la voûte dont il serait question.

Il nous resterait encore à donner l'épure des pénétrations de deux berceaux en descente; mais comme au point où nous en sommes de la coupe des pierres, la force de l'analogie suffira au lecteur qui se sera donné la peine de nous suivre avec attention jusqu'ici, pour concevoir la manière de tracer cette épure, nous nous dispenserons de la donner, afin d'abréger un peu. D'ailleurs, la remarque suivante rendrait cette épure inutile.

REMARQUE SUR LES DESCENTES EN GÉNÉRAL.

431. A la fin du chapitre VIII, nous avons fait remarquer les défectuosités qui se rencontraient dans l'appareil des berceaux en descente; dans celui-ci on vient de voir de nouvelles défectuosités et de nouvelles difficultés qui se rencontrent dans ce genre de voûtes, lorsqu'elles pénètrent d'autres voûtes : toutes ces défectuosités, toutes ces difficultés disparaissent à la fois, et les berceaux en descente rentrent tout-à-fait dans la classe des berceaux ordinaires, en les disposant ainsi qu'il suit :

Supposons que les droites AB et CD, EF et GR (fig. 362) soient les traces horizontales des faces de deux murs droits parallèles; que les droites AG, CE soient celles de l'un des murs sur lesquels la descente doit être établie : on supposera un berceau ordinaire dans les épaisseurs des murs dont les droites AB et CD, EF et GR sont les traces horizontales, et on ne fera en *descente*, que la partie comprise entre les faces des murs dont les droites CD, EF sont les traces horizontales, de sorte que les deux berceaux ordinaires auront le même ceintre principal, et la directrice de l'intrados de la descente sera l'une ou l'autre des intersections, avec les intrados des berceaux ordinaires, des faces des murs dont les droites CD, EF sont les traces horizontales. Pour concevoir cette disposition, il suffit de jeter un coup-d'œil sur la projection verticale RPNLO'OQS, où l'on voit que les projections verticales des berceaux ordinaires sont RPQS, NLO'O, et celle de la descente est PNOQ.

D'après cette disposition on voit que les difficultés n'auront jamais lieu dans la descente, si on a l'attention de comprendre cette descente entre deux plans

verticaux et parallèles, quels que soient d'ailleurs les murs dont les traces horizontales sont ici les droites AB et CD, EF et GR, ce qu'on pourra toujours faire sans difficulté, soit que ces murs soient droits, en talus, gauches, cylindriques droits, cylindriques obliques, coniques droits, ou coniques obliques; soit que ces mêmes murs servent de bases à des berceaux, à des voûtes sphériques, sphéroïdes, annulaires, ellipsoïdes, ou à un berceau en descente, etc., de sorte que toutes les difficultés seront rejetées sur les berceaux ordinaires. Or, nous avons traité des berceaux ordinaires dans toutes ces circonstances, et on a vu qu'il n'y avait aucune défectuosité, ni dans l'appareil, ni dans les formes d'intersection, ou s'il y en avait dans quelques cas, nous avons fait voir comment on pouvait les éviter sans inconvénient: d'où l'on peut conclure que cette disposition de descente est la plus parfaite qu'il soit possible d'imaginer; car, outre tous les avantages que nous venons de faire remarquer, on a encore celui d'avoir une forme d'intrados d'une architecture plus correcte que dans les cas où l'on fait cet intrados uniforme, comme nous l'avons supposé jusqu'ici. On aurait un intrados encore plus susceptible de décoration, si l'on faisait les deux berceaux en forme d'arcs-doubleaux, ainsi qu'on le voit dans la figure 363. Dans cette dernière figure, le berceau qui est au bas de la descente pénètre une voûte sphérique, et dans la fig. 362, le berceau, qui a la même position, rencontre un autre berceau.

Pour tracer les pierres de toutes ces espèces de descente, on levera des espèces de panneaux de tête sur la projection verticale de la descente dont il s'agira, tels que kabcc'deN, ghh'iRPf (fig. 362), d'une forme et d'une étendue égales à celles de la projection verticale du voussoir qu'on voudra faire; on appliquera ces panneaux sur le parement de la pierre qui devra contenir la douëlle du côté de la descente; et, d'équerre à ce parement, on fera toutes les faces que le panneau indiquera. Ensuite, sur la face représentée par la droite ed ou gf, et au moyen du panneau de tête de l'assise, pris dans la section droite de la descente, on tracera la douëlle, la coupe et l'extrados, s'il y a lieu, qui répondent à la partie en descente; avec le panneau de tête correspondant, pris dans le ceintre du berceau ordinaire, on tracera les mêmes choses; et avec le panneau de tête, aussi correspondant, pris dans le ceintre principal de la voûte pénétrée (s'il y en a une), on tracera la tête du voussoir qui doit faire partie de cette dernière voûte. D'après tout ce qui précède, cette manière de tracer les pierres de cette espèce de voûte me paraît trop facile à comprendre pour que je l'explique plus en détail.

CHAPITRE XXII.

Suite des Pénétrations réciproques des Voûtes.

TROISIÈME CLASSE.

432. Cette troisième classe de pénétrations comprendra :

1°. Les pénétrations d'une porte conique avec un berceau ordinaire;

2°. Les pénétrations d'une porte conique avec une voûte sphérique;

3°. Les pénétrations d'une porte conique avec une voûte sphéroïde;

4°. Les pénétrations d'une porte conique avec une voûte annulaire;

5°. Les pénétrations d'une porte conique avec une voûte ellipsoïde;

6°. Les pénétrations d'une porte conique avec une voûte quelconque à surface de révolution, l'axe de rotation étant situé horizontalement dans l'espace;

7°. Les pénétrations d'une porte conique avec un berceau en descente;

Et 8°. les pénétrations de deux portes coniques.

DES PÉNÉTRATIONS D'UNE PORTE CONIQUE AVEC UN BERCEAU ORDINAIRE.

433. Supposons que les droites PN, OM (fig. 364), soient les traces horizontales des faces du mur au travers duquel la porte conique est pratiquée; que la courbe quelconque ADB soit le ceintre de face, de cette porte, situé dans le plan vertical élevé sur la droite PN, et que la figure L'mpoqK' soit une partie de la section droite du mur et du berceau. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

On déterminera les projections horizontales HI, a^2a^3, b^2b^3, etc., et les projections verticales d^7d^6, C^7C^6, C^3C^2, des arrêtes des douëlles de la porte conique, comme nous l'avons expliqué au chapitre IX dans les différens cas que ce chapitre renferme. Par les points d^6, C^6, C^2, où les droites d^7d^6, C^7C^6, C^3C^2 rencontrent le ceintre principal L'm du berceau, on abaissera, à la ligne de terre L'K', les perpendiculaires d^6a^3, C^6b^3, C^2C', qui rencontreront respectivement les projections horizontales a^2a^3, b^2b^3, CC', etc., des arrêtes des douëlles de la porte conique, aux points a^3, b^3, C', etc.; par lesquels et les point I et L on fera passer une courbe IC'L qui sera la projection horizontale de l'intersection des deux intrados.

Quant aux projections horizontales a^3e^3, b^3h^3, etc. des intersections des plans des coupes de la porte conique avec l'intrados du berceau, on les obtiendra de la même manière que s'il s'agissait de la pénétration de deux berceaux ordinaires. On aura de même les projections horizontales e^3e', h^3g^3, etc. des intersections des plans des coupes correspondantes des deux voûtes. On déterminera, ensuite, la projection verticale EFG de l'intersection des deux intrados, en élevant, par les points I, a^3, b^3, etc., des perpendiculaires IG, a^3a', b^3b', etc., à la ligne de terre AB, lesquelles rencontreront les coupes aa', bb', etc., aux points a', b', et la ligne de terre AB aux points E, G, par lesquels points on fera passer la courbe EFG, qui sera la projection demandée, et l'épure sera terminée.

D'après ce que nous avons dit sur les portes coniques, et sur les pénétrations des berceaux ordinaires, je ne crois pas avoir besoin d'expliquer la manière de tracer les pierres de la pénétration actuelle.

DES PÉNÉTRATIONS D'UNE PORTE CONIQUE AVEC UNE VOUTE SPHÉRIQUE.

434. Supposons que la ligne quelconque OP (fig. 365) soit la trace horizontale de la face de mur sur laquelle le ceintre de face de la porte conique est situé; que l'arc de cercle MN soit une portion de la projection horizontale du cercle de naissance de la voûte sphérique; que la projection horizontale $C'C^2$ de l'axe de la porte conique passe par celle du centre de la voûte sphérique; que les naissances des deux voûtes soient sur un même plan horizontal; que la figure ZmnQ'Q soit une portion de la projection verticale de l'intersection faite, dans la voûte sphérique, par un plan vertical élevé sur la projection horizontale $C'C^2$ de l'axe de la porte conique, la ligne de terre QZ, du plan de cette projection, étant parallèle à la droite $C'C^2$, et que la courbe ADB soit la projection verticale du ceintre de face de la porte conique.

Pour tracer l'épure de cette pénétration, on déterminera les projections horizontales HK, b^2a^2, g^2f^2, etc., et les projections verticales a^4a^3, f^4f^3, C^4C^3, etc., des arrêtes des douëlles de la porte conique; on déterminera aussi les projections horizontales M^2M^3, U^2U^3, etc., et les projections verticales ll', mm', etc., des arrêtes des douëlles de la voûte sphérique; par les points a^8, a^5, a^6, etc., où la projection horizontale de chaque arrête de douëlle de la porte conique rencontre les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte sphérique, on élevera, à la ligne de terre QZ, les perpendiculaires a^8a^9, a^5l^2, a^6m^2, etc., qui rencontreront respectivement les projections verticales QZ, ll', mm', etc. des arrêtes des douëlles de la voûte

sphérique, aux points a^9, l^2, m^2, etc., par lesquels on fera passer des courbes $a^9l^2m^2$, etc. qui seront les projections verticales des intersections avec l'intrados de la voûte sphérique, d'une suite de plans verticaux menés par les arrêtes des douëlles de la porte conique: les projections verticales a^4a^3, f^4f^3, C^4C^3, de ces dernières arrêtes, rencontreront les courbes dont nous venons de parler, en des points a^3, f^3, C^3, par lesquels et le point K′, qui est le pied de la perpendiculaire KK′, menée, à la ligne de terre QZ, par le point K, on fera passer la courbe $a^9a^3f^3C^3$, qui sera la projection verticale de l'intersection des intrados des deux voûtes. Pour avoir la projection horizontale KC^2L de la même intersection, on abaissera, par les points a^3, l^2, f^3, C^3, les droites a^3a^2, f^3f^2, C^3C^2, perpendiculaires à la ligne de terre QZ, et par les points a^2, f^2, C^2, ..., où ces droites rencontreront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la porte conique, et par les points K et L on fera passer la courbe KC^2L, qui sera la projection demandée.

On voit, par la manière dont nous venons d'opérer, que les projections de l'intersection des surfaces d'intrados d'une porte conique et d'une voûte sphérique s'obtiennent entièrement comme nous l'avons expliqué au n°. 430 pour les pénétrations des descentes avec les voûtes sphéroïdes. Ces projections seraient des lignes droites (ce qui a lieu dans la fig. 365), si l'intersection faite, dans l'intrados de la porte conique, par un plan vertical perpendiculaire à l'axe de cette voûte, était une demi-circonférence de cercle, si l'axe de la porte conique passait d'ailleurs par le centre de la voûte sphérique, et si les naissances des deux voûtes étaient sur un même plan horizontal.

Pour avoir les projections horizontales a^2c^2, f^2h^2, etc., et les projections verticales a^3c^3, f^3m^2, des intersections des plans des coupes de la porte conique avec l'intrados de la voûte sphérique, on opérera comme nous l'avons expliqué au n°. 415 pour trouver les mêmes choses dans le cas des pénétrations d'un berceau avec une voûte sphérique, ainsi qu'on le voit indiqué par les lignes de construction. On opérera aussi comme il a été dit dans le même numéro, pour avoir les projections des intersections des coupes correspondantes des deux voûtes. Quant à la projection verticale EGF de l'intersection des deux intrados, on l'obtiendra, en élevant par les points K, a^2, f^2, etc., les perpendiculaires KE, a^2a, f^2f, etc. à la ligne de terre AB, qui rencontreront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la porte conique, aux points E, a, f, etc., par lesquels on fera passer la courbe EGF qui sera la projection demandée. Pour avoir le point G, de cette courbe, on fera CG égal à $K'C^3$.

Quand à la manière de tracer les voussoirs, je ne crois pas avoir besoin de l'expliquer.

Les pénétrations d'une porte conique avec une voûte sphéroïde, annulaire, ellipsoïde, ou à surface de révolution quelconque, l'axe de rotation étant situé horizontalement dans l'espace, se traitent exactement de la manière que nous venons d'expliquer, ainsi ce serait inutilement que je donnerais les épures de ces sortes de pénétrations. Pour les pénétrations d'une porte conique avec un berceau en descente, ou avec une autre porte conique, on opérerait à peu de chose près comme nous l'avons expliqué au nº. 424, pour les pénétrations d'un berceau ordinaire avec un berceau en descente, eu égard à la manière d'obtenir les projections des arrêtes des douëlles des portes coniques.

Dans l'exposition des pénétrations réciproques des voûtes, j'ai distingué quatre classes de pénétrations, dont la quatrième comprend les pénétrations des voussures et des niches, avec les autres espèces de voûtes; mais ces sortes de pénétrations se rencontrent si rarement dans la pratique; elles sont d'ailleurs d'un effet, en général, si peu conforme aux règles du bon goût, et il est si facile de les éviter, que je me crois en droit de passer outre pour m'occuper de choses plus utiles. Au reste, les voussures les plus susceptibles d'être mises en usage, sont celles que nous avons données aux nº. 395, 396, 402, 403, 404, qui rentrent, ou dans la classe des berceaux ordinaires, ou dans la classe des portes coniques, ou dans celle des plates-bandes, et dans ces différens cas il n'est pas possible qu'on rencontre de difficulté, si l'on a bien entendu tout ce qui précède. Quant aux niches, comme elles ne sont employées qu'en décoration, il est clair qu'on ne peut les rencontrer que dans des circonstances très-faciles.

CHAPITRE XXIII.

Des Pendentifs.

435. Un *pendentif* n'est autre chose que ce qui reste d'une voûte quelconque à surface de révolution et à double courbure, en tronquant cette voûte par des plans verticaux élevés sur les côtés d'un polygone inscrit dans la projection horizontale de la courbe de naissance de l'intrados de la voûte primitive, pourvu qu'on regarde ces plans verticaux comme étant les faces intérieures des murs d'une salle couverte par le pendentif. Les pendentifs sont sphériques, sphéroïdes, ellipsoïdes, etc., suivant qu'ils résultent de la tronquature d'une voûte sphérique, sphéroïde, ellipsoïde, etc.

Pour qu'un pendentif soit régulier, et produise, en conséquence, un bon effet, il faut : 1°. que les traces horizontales des faces intérieures de la salle forment un polygone régulier, afin que les intersections des faces de ces murs avec l'intrados du pendentif soient des courbes égales entre elles; d'où il suit qu'il ne peut y avoir que les pendentifs sphériques ou sphéroïdes qui puissent être réguliers; car on ne peut inscrire de polygones réguliers que dans le cercle, et il n'y a que les voûtes sphériques et les sphéroïdes dans lesquelles la courbe de naissance de l'intrados soit une circonférence de cercle; 2°. que le nombre des côtés de ce polygone régulier soit pair, et ne soit pas très-grand : le cas où il n'y a que quatre côtés est le plus convenable.

Dans les pendentifs sphériques, les intersections des faces intérieures des murs avec l'intrados de la voûte sont des demi-circonférences de cercle; dans ceux qui sont sphéroïdes, ces intersections sont des courbes semblables à la génératrice de l'intrados, et dans ceux qui sont ellipsoïdes, les mêmes intersections sont des demi-circonférences de cercle pour les faces des murs qui sont perpendiculaires à l'axe de rotation de l'intrados, et des demi-ellipses dans tout autre cas.

La meilleure manière de disposer l'appareil des pendentifs, est de les faire par assises horizontales, toute autre disposition étant vicieuse sous tous les rapports.

DES PENDENTIFS SPHÉRIQUES, DANS LE CAS OU LES TRACES HORIZONTALES DES FACES INTÉRIEURES DES MURS DE LA SALLE FORMENT UN CARRÉ.

436. Premier Exemple. Supposons que le carré ABEG (fig. 366) soit le quart de celui formé par les traces horizontales des faces intérieures des murs de la salle, et par conséquent que la figure ABEFDC soit la projection horizontale de deux demi-murs contigus de cette salle, et le point G celle du centre de l'intrados de la voûte. Cela posé, on opérera comme il suit :

On prendra une ligne de terre HM, parallèle à la droite GF; on prolongera la droite AG indéfiniment vers le point S, et la droite BE vers le point K; par le point H, comme centre, et avec le rayon HI, on décrira le quart de cercle IT, qui sera la moitié de la projection verticale de l'intersection de la face du mur dont la droite AB est la moitié de la trace horizontale, avec l'intrados de la voûte. Par le même centre H, et avec le rayon HM égal à la diagonale GB du carré ABEG, on décrira le quart de cercle MKO, qui sera la moitié du ceintre de la voûte sphérique entière, et qui rencontrera la droite IK au point K, qui sera la projection verticale du sommet de l'intersection, avec l'intrados du pendentif, du plan vertical élevé sur la droite BE, et la droite IK, toute entière, sera la projection verticale de toute la section dont il s'agit. Comme toutes les sections faites, dans l'intrados de la voûte, par les faces intérieures des murs de la salle sont égales, les points T et K seront sur une même droite parallèle à la ligne de terre HM. Il suit de ce qui précède, que la figure IV^5TOKI sera la projection verticale de la moitié de l'intrados du pendentif. Maintenant, on prolongera la droite DF indéfiniment vers le point P, qui sera la projection verticale de la face extérieure du mur perpendiculaire à la ligne de terre HM; on fera la hauteur QP égale à un nombre convenable d'assises du mur; on décrira la courbe d'extrados RS comme on le jugera convenable, et il ne manquera plus que d'avoir les projections horizontales et verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du pendentif, pour avoir terminé l'épure.

Pour avoir ces projections, on divisera la moitié MKO du ceintre de la voûte sphérique entière, comme s'il s'agissait effectivement d'une pareille voûte; par les points de division U, V, X, Y, Z, on menera, à la ligne de terre HM, les parallèles UU^3, VV^3, XX^2, YY^2, ZZ^2, et les parties $U'U^2$, V^2V^3, XX^2, etc., de ces droites, seront les projections verticales des arrêtes des douëlles du pendentif. Par les mêmes points de division U, V, X, Y, Z, on abaissera, à la ligne de terre HM, les perpendiculaires UU^6, VV^9, XX^4,

YY^6, ZZ^6, qui rencontreront la droite GN aux points U^6, V^9, X^4, Y^6, Z^6; par le point G, comme centre, et avec les rayons GU^6, GV^9, GX^4, GY^6, GZ^6, on décrira les arcs de cercle U^6U^5, V^9V^{11}, X^4X^5, Y^6Y^7, Z^6Z^7, et les parties U^5U^4, $V^{11}V^{10}$ seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles interceptées par les faces contiguës et intérieures des murs, et les quarts de cercle X^4X^5, Y^6Y^7, Z^6Z^7, seront les quarts des projections horizontales des arrêtes des douëlles indépendantes des murs, et qui se trouvent dans les mêmes circonstances que s'il s'agissait d'une voûte sphérique entière.

Pour les coupes, nous observerons que la première assise du pendentif portant fort peu de l'intrados de la voûte, on pourra, sans inconvénient, faire passer le lit de dessus horizontalement par l'arrête supérieure de la douëlle, car, à cause que la courbure de cette première douëlle s'éloigne peu de la situation verticale, il n'en résultera presque pas d'aiguité vers son arrête supérieure, et quand même il y en aurait, elle aurait lieu sur si peu d'étendue, qu'il ne s'ensuivrait aucune défectuosité; au contraire, je ne propose de ne point faire de coupe au lit de dessus de cette première assise, que pour éviter une difficulté que nous allons rencontrer dans le lit de dessus de la seconde. Voici en quoi consiste cette difficulté.

Supposons que la droite V^4V' soit la projection verticale du lit de dessus de l'assise du mur correspondante à la seconde douëlle du pendentif; comme l'arrête supérieure V^3V^2 de cette douëlle est plus bas que le lit correspondant de l'assise du mur, la coupe représentée par la droite VV' se trouvera en refouillement dans ce lit, sur une étendue comprise entre les faces intérieures des murs contigus, et c'est ce refouillement qui est une difficulté, ou plutôt qui est un inconvénient, car les refouillemens sont toujours difficiles à faire et entraînent beaucoup de main-d'œuvre et de déchet de pierre. Voilà pourquoi j'engagerai toujours à les éviter, quand il n'en résultera pas de plus grands inconvéniens. Supposons qu'ici il ne soit pas possible de les éviter; si l'on veut avoir la projection horizontale de celui dont il s'agit, par le point V', on abaissera, à la ligne de terre HM, la perpendiculaire $V'V^6$, qui rencontrera la droite GN au point V^6; par le centre G, on décrira l'arc de cercle V^6V^8; par le point V^5, où la projection verticale $V'V^4$ rencontre celle IV^5T de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite AB, avec l'intrados du pendentif, on abaissera, à la ligne de terre HM, la perpendiculaire V^5V^{12}, qui rencontrera la droite AB au point V^{12}, qui sera la projection horizontale du point où le lit en question de l'assise du mur rencontre l'intrados de la voûte; on fera la distance Bi égale à BV^{12}, et le point i

sera le correspondant du point V^{12}. Par le centre G et les points V^{11}, V^{10}, on mènera les droites $V^{11}V^{8}$, $V^{10}V^{7}$, que l'on terminera à l'arc $V^{8}V^{7}$; on joindra les points i et V^{7}, V^{12} et V^{8} par les droites iV^{7}, $V^{12}V^{8}$, et la projection demandée sera terminée. Quant aux projections horizontales des extrémités des autres coupes, on les obtiendra comme s'il s'agissait d'une voûte sphérique entière. Cela fait, on déterminera la forme des panneaux de projection horizontale, ainsi qu'on le voit dans l'épure, où la figure $abU^{5}U^{4}fgD$ est celui de la pierre qui porte la première douëlle du pendentif, où la figure $hi'V^{11}V^{10}deD$ est celui qui porte la seconde, et où la figure $CX^{5}mBk$ est celui qui porte la moitié de la troisième douëlle; quant aux autres voussoirs, ils sont semblables à ceux d'une voûte sphérique entière. Donnons présentement la manière de tracer et tailler ceux dont nous venons d'indiquer les panneaux de projection horizontale.

Supposons qu'il s'agisse du voussoir dont le panneau de projection horizontale est la figure $abU^{5}U^{4}fgD$; on équarrira une pierre, à ce panneau, qui ait la hauteur IU' de l'assise, laquelle prendra la forme $abcdfgDD'a'b'U^{5}U^{4}f'g'$ (fig. 367). Puis, on prolongera les arrêtes bc, fd, du lit de pose, jusqu'à leur rencontre au point B; on prolongera peu à peu les paremens $bcU^{5}b'$, $fdU^{4}f'$, jusqu'aux arcs de cercle BU^{5}, BU^{4}, qu'on reportera sur la pierre, au moyen d'une cerce levée sur l'arc $IV^{5}T$ (fig. 366); on taillera la petite douëlle $BU^{5}U^{4}$ (fig. 367) suivant les arcs de cercle BU^{5}, BU^{4} et $U^{4}U^{5}$, en ayant soin d'appliquer une cerce levée sur l'arc MKO (fig. 366), sur le point B et le milieu de l'arrête $U^{4}U^{5}$ (fig. 367), et la pierre sera terminée.

Pour tracer celle dont le panneau de projection horizontale est la figure $hi'V^{11}V^{10}deD$, on équarrira une pierre, à ce panneau, qui ait la hauteur $U^{3}V^{4}$ (fig. 366), laquelle aura la forme hiacdeDD'h'i'a'c'd'e' (fig. 368). Ensuite, avec le panneau de projection horizontale du lit de dessus de la première assise, on tracera, sur le lit de pose de la pierre, la forme $i'U^{5}U^{4}d$; on fera les hauteurs aV^{11}, cV^{10}, chacune égale à $v^{2}V^{3}$ (fig. 366), et on joindra les points V^{10}, V^{11} (fig. 368) par l'arc de cercle $V^{10}V^{11}$, au moyen d'une règle flexible; on prolongera les paremens $iaV^{11}i'$, $dcV^{10}d'$ (fig. 368), jusqu'à ce que la cerce levée sur l'arc $IV^{5}T$ (fig. 366), puisse toucher les points U^{5} et V^{11}, U^{4} et V^{10} (fig. 368); on creusera la douëlle $U^{5}U^{4}V^{10}V^{11}$, et il ne restera plus à faire que le refouillement de la coupe du lit de dessus. Pour faire ce refouillement, on prolongera les arcs de cercle $U^{5}V^{11}$, $U^{4}V^{10}$ (fig. 368), jusqu'à leur rencontre aux points V^{12}, v avec les arrêtes du lit de dessus de la pierre; sur ce lit de dessus, et

par les points V^{12}, v, on menera les droites $V^{12}V^{8}$, vV^{7}, de manière que les angles $i'V^{12}V^{8}$, $d'vV^{7}$, soient égaux, chacun, à l'angle $AV^{12}V^{8}$ (fig. 366); on fera les distances $V^{12}V^{8}$, vV^{7} (fig. 368), chacune égale à la distance $V^{12}V^{8}$ (fig. 366); avec la cerce $V^{8}V^{7}$ (fig. 366), et par les points V^{8}, V^{7} (fig. 368), on décrira l'arc de cercle $V^{8}V^{7}$, et la coupe sera tracée. Pour la refouiller, on fera d'abord les petites facettes coniques $V^{11}V^{12}V^{8}$, $V^{10}vV^{7}$, et ensuite la coupe $V^{11}V^{10}V^{7}V^{8}$.

Enfin, pour tracer et tailler la pierre dont le panneau de projection horizontale est la figure $CX^{5}mBk$ (fig. 366), on équarrira une pierre, à ce panneau, qui ait la hauteur $V^{2}X'$, laquelle aura la forme $X^{5}mBKC'C^{3}X^{7}m'B'K'$ (fig. 369). Puis, avec le panneau de tête $vV'VXX'RP'$ (fig. 366), on tracera la tête $Bonm^{2}X^{9}R^{4}B^{2}$ (fig. 369), et avec le panneau de tête $V'v'KXX'RP$ (fig. 366), on tracera la tête $AA^{2}X^{6}X^{8}R^{3}C^{2}C$ (fig. 369). Avec le panneau de projection horizontale du lit de dessus de la seconde assise, on tracera le lit de pose de la pierre en question, ce qui donnera, du côté de la douëlle, la forme $nV^{11}A'$. On fera ensuite le plan $A'V^{11}A^{2}$, en observant l'intersection $V^{11}A^{2}$, avec laquelle on fera coïncider la cerce levée sur l'arc de cercle $IV^{5}T$ (fig. 366). Cela fait, on joindra les points m^{2}, X^{6} (fig. 369), avec une règle flexible, par l'arc de cercle $m^{2}X^{6}$; on taillera la douëlle $nV^{11}A^{2}X^{6}m^{2}$, suivant les arcs de cercle nV^{11}, $V^{11}A^{2}$, $A^{2}X^{6}$, $X^{6}m^{2}$, et $m^{2}n$, et le lit de pose $ACKBonV^{11}o'V^{12}A$, suivant les droites AC, CK, KB, Bo, on, suivant les arcs de cercle nV^{11}, oo', $V^{11}V^{12}$, et suivant les droites $V^{11}o'$, $o'V^{12}$, $V^{12}A$. Quant à ce qui regarde la coupe du lit de dessus, on se conduira comme s'il s'agissait d'un voussoir d'une voûte sphérique entière.

437. SECOND EXEMPLE. Supposons les mêmes choses que dans le premier exemple, avec cette différence que les quatre murs soient remplacés par quatre piles isolées, dont la trace horizontale de l'une d'elles soit la figure abBcdD (fig. 370), et que ces quatre piles soient réunies par quatre arcs-doubleaux. Dans ce cas, on opérera exactement comme dans le précédent, pour avoir les projections horizontales et verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes; ensuite, par le centre H, et avec un rayon égal à Ac, on décrira le demi-ceintre principal $c'g^{2}n$ de l'arc-doubleau pratiqué dans le mur, dont les droites DC, BA sont les traces horizontales; on divisera le ceintre $c'g^{2}n$ de manière que les normales $e^{2}U^{2}$, $g^{2}V^{5}$, etc., rencontrent les arrêtes correspondantes $U^{2}U'$, $V^{3}V^{4}$, etc., des douëlles du pendentif, de manière qu'il n'en résulte aucune irrégularité dans les joints. Pour cela, on fera en sorte que la normale $e^{2}U^{2}$ rencontre l'arrête $U'U^{2}$

très-près du point U^2, où cette arrête rencontre l'intersection IV^3T de l'intrados du pendentif avec le plan vertical élevé sur la droite BA, ou, ce qui serait encore mieux, au point U^2 lui-même, dut-on ne pas faire la largeur de douëlle $c'e^2$ égale aux autres, et ne commencer la division qu'à partir du point e^2. Si la normale g^2g^3 ne rencontrait pas l'arrête V^3V^4 au-delà du point g^3, il faudrait baisser un peu le point g^2, et, au contraire, on éleverait ce point g^2, si la normale g^2g^3 rencontrait l'arrête V^3V^4 au-delà du milieu de cette dernière, par rapport au point V^3. L'appareil étant bien déterminé, on cherchera les projections horizontales g^5g^4 et g^7g^8, i^4i^6 et i^8i^9, $l^{12}l^{11}$ et $l^{17}l^{13}$, en opérant ainsi qu'il suit :

Par les points U^2, g^3, i^3, l^3, et par les points V^3, X^2, l^5, on abaissera, à la ligne de terre HM, les perpendiculaires U^2U^3, g^3g^4, i^3i^4, l^3l^{12}, et V^3g^5, X^2i^6, l^5l^{11}, qui rencontreront, les premières, la droite BA aux points U^4, g^4, i^4, l^{12}, et les dernières respectivement les projections horizontales des arrêtes des douëlles du pendentif aux points g^5, i^6, l^{11}, et les courbes g^4g^5, i^4i^6, $l^{12}l^{11}$, qui passeront par les points g^4 et g^5, i^4 et i^6, l^{12} et l^{11}, seront les projections demandées. Si l'on veut avoir des points intermédiaires de ces courbes, le point l^{10} de la courbe $l^{12}l^{11}$, par exemple, par le point l^4, pris arbitrairement sur la coupe l^2l^5 entre les points l^3, l^5, on menera la droite l^4l^{18} parallèle, et la droite l^4l^{10} perpendiculaire à la ligne de terre MH : la droite l^4l^{18} rencontrera le ceintre principal MKO du pendentif, au point l^{18}, par lequel on abaissera, à la ligne de terre MH, la perpendiculaire $l^{18}l^{21}$, qui rencontrera la droite FG au point l^{21}; par le point G, comme centre, et avec le rayon Gl^{21}, on décrira l'arc de cercle $l^{21}l^{10}$, qui rencontrera la droite l^4l^{10} au point l^{10}, qui sera le point demandé. On opérerait de la même manière pour trouver autant d'autres points intermédiaires qu'on voudrait, tant pour la courbe $l^{12}l^{11}$, que pour les autres i^4i^6, g^4g^5. Ayant déterminé les projections horizontales g^4g^5, i^4i^6, $l^{12}l^{11}$, des intersections des plans de coupe de l'arc-doubleau pratiqué dans le mur dont les traces horizontales sont les droites BA, DC, avec l'intrados du pendentif, on aura celles g^7g^8, i^8i^9, $l^{17}l^{13}$, des intersections des plans des coupes de l'arc-doubleau contigu au premier, avec le même intrados, en faisant les distances Bg^8, Bi^9, Bl^{17}, respectivement égales aux distances Bg^4, Bi^4, Bl^{12}; les distances rg^7, qi^8, yl^{13}, respectivement égales aux distances rg^5, qi^6, yl^{11}, et en faisant passer les courbes g^7g^8, i^8i^9, $l^{13}l^{17}$.

Pour avoir les projections horizontales g^4g^6, i^6i^5, $l^{11}l^9$, des intersections des coupes planes d'un arc doubleau avec les coupes coniques du pendentif, on opérera ainsi que les lignes de construction l'indiquent. On déterminera

aussi les projections horizontales ef, gh, ik, lm, e'f', g'h', i'k', l'm', et les projections verticales c^3e^4, $g^{11}g^{12}$, $i^{12}i^{13}$, $i^{14}i^{15}$, $n'n^2$, des arrêtes des douëlles des arcs-doubleaux, et les projections verticales $g^{13}V^4$, $i^{10}X^4$, $l^{20}l^{19}$, des intersections des plans des coupes de l'arc-doubleau situé dans le mur, dont les traces horizontales sont les droites DF, BE, avec l'intrados du pendentif, et l'épure sera terminée.

Pour tracer et tailler les voussoirs, celui, par exemple, de la première assise qui vient sur la pile dont la trace horizontale est la figure abBcdD, on équarrira un morceau de pierre au panneau de projection horizontale $f'e'U^4U^3efD$, et à la hauteur IU', laquelle aura la forme abefhiksmnopqr (fig. 371); on taillera la douëlle dop comme nous l'avons expliqué pour le premier voussoir du premier exemple de pendentif, et ensuite avec le panneau de tête $Qc'e^2U^2U^6$ (fig. 370), on tracera les têtes kluts, kzyp's (fig. 371), et on taillera les douëlles levu, gxyz, et les coupes utov, xpp'y, comme il a été dit pour les berceaux droits.

Pour tracer et tailler le second voussoir qui vient sur celui que nous venons de faire, on équarrira une pierre au panneau de projection horizontale $h'g'g^8g^7g^5g^4gh$ (fig. 370) et à la hauteur e^4V', qui prendra la forme $abcdefisq^3y'y^2c'qt$ (fig. 372); avec le panneau de projection horizontale $f'e'U^4U^3ef$, du lit de dessus du premier voussoir, on tracera, sur le lit de pose de celui en question, la forme klm'n (fig. 372); on fera la petite surface cylindrique droite lpo'm', sur l'arc de cercle lm', de manière que les droites lp, m'o', d'équerre au lit de pose de la pierre, soient chacune égale à e^3U' (fig. 370); on fera ensuite la douëlle puyo' (fig. 372) comme il a été dit pour celle du second voussoir du premier exemple de pendentif. Puis, avec le panneau de tête $U^6U^2e^2g^2V^5V'$ (fig. 370), on tracera les têtes $fg'hrq^2q^3$, $foe'z'x'q^3$ (fig. 372), et le voussoir sera tracé. On voit comment il faudra le tailler.

On tracera et on taillera un des voussoirs de la troisième assise, en équarrissant une pierre au panneau de projection horizontale $kii^4i^{16}qBo$ (fig. 370), et à la hauteur $g^{12}X^6$, qui aura la forme abcdefgg'a'zc'q'e'f' (fig. 373). Ensuite, avec le panneau de tête $V^4V^5g^2i^2X^3K$ (fig. 370), on tracera la tête onmxyc' (fig. 373); avec le panneau de tête $V^6V'VXX'X^7$ (fig. 370), on tracera la tête prss'r'q' (fig. 373), et on conçoit, d'après cela, comment on terminerait le voussoir. On voit, en même temps, comment on tracerait et on taillerait les autres voussoirs du pendentif.

Si l'on voulait faire un pendentif dans une salle dont le nombre de murs serait quelconque, on tracerait l'épure et les pierres de la manière que

nous venons d'expliquer dans les deux derniers numéros, à peu de modifications près. Je crois le lecteur parvenu à pouvoir faire lui-même ces modifications.

DES PENDENTIFS SPHÉROÏDES, DANS LE CAS OU LES TRACES HORIZONTALES DES FACES INTÉRIEURES DES MURS DE LA SALLE FORMENT UN CARRÉ.

438. Les épures des pendentifs sphéroïdes ne diffèrent de celles des pendentifs sphériques, qu'en ce que les projections verticales IV^5T (fig. 366), IV^3T (fig. 370), des intersections des plans verticaux élevés sur la droite AB (fig. 366 et 370), avec l'intrados du pendentif, ne sont plus des demi-circonférences de cercle, mais, ainsi que nous l'avons déjà dit, des courbes semblables à la génératrice MKO (fig. 366 et 370) de l'intrados de la voûte. Or, on connaît les demi-axes HI, HT de cette courbe IV^5T (fig. 366) et IV^3T (fig. 370), puisque HI est égal à AB, et HT égal à IK, et nous savons décrire les courbes les plus en usage, d'après leurs axes : il ne nous reste donc rien à dire sur les épures des pendentifs sphéroïdes, si l'on a bien entendu ce que nous avons dit aux n°s. 436 et 437. La manière de tracer et de tailler les voussoirs est encore la même que celle que nous avons donnée aux mêmes numéros.

Dans le cas où l'on veut faire des arcs-doubleaux aux pendentifs sphéroïdes, on doit observer que le ceintre principal $c'g^2n$ (fig. 370), de chacun de ces arcs-doubleaux, soit parallèle à l'intersection correspondante IV^3T de l'intrados de la voûte avec la face verticale et intérieure de cet arc-doubleau.

DES PENDENTIFS ELLIPSOÏDES, DANS LE CAS OU LES TRACES HORIZONTALES DES FACES INTÉRIEURES DES MURS DE LA SALLE FORMENT UN RECTANGLE.

439. Supposons que le quart d'ellipse V^2BV^3 (fig. 374) soit la projection horizontale du quart de l'ellipse de naissance de l'intrados de la voûte ellipsoïde entière; que les droites AB, BF soient les traces horizontales des faces intérieures de la moitié de deux murs contigus de la salle; que le rectangle ABFG soit le quart de celui qui est la projection horizontale entière de l'intrados du pendentif, et que la droite V^2G soit la projection horizontale du demi-axe de rotation de cet intrados. Cela posé, prenons pour lignes de terre les droites HK, XK', respectivement parallèles aux droites GE, ED, et supposons qu'on ait obtenu les deux projections verticales et la projection horizontale de la voûte ellipsoïde entière, comme il a été expliqué au n°. 388. Pour passer de ces projections à celles du pendentif, on conçoit,

d'après ce que nous avons dit sur les pendentifs sphériques, qu'il suffira de ne considérer, dans la projection horizontale, que ce qui est compris dans le rectangle ABFG, pour ce qui regarde l'intrados, et dans les projections verticales, que ce qui est compris dans les figures IZ³NMLK, YZ²N'M'L'K', en supposant qu'on ait obtenu les projections verticales IZ³ et IZ, YZ² et YZ' des intersections des plans verticaux élevés sur les droites AB et BF. On voit assez clairement, dans l'épure, comment on devra obtenir celles IZ, YZ'; quant aux deux autres IZ³, YZ², on observera que la première IZ³ n'est autre chose qu'un quart de cercle, et la seconde YZ² qu'un quart d'ellipse, dont les demi-axes XY, XZ² sont respectivement égaux aux droites AG, IZ. Enfin, on opérera, pour les pendentifs ellipsoïdes, comme nous l'avons expliqué pour les pendentifs sphériques au n°. 436, quand on n'a pas d'arc-doubleau, et au n°. 437 quand on en a, en ayant égard à ce qui a été dit au n°. 388 sur les voûtes ellipsoïdes. On tracera et on taillera les voussoirs, comme nous l'avons expliqué aux mêmes numéros.

440. *Observation.* Dans l'exemple de pendentifs ellipsoïdes que nous venons de donner, nous avons supposé que l'ellipse de naissance de l'intrados de la voûte entière était donnée, et nous avons supposé un rectangle quelconque inscrit dans cette ellipse (les côtés du rectangle étant respectivement parallèles aux axes de cette ellipse), par les côtés duquel passaient les faces intérieures des murs de la salle. Mais, dans ce cas, aucune intersection faite par un plan horizontal dans l'intrados de la voûte ne pourra être tangente à la fois aux faces intérieures des quatre murs de la salle, ce qui est un inconvénient dans certaine circonstance. Dans tous les cas, il vaut beaucoup mieux déterminer l'ellipse de naissance de manière qu'elle soit semblable à celle qu'on peut supposer inscrite dans le rectangle formé par les traces horizontales des faces intérieures des quatre murs de la salle.

Pour déterminer cette ellipse de naissance, d'après ces conditions, supposons que le rectangle abdc (fig. 375) soit le quart de celui dont il est question : les droites ac, ab seront les demi-axes de l'ellipse inscrite. Pour avoir ceux ag, af de l'ellipse demandée, qui doit être circonscrite au même rectangle, supposons que ac soit le plus grand demi-axe de la première; on portera ce demi-axe ac sur l'autre ab prolongé, de sorte que ae égalera ac; on menera la droite ce, qui sera le grand demi-axe demandé, et qu'on portera de a en g, sur la droite ac prolongée. Pour avoir le second demi-axe demandé, par le point g, on menera la droite gf parallèle à cb, qui rencontrera la droite af au point f, et la droite af sera ce demi-axe. Ayant les demi-axes de l'ellipse de naissance de la voûte ellipsoïde entière, on

décrira cette courbe, et on opérera comme il a été dit au n°. 439 pour avoir l'épure du pendentif en question.

DES PENDENTIFS EN VOUSSURE.

441. Supposons que la figure ACDEB (fig. 376) soit la moitié de la trace horizontale d'une des quatre piles qui sont destinées à soutenir le pendentif; que la droite AB soit celle du plan vertical qui coupe cette pile en deux; que la droite AC soit la projection horizontale de la naissance de la voussure, et que la droite DE, perpendiculaire à BE, soit celle de la naissance d'un arc-doubleau dont la saillie, par rapport à la voussure, est indiquée par la droite DC, parallèle à la trace horizontale EB de l'une des deux faces extérieures de la pile. Les prolongemens EG, DF, des droites BE, CD, seront les projections horizontales des arrêtes de l'arc-doubleau, et la droite GF, perpendiculaire à GB, celle de la génératrice du milieu de la clef de cet arc-doubleau.

Prolongeons les droites GF et BA jusqu'à leur rencontre au point v; par ce dernier point, comme centre, et avec le rayon vF, décrivons l'arc de cercle FU, et regardons cet arc de cercle comme étant le huitième de la projection horizontale d'une circonférence de cercle, situé horizontalement, avec laquelle l'intrados des quatre voussures qui forment le pendentif doit se raccorder par en haut. Regardons, de plus, cette circonférence de cercle comme étant la base de la face intérieure d'un mur cylindrique droit, soutenu par les quatre voussures. D'après ces hypothèses on voit que l'intrados de chaque voussure doit prendre naissance sur une ligne droite horizontale et se terminer, à une certaine hauteur, sur un quart de cercle situé horizontalement.

Supposons, maintenant, qu'on ait pris une ligne de terre HM, parallèle à GB, et qu'on ait décrit la projection verticale IPT du ceintre principal de l'arc-doubleau. Cela posé, on décrira la courbe KQT', parallèle au ceintre IPT, et à une distance égale à DC, et cette courbe sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la voussure avec la face verticale et intérieure de l'arc-doubleau. Ensuite, supposons qu'on ait pris une seconde ligne de terre F'B', parallèle à la droite AB; que par les points U, A, on ait élevé, à cette ligne de terre, les perpendiculaires UY, AX; qu'on ait fait la hauteur U'Y égale à HT'; qu'on ait joint les points X, Y par une droite XY, et qu'au milieu de cette droite XY on ait mené une perpendiculaire VV': cette perpendiculaire rencontrera la ligne de terre B'V' au point V', et si par ce point V', comme centre, et avec le rayon V'X on décrit l'arc de cercle XY, cet arc sera l'intersection du plan vertical élevé sur

la droite UB avec l'intrados de la voussure; de sorte que les limites de cet intrados seront toutes déterminées. Pour achever d'en déterminer la forme, on imaginera une suite de plans horizontaux, et on supposera que les intersections de ces plans avec l'intrados en question soient des arcs de cercle. Voici, maintenant, comment on tracera l'épure de la voussure.

On divisera le ceintre principal IPT de l'arc-doubleau, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division on menera les coupes NO, PQ', RR^3, SS^3, et par le point O on menera, à la ligne de terre HM, la parallèle OO^2, qui sera la projection verticale du lit de dessus de la première assise. On menera les droites $Q'Q^3$, R^2R^8, T^2R^7, parallèles à la même ligne de terre HM, et distantes entre elles de la quantité O^3O, qui seront les projections verticales des lits des autres assises. Parallèlement à la ligne de terre F'B', on menera les droites $X'X^4$, X^2X^5, X^8X^6, F^4X^7, distantes entre elles de la même quantité O^3O, qui seront les secondes projections verticales des lits des assises. Comme les lits des deux premières assises ne forment pas des angles trop aigus avec l'intrados de la voussure, on se dispensera de faire des coupes dans la voussure pour ces deux premières assises, mais on en fera aux autres. Dans notre exemple, on se contentera, en conséquence, de prendre un point X^3, sur l'arc de cercle XY, un peu plus bas que la projection verticale X^8X^6, du lit correspondant, par lequel on menera la droite X^3X^8 normale à l'arc de cercle XY, et la droite X^3k' parallèle à la ligne de terre F'B', qui sera la projection verticale de l'arrête de douëlle qui passe par le point X^3. On menera la droite R^4a parallèle à la ligne de terre HM, et à une distance égale à k^2k', laquelle sera la seconde projection verticale de la même arrête.

Cela fait, on cherchera la projection horizontale de cette même arrête, et pour cela, par le point X^3, on abaissera, à la ligne de terre F'B', la perpendiculaire X^3c, qui rencontrera la droite UB au point c; par le point a, on abaissera, à la ligne de terre HM, la perpendiculaire ab, qui rencontrera la droite CF au point b; on joindra les deux points b et c par la droite bc, au milieu de laquelle on menera la perpendiculaire ix, qui rencontrera la droite Bx au point x; par le point x, comme centre, et avec le rayon xc, on décrira l'arc de cercle cb, qui sera la projection demandée. On aurait de la même manière les projections horizontales ef, gh des autres arrêtes des douëlles de la partie en voussure.

Pour avoir la projection horizontale k^3k^4 de l'extrémité de la coupe qui répond au point X^8, par ce point X^8 on abaissera, à la ligne de terre F'B', la perpendiculaire X^8k^3, qui rencontrera la droite UB au point k^3; par le

point x (qui est le centre de la projection horizontale cb de l'arrête de douëlle correspondante), comme centre, et avec le rayon xk^3, on décrira l'arc de cercle k^3k^4, qui sera la projection demandée.

Actuellement, on abaissera les projections horizontales rs, pq, on, ut^3, des arrêtes des douëlles de l'arc-doubleau, et celles lk, mi, des intersections des plans des coupes de l'arc-doubleau avec l'intrados de la voussure, en abaissant, à la ligne de terre HM, et par les points R^2, Q', les perpendiculaires R^2k, Q'i, qui rencontreront les arcs de cercles bc, ef, aux points k et i; par les points R', Q, on abaissera, à la même ligne de terre HM, les perpendiculaires R'l, Qm, qui rencontreront la droite CF; par les points l et k, m et i, on fera passer les courbes lk, mi, qui seront les projections demandées, et l'épure sera terminée.

Si l'on est curieux de compléter les projections verticales de cette moitié de voussure, d'abord on déterminera la projection verticale LR^6 de l'intersection, avec l'intrados, du plan vertical élevé sur la droite BA, en élevant, par les points A, h, f, c, U, les perpendiculaires AL, hO', fQ^2, cR^4, UR^7, à la ligne de terre HM, qui rencontreront les droites HM, OO^2, $Q'Q^3$, R^2R^4, $T'R^6$, respectivement aux points L, O', Q^2, R^4, R^6, par lesquels on fera passer la courbe $LO'Q^2R^4R^6$, qui sera la projection demandée.

Si l'on veut avoir les projections verticales $Xl'F^3$, $D'q'F^2$, par les points F, t^3, n, q, s, D, on élevera, à la ligne de terre F'B', les perpendiculaires FF^4, t^3t^4, nn', qq', ss'; on fera les ordonnées $F'F^2$, t^5t^4, n^2n', U'q', $s's^2$, respectivement égales aux ordonnées HT, S^5S, R^9R, P'P, N'N; par les points D', s^2, q', n', t^4, F^2, on fera passer la courbe $D'q'F^2$, qui sera une des projections demandées. Pour avoir l'autre, par les points C, g, m, l, t^3, on élevera, à la même ligne de terre F'B', les perpendiculaires CX, gg^2, mm^2, ll', t^3t'; on fera les ordonnées g^3g^2, $m'm^2$, l^2l', t^6t', $F'F^3$, respectivement égales aux ordonnées O^3O, Q^4Q, $R^{10}R'$, S^4S', HT', et par les points X, g^2, m^2, l', t', F^3, on fera passer la courbe $Xl'F^3$, qui sera la dernière projection demandée. Enfin, si l'on voulait avoir une troisième projection verticale dans un plan dont la ligne de terre $M'M^2$ serait parallèle à la droite AC, on opérera de la même manière, ainsi que les lignes de construction l'indiquent.

Je laisse au lecteur le soin de tracer et de tailler de lui-même les voussoirs de cette voussure.

CHAPITRE XXIV.

Quelques Voûtes particulières.

BERCEAU BIAIS APPAREILLÉ D'UNE MANIÈRE PARTICULIÈRE.

442. Premier Exemple. Supposons que les droites AB, CD (fig. 377), soient les traces horizontales des faces d'un mur droit quelconque, et qu'on veuille pratiquer un berceau ordinaire très-oblique au travers de ce mur. Soient AC, BD, les projections horizontales des génératrices de naissance de ce berceau : si la droite BL, perpendiculaire à l'extrémité B de la droite BD, rencontrait la droite AC au-delà du point C, par rapport au point A, ou même au point C, le berceau s'écroulerait nécessairement, en pirouettant autour de la clef, si l'on disposait les arrêtes des douëlles suivant les génératrices de l'intrados. Cet effet aurait lieu, surtout, s'il s'agissait d'une suite d'arcades biaises, ou, encore mieux, d'une suite d'arches de pont. On peut éviter cet écroulement, et donner même à ces sortes de berceaux, toute la solidité des berceaux droits (aux angles aigus près), en dirigeant les plans des coupes perpendiculairement aux faces du mur. Mais dans ce cas les arrêtes des douëlles, n'étant plus des génératrices de l'intrados, sont des courbes qu'il faut déterminer, et les têtes des voussoirs sur les faces du mur, ne peuvent plus être égales entre elles. Voici comment on disposera l'appareil, et comment on déterminera les courbures des arrêtes des douëlles.

On décrira d'abord les projections verticales EGF, HIK, des ceintres de face du berceau, dans un plan dont la ligne de terre soit parallèle aux traces horizontales AB, CD des faces du mur, et ces deux projections se rencontreront en un point z; on regardera pour un moment les deux arcs Hz, Fz, comme formant ensemble une espèce de ceintre en ogive; on divisera ce ceintre en ogive en parties égales, comme s'il était le ceintre principal du berceau; par les points de division a, b, c, d, qui sont sur la courbe Hz, on menera les normales aa′, bb′, cc′, dd′, à cette même courbe, que l'on arrêtera aux points a′, b′, c′, d′ de la courbe EGF; par ces points a′, b′, c′, d′, on menera les normales a′i, b′k, c′l, d′n, à cette dernière courbe EGF, lesquelles normales rencontreront respectivement les projections verticales des lits des

assises du mur, aux points i, k, l, n; par les points de division h, g, f, e, de l'arc Fz, on mènera les normales hh', gg', ff', ee', à ce même arc Fz, que l'on terminera aux points h', g', f', de la courbe KIH, et la dernière au point p de la droite lq; par les points h', g', f', e', et d' on mènera les normales h's, g'r, f'q, e'o, et d'm, qui rencontreront les projections verticales des lits des assises du mur aux points s, r, q, o, m, et l'appareil sera disposé. D'après cette disposition, les plus grands panneaux de tête des assises successives des voussoirs seront les figures $t'Haa'it^3$, $aa'ii'i^2kb'b$, $bb'kk'k^2lc'c$, cc'lnd'd, dmpe, oe'eff'q, etc. On observera que les coupes supérieures des contre-clefs, et celles de la clef elle-même, seront entaillées à mi-épaisseur du mur, pour que ces coupes soient normales à chaque ceintre de face. Sans doute cela est un inconvénient, mais il est inévitable, si l'on veut que l'appareil ne soit pas difforme sur les faces du mur.

Pour avoir les projections horizontales des arrêtes des douëlles, on supposera une suite de plans verticaux parallèles aux faces du mur dont les traces horizontales seront les droites ST, UV, et on décrira les projections verticales S'e'T', U'd'V', des intersections de ces plans avec l'intrados du berceau. Par les points a, a^2, a^3, a', on abaissera, à la ligne de terre EK, les perpendiculaires aa^4, a^2a^5, a^3a^6, $a'a^7$, qui rencontreront les droites CD, ST, UV, AB, respectivement aux points a^4, a^5, a^6, a^7, par lesquels on fera passer la courbe $a^4a^5a^6a^7$, qui sera la projection horizontale de la première douëlle. On aura, de la même manière, celles $b^4b^5b^6b^7$, $c^4c^5c^6c^7$, $d^4d^5d^6d^7$, $e^4e^5e^6e^7$, etc., des autres arrêtes des douëlles, et en déterminant celles des extrémités des coupes, comme s'il s'agissait d'un berceau droit, l'épure sera terminée.

Pour avoir les véritables courbures des arrêtes des douëlles, on prolongera les droites DC, TS, VU, BA, indéfiniment; on mènera quelque part la droite ut, perpendiculaire à Bu'; on fera les ordonnées uu', vv', xx', respectivement égales aux distances aa^2, aa^3, aa'; par les points u', v', x', t, on fera passer la courbe u'v'x't, qui sera la cerce de l'arrête supérieure de la première douëlle. On aura les cerces t^2u^2, t^4u^3, t^6u^4, des autres douëlles de la même manière. On observera qu'il suffira d'avoir les cerces pour les arrêtes des douëlles de la moitié du berceau, en ce que les arrêtes correspondantes sont symétriques, mais il faudra avoir l'attention de tourner ces cerces bout par bout, quand, par exemple, après avoir tracé le premier voussoir à gauche, on voudra tracer le premier à droite, et ainsi des autres.

Quant à la manière de tracer les voussoirs, je ne crois pas avoir besoin

de l'expliquer en détail; car, d'après ce qui précède, on doit la concevoir sans peine, en faisant usage des panneaux de tête, et des cerces que nous venons d'expliquer. Ainsi je me contenterai de dire que, en creusant la douëlle, de chaque voussoir, on aura soin de faire glisser la cerce, prise sur le ceintre de face, parallèlement à elle-même, sur les arrêtes inférieure et supérieure de cette douëlle.

Les berceaux biais, faits de cette manière, se désignent par l'expression de *biais passés*.

443. Second Exemple. Si l'on veut effacer les aiguités d'angle que donne la rencontre très-oblique de l'intrados du berceau et des faces du mur, et par conséquent donner, au berceau, toute la solidité possible, on pliera les jambages de la manière indiquée par les droites A'A, AC, CC', et B'B, BD, DD' (fig. 378), de sorte que les droites AB, CD qui passent par les points d'intersections A et B, C et D, soient parallèles aux traces horizontales A'B', C'D', des faces du mur. Par ce moyen, le berceau biais sera compris entre deux berceaux droits dont les intrados rencontreront par conséquent, à angle droit, les faces du mur; du reste, on disposera l'appareil comme dans l'exemple précédent, et on tracera l'épure exactement comme nous l'avons expliqué ci-dessus, de sorte que, si l'on en a besoin, on pourra relire cette explication, pour l'appliquer à l'épure de la fig. 378, où nous avons eu soin de mettre les mêmes lettres indicatives.

ENCORBELLEMENS, OU SAILLIES EN PORTE A FAUX AU-DELA DU NU D'UN MUR QUELCONQUE.

444. Les encorbellemens servent à soutenir des balcons ou des couloirs, etc., qu'on pratique en saillie sur la face d'un mur quelconque, de sorte qu'ils semblent être collés et suspendus contre la face de ce mur. On soutient quelquefois ces saillies par plusieurs assises de pierres posées horizontalement en avant les unes sur les autres, et arrondies, sur la face, en forme de consoles. Souvent ces assises ne sont point continues, et forment de véritables consoles placées à distances les unes des autres. Mais ces saillies prennent particulièrement le nom d'*encorbellement* dans le cas où, les assises étant continues, elles forment une surface régulière dépendante de celle du mur. Dans le cas où la face du mur est plane, la surface de l'encorbellement est cylindrique; dans celui où la face du mur est cylindrique ou conique, droite ou oblique, celle de l'encorbellement est une surface annulaire; cette surface pourrait être sphérique dans le cas où la face du mur est concave.

Quand la saillie n'est pas considérable, on peut faire les encorbellemens

par assises horizontales, comme s'il s'agissait d'un berceau, d'une voûte annulaire ou d'une voûte sphérique, en n'employant que des pierres assez larges ou assez longues pour qu'elles puissent porter, non-seulement la saillie de l'assise dont elles font parties, *mais encore l'épaisseur du mur*. Dans le cas où la saillie serait un peu grande, et qu'on n'aurait pas de pierres d'assez fortes dimensions pour remplir la condition précédente d'un seul morceau, on pourrait disposer l'appareil ainsi qu'il suit :

Supposons que les droites AB, CD (fig. 379) soient les traces horizontales des faces d'un mur droit, et que la figure AEFGC soit la section droite d'un encorbellement cylindrique pratiqué dans le mur droit en question. Cela posé, on divisera la courbe AE en autant de parties égales qu'on voudra; par les points de division S, T, on menera les droites SU, TV, normales à la courbe AE, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre des projections verticales des lits correspondans des assises du mur; on déterminera les projections verticales KN, $S'S^2$, $T'T^2$, E'Q, et les projections horizontales g'k', h'i', HR des arrêtes des douëlles; on déterminera, de même, les projections verticales $U'U^2$, $V'V^2$, $G'G^2$, et les projections horizontales U^4U^5, $m'V^5$, des extrémités des coupes, comme si l'on voulait appareiller l'encorbellement par assises horizontales. Cela fait, on divisera la longueur de l'encorbellement en un certain nombre de parties égales entre elles, et égales, à peu près, à la hauteur MO. Supposons que la distance KL soit une de ces parties, et LN une demie : sur chacune de ces parties telle que KL, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercles, telle que KOL; on divisera chacune de ces demi-circonférences, en un même nombre de parties égales, et par les points de division et le centre M de chaque demi-circonférence, on menera des droites ap, bq, cr, sd, et fu, que l'on regardera comme les projections verticales des coupes d'une trompe en voussure, et que l'on raccordera avec les projections verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes de l'encorbellement, considéré comme s'il était appareillé par assises horizontales, ainsi qu'on le voit dans l'épure. Ensuite on décrira le ceintre principal vrx d'un trompillion, et on cherchera 1°. la projection horizontale v'r's'x' de l'arrête apparente de ce trompillion; 2°. celles p'g', q'h', r'c', s'd', t'i', u'k', des intersections des plans des coupes des espèces de trompes dont il s'agit, avec l'intrados de l'encorbellement; 3°. celles des extrémités des coupes des trompes, et des intersections de ces dernières avec celles de l'encorbellement, ainsi que les lignes de construction l'indiquent, et l'épure sera terminée.

Si le mur était cylindrique ou conique, on opérerait d'abord comme pour

une voûte annulaire, et ensuite, après avoir distribué les trompes sur la projection horizontale de la courbe de naissance de l'encorbellement, on dirigerait les lignes HI de milieu de ces trompes, de manière que ces lignes fussent normales à la projection horizontale de la courbe de naissance de l'encorbellement. Cela fait, on déterminerait la projection verticale d'une seule trompe dans un plan de projection dont la ligne de terre serait perpendiculaire à la droite HM du milieu. Du reste, on se conduirait comme il vient d'être dit.

DES VOUTES GOTHIQUES.

Quoique l'architecture gothique ne soit plus de mode, nous avons des édifices de ce genre qui sont trop importans pour n'être pas conservés. Ainsi on peut s'attendre tous les jours à avoir des voûtes gothiques à reconstruire; il serait donc nécessaire que j'en donnasse quelques exemples. Mais ces voûtes ne sont pas assez difficiles pour que je les explique en détail au lecteur qui m'aura suivi jusqu'ici. En effet, elles ne se composent que d'arcs-doubleaux ou nervures isolés les uns des autres, excepté à la naissance, où ils se trouvent engagés intérieurement les uns dans les autres, de sorte que, s'il y a quelque difficulté, elle n'a lieu que sur les deux ou trois premières assises, et on conçoit qu'elle ne peut pas être bien grande. Les vides que laissent entre eux ces arcs-doubleaux, sont toujours remplis par de la maçonnerie en moëllons ou en briques posés sur mortier ou sur plâtre, ce qui lève toutes les difficultés que ces remplissages pourraient offrir si on les faisait en pierres de taille. Ainsi, le plus difficile, dans la reconstruction de ces voûtes, sera toujours de relever exactement les courbures des ceintres des ars-doubleaux, car ils ne sont pas toujours de véritables arcs en ogive. Il faudra relever ces ceintres avant que l'ancienne voûte ne soit démolie, ou si elle n'existe déjà plus, et qu'il n'y en ait pas de semblables dans l'édifice, on déterminera ces ceintres comme on le jugera le plus convenable, en ayant l'attention, pourtant, de prendre les centre des arcs de cercle qui les composeront, sur le plan horizontal des naissances.

Outre les nervures principales, ces sortes de voûtes sont assez souvent décorées d'autres petites nervures de compartimens, auxquelles on donne les noms de *tierçerons*, de *liernes*, dont on déterminera les ceintres facilement. Je n'insisterai donc pas davantage sur ces voûtes, et je renverrai le lecteur, qui ne se contenterait pas de ce que je viens d'en dire, aux ouvrages de Frezier et de Rondelet, où il en est question avec un peu plus de détail.

Je pourrais multiplier beaucoup plus les exemples de voûtes sortant de l'ordre ordinaire, mais comme la plupart de ces voûtes n'est presque d'aucune utilité, et que d'ailleurs je crois avoir mis le lecteur en état de faire toutes celles qu'il pourra imaginer, je m'en tiendrai à ce qui précède, pour passer à des choses plus indispensables.

CHAPITRE XXV.

Digressions sur les Voûtes.

La coupe des pierres est, sans contredit, une des parties de l'architecture qui contribuent le plus à la beauté et à la solidité des édifices; mais aussi lorsqu'on en abuse, comme l'ont fait les architectes et les constructeurs d'une certaine époque, on s'éloigne bientôt des règles du bon goût, des lois de la stabilité, et des bornes que prescrit l'économie. Il ne suffit donc pas de savoir faire tout ce qu'il est possible d'imaginer, il faut encore savoir choisir et discerner ce qui est le plus convenable suivant les cas. C'est pour cette raison que je crois devoir ajouter quelques digressions à ce que j'ai déjà dit sur les différentes espèces de voûtes, afin qu'après avoir expliqué la manière de faire toutes celles qu'on peut se proposer, je puisse signaler ce qu'on doit éviter pour ne pas violer les convenances, et ce qu'on doit préférer pour s'y conformer.

445. On se permet quelquefois de faire des plates-bandes sur les encoignures des maisons pour pratiquer des portes ou des fenêtres sur ces mêmes encoignures; cependant ces plates-bandes ne sont pas solides; 1°. parce que la charge de l'encoignure qu'elles soutiennent est toujours beaucoup plus considérable que celle que ces mêmes voûtes soutiennent lorsqu'elles sont pratiquées au travers d'un simple mur; 2°. parce qu'elles poussent au vide, et mettent les encoignures en porte-à-faux, ce qui peut occasionner des désunions dans les parties supérieures des murs, et un écrasement sur l'arrête extérieure de la dernière assise de chaque jambage. D'ailleurs, la forme de ces portes ou fenêtres est très-désagréable à la vue, et par conséquent de mauvais goût. Je ne parle pas des aiguités d'angle qui ont lieu dans les

jambages et dans les claveaux de la plate-bande, quoique ce soit une chose très-nuisible, tant à la solidité qu'à la décoration.

On se permet aussi assez souvent d'établir des trumeaux sur le milieu de grandes plates-bandes, ce qui est, non-seulement un abus, mais un très-grand vice de construction. Aussi est-on presque toujours obligé de soutenir la clef par une colonne en fer ou en bois, ce qui n'est pas sans inconvénient. En effet, si la plate-bande vient à fléchir tant soit peu, la clef se trouve fortement comprimée sur la colonne qui résiste, et comme le dessus de cette colonne a toujours fort peu d'étendue, il peut, en quelque sorte, agir comme un coin, et faire fendre et éclater la clef en plusieurs endroits. Je sais bien qu'on peut y remédier en partie, mais ce n'est que par des moyens artificiels, qui ne sont pas de longue durée, ou qui sont dispendieux. Quand on est absolument obligé d'établir ainsi un trumeau en porte-à-faux, on doit substituer une arcade à la plate-bande, ou au moins soutenir la clef de cette dernière par un petit jambage, en pierre dure, comprenant toute l'épaisseur du mur, n'eut-il, dans l'autre sens, que 10 à 12 centimètres d'épaisseur. Par ce moyen, cette clef serait soutenue dans une plus grande étendue, et résisterait mieux à la charge du trumeau. Je conçois bien que ce jambage en pierre gênerait davantage que la petite colonne en fer, mais si la commodité est importante, la solidité l'est encore plus.

446. C'est un abus de coupe des pierres que de pratiquer des berceaux sur les encoignures des maisons, presqu'aussi grand que d'y pratiquer des plates-bandes, et pour les mêmes raisons. On peut, sans inconvénient grave, établir un trumeau sur une arcade ou berceau, pourvu qu'elle soit au moins à plein ceintre; car si elle était un peu trop surbaissée, l'inconvénient serait presqu'aussi grand que dans le cas des plates-bandes. Je ne m'arrêterai point à réfuter les arcades à cul-de-lampe; il y a long-temps qu'on ne fait plus d'aussi ridicules constructions; mais je ne puis me dispenser d'engager le lecteur à ne pas faire trop obliques les portes en berceau ou en plates-bandes, sous le prétexte mal fondé de disposer les tableaux des jambages parallèlement à l'axe d'une rue, d'une avenue, etc. Il vaut infiniment mieux faire ces tableaux parallèles à une normale à la trace horizontale de la face extérieure du mur, menée au milieu de la largeur de la porte, surtout quand le mur est cylindrique ou conique, afin d'éviter de grandes aiguités d'angle dans les voussoirs et les jambages, ce qui produit un bien plus mauvais effet que le défaut d'alignement des tableaux avec la rue, l'avenue, etc., qui n'est presque pas apparent, tandis que la difformité de la porte occasionnée par une trop grande obliquité choque au premier coup-d'œil, surtout lorsqu'elle est

ornée de quelque décoration. D'ailleurs, cette grande obliquité, ainsi que nous l'avons fait remarquer au n°. 442, nuit beaucoup à la solidité de la porte. Lorsqu'on fait une porte en berceau biais dans un mur en talus, et qu'on fait les largeurs des douëlles égales sur la courbe de la section droite, ces mêmes largeurs ne sont pas égales sur le ceintre de face; quelques constructeurs regardent cela comme un défaut, et ils y remédient par un défaut plus grand : ils font égales les largeurs des douëlles sur le ceintre de face, ce qui rend ces mêmes largeurs inégales sur le ceintre principal, et ce qui, dans certain cas, occasionne des défectuosités dans l'appareil et dans la forme de l'intrados.

Lorsqu'on pratique une porte dans un mur cylindrique ou conique, on devrait faire cette porte conique au lieu de la faire cylindrique, par la raison que les tableaux des jambages, les douëlles et les coupes du berceau forment des angles beaucoup plus aigus que dans le cas de la voûte conique, surtout les tableaux des jambages, qui n'en forment plus du tout quand la porte est conique, puisqu'on peut faire les traces horizontales des tableaux, normales à celle de l'une de faces du mur, et quelquefois à celles de toutes les deux. Je n'ai rien à ajouter à ce que j'ai dit sur les berceaux se pénétrant entre eux, ou pénétrant une voûte quelconque; je n'ai rien à dire non plus au sujet des berceaux en descente et des portes coniques, ayant déjà dit, sur toutes ces voûtes, ce que j'ai cru nécessaire et suffisant pour les bien construire.

447. A l'égard des trompes coniques, nous avons déjà dit au chapitre X, que le bon goût avait proscrit leur usage dans l'architecture civile, et c'est avec de bien bonnes raisons. C'est surtout dans les trompes en voussure, que les architectes et les constructeurs d'une certaine époque ont fait preuve de mauvais goût : mais alors la belle architecture consistait dans la difficulté vaincue, et ceux qui l'exerçaient n'avaient de réputation qu'en raison des choses bizarres, mais difficiles, qu'ils avaient exécutées : il ne faut donc pas s'étonner s'ils se sont si fort écartés des convenances.

448. Quant aux voûtes plates servant de plafond à une salle quelconque, je répéterai qu'on doit toujours disposer les assises parallèlement aux faces intérieures des murs de la salle; qu'il faut éviter la prétendue beauté des appareils en compartiment, ce qui occasionne souvent des angles aigus, toujours beaucoup de main-d'œuvre et de déchet de pierre, et jamais qu'un effet plus ou moins bizarre. On ne doit pas abuser de l'usage des voûtes plates, quoiqu'elles soient assez solides lorsqu'elles sont faites comme nous l'avons expliqué, et qu'on apporte beaucoup de soin dans leur exécution; on ne doit les employer que dans de petites salles, ou dans de petits vestibules. Si

l'on voulait en faire usage dans de grandes salles ou dans de grands vestibules, il faudrait les soutenir par un nombre plus ou moins grand de colonnes disposées en quinconce ou autrement, pour en soutenir la charge qui pourrait devenir énorme sur les premières assises de claveaux, et faire fendre et briser les pierres.

449. Je n'ai rien à dire ici au sujet des voûtes en arc de cloître : ces voûtes sont toujours très-solides, n'ayant presque pas de poussée, d'un bon effet, et susceptibles de décoration, lorsqu'on les dispose ainsi que nous l'avons expliqué en son lieu. On peut en faire usage dans les salles, les vestibules, etc. On peut aussi les établir sur des architraves appareillées en plates-bandes, et soutenues par des colonnes.

450. Les voûtes en arrêtiers sont beaucoup moins solides, et à moins de les faire à doubles arrêtiers, elles ne permettent pas de tirer la lumière par le haut, ce à quoi les voûtes en arc de cloître se prêtent parfaitement. Cependant j'ai vu un projet académique où le jeune artiste avait cru pouvoir appareiller les voûtes en arrêtiers simple, de manière à tronquer le sommet pour tirer le jour qui devait éclairer la salle qu'il avait ainsi voûtée; mais il se trompa et manqua doublement aux convenances, car outre que ces tronquatures étaient contraires à la solidité, elles l'étaient encore aux règles de la décoration. En pareil cas, il vaut beaucoup mieux substituer une voûte en pendentif à la voûte en arrêtier, ou, je le répète, faire cette dernière à doubles arrêtiers. Quand la voûte en arrêtier a un grand nombre de lunettes, les doubles arrêtiers sont indispensables pour effacer les aiguités d'angle qui se trouvent vers les arrêtiers.

451. Tout ce que j'ai à dire ici sur les voûtes sphériques, sphéroïdes, ellipsoïdes, etc., se réduit à désapprouver différentes manières de les appareiller, qui sont contraires à la solidité, et qui n'ajoutent rien de réel à la décoration.

Nous avons déjà dit, et on l'a senti facilement, que la meilleure manière d'appareiller ces sortes de voûtes était de disposer les assises des voussoirs horizontalement. Cependant on se permet quelquefois de disposer ces assises de manière qu'elles se trouvent comprises entre des plans verticaux, dont les traces horizontales forment des triangles, des quadrilatères et même des polygones d'un plus grand nombre de côtés. De là il résulte des voussoirs en enfourchement qui sont tellement amincis par le bas, qu'ils n'ont presque pas de consistance. En outre, ces voussoirs en enfourchement occasionnent un déchet de pierre énorme, et beaucoup plus de main-d'œuvre que les voussoirs ordinaires. Voici un exemple de

voûtes sphériques appareillées de cette manière, les projections horizontales des arrêtes des douëlles formant des carrés, situés les uns dans les autres, de sorte que les côtés sont respectivement parallèles, et que les centres coïncident.

Supposons que les arcs de cercle AB; A'B' (fig. 380), soient les quarts des traces horizontales des faces du mur cylindrique sur lequel la voûte sphérique doit être établie; que cette voûte soit extradossée uniformément; que la droite GC, parallèle à A'c, soit la ligne de terre, et qu'on ait décrit la projection verticale EF du demi-ceintre de l'intrados et celle GH de celui de l'extrados de la voûte. Cela posé, voici comment on opère et comment on dispose les assises.

On divise d'abord les arcs de cercle AB, EF, chacun en deux parties égales, le premier au point D, et le second au point D'. On divise ensuite les arcs DA et DB, D'E et D'F, chacun en un même nombre de parties égales, en ayant soin, toutefois, que les distances AI et BM, EI' et FM' ne soient que de demi-parties.

Cela fait, pour avoir les projections horizontales des arrêtes des douëlles, par les points de division de l'arc de cercle AB, on mène les droites Ii, a^6k, Dd, Ll, Mm, et les droites Im^3, a^6l^4, Dd^3, LL^4, MM^4, respectivement parallèles aux rayons Bc, Ac, et les droites Ii, a^6k, Dd, MM^4, LL^4, Dd^3, sont les moitiés des projections demandées pour une suite d'assises qui forment des espèces de trompes ou de niches, ainsi que nous allons le concevoir.

Les droites Dd et Dd^3, ll^3 et l^3l^4, mm^4 et m^4m^3, sont les demi-projections demandées qui forment des carrés. Pour avoir les projections verticales des mêmes arrêtes, on joint les points correspondans de division des deux quarts de cercle AB, EF, par les droites II', a^6K', DD', LL', MM', et les parties i'I', k'K', d'D', k^3L', $M'i^3$, de ces droites, sont les projections verticales des arrêtes dont les projections horizontales sont les droites Ii, a^6k, Dd, l^3l, m^4m. Pour avoir les projections verticales des autres arrêtes, par le point C, comme centre, et avec les rayons Cm', Cl', Cd', Ck', Ci', on décrit les quarts de cercle $m'm^2$, $l'l^2$, $d'd^2$, $k'k^2$, $i'i^2$. Les trois premiers de ces quarts de cercle sont respectivement les projections verticales des arrêtes dont les projections horizontales sont les droites MM^4, LL^4, Dd^3, et les portions k^3k^2, i^3i^2 des deux derniers sont celles des arrêtes dont les projections horizontales sont les droites l^3l^4, m^3m^4. Ayant obtenu les projections des arrêtes des douëlles, on obtiendrait celles des extrémités des coupes, exactement de la même manière, ainsi que les lignes de construction l'in-

diquent dans l'épure. On voit aussi, dans l'épure, comment on doit opérer pour avoir les projections des joints par tête des voussoirs, tant pour les arrêtes qui sont sur l'intrados, que pour celles qui sont sur l'extrados et celles qui sont dans les coupes.

Si la voûte était sphéroïde, les quarts de cercle $m'm^2$, $l'l^2$, $d'd^2$, etc., se changeraient en demi-courbes semblables à la courbe génératrice EF de l'intrados de la voûte. Si c'était une voûte ellipsoïde, et que la ligne de terre GC fût perpendiculaire à l'axe de rotation de l'intrados, ces courbes resteraient des quarts de cercle, mais ils seraient changés en quarts d'ellipses semblables au quart d'ellipse générateur EF, dans la projection verticale dont la ligne de terre serait parallèle au même axe de rotation. On conçoit que dans le cas de la voûte ellipsoïde, il faudrait les deux projections verticales dont nous venons de parler, et les projections horizontales des arrêtes des douëlles formeraient, non pas des carrés comme dans les voûtes sphériques ou sphéroïdes, mais des rectangles dont les côtés seraient parallèles aux axes de l'ellipse de naissance de la voûte.

Je ne m'arrêterai point à expliquer la manière de tracer les pierres de ces voûtes, pour deux raisons; la première est que n'approuvant pas cette disposition d'appareil, je ne dois pas regarder comme nécessaire qu'on sache les exécuter; et la seconde est que, au point où nous sommes parvenus, le lecteur n'a pas besoin de mes explications sur cet objet.

452. Relativement aux niches, je ne crois pas avoir besoin d'ajouter grand' chose à ce que j'en ai dit au chapitre qui les concerne. Je me bornerai donc à recommander de n'en faire usage que dans les circonstances où elles peuvent produire un bon effet; c'est-à-dire de ne les employer que dans les murs droits, et dans les murs cylindriques droits, pour ne pas manquer le but qu'on se propose, qui est la décoration.

453. En traitant des portes en voussures, je crois avoir assez fait sentir qu'il n'y en avait pas un grand nombre de recommandables sous le rapport des formes; qu'on devait s'en tenir au petit nombre que j'en ai donné, et que même parmi celles-là, il y avait encore un choix à faire, que j'ai indiqué.

Ce genre de voûtes a fourni un champ fécond à ceux qui faisaient consister la beauté de l'architecture dans la difficulté vaincue; aussi en rencontre-t-on de nombreux exemples dans plusieurs villes de France, qui diffèrent les uns des autres, tant par leurs formes apparentes, que par la manière plus ou moins recherchée dont elles sont appareillées.

454. Je n'ai rien à ajouter à ce que j'ai dit en détail sur les pénétrations

réciproques des voûtes, mais je répéterai qu'on doit toujours chercher tous les moyens possibles d'éviter les occasions qu'on a trop souvent recherchées d'étonner le spectateur par une fausse hardiesse, ainsi qu'on en voit un exemple dans la pénétration du berceau en descente qui conduit à la terrasse, avec la voûte du grand escalier de l'Observatoire de Paris, car si ces tours de force surprennent les personnes qui n'entendent pas la coupe des pierres, ils choquent, en revanche, tous ceux qui sentent les défectuosités de ces prétendues merveilles, qui, pour la plupart, sont beaucoup moins difficiles qu'elles ne sont contraires aux principes de construction.

455. Les pendentifs sont préférables aux voûtes en arrêtiers, et peuvent presque toujours les remplacer. Ces voûtes permettent de tirer le jour par en haut sans aucune espèce d'inconvénient, et se prêtent bien à la décoration. Nous avons expliqué la meilleure manière de les appareiller, mais on les appareille aussi de deux autres manières, que je désapprouve, et que je vais pourtant placer ici.

Première Manière. Cette première manière d'appareiller les pendentifs consiste à comprendre les assises des voussoirs entre des plans verticaux, parallèles aux faces intérieures des murs. Ainsi, supposons que les droites AP^2 et EP', AP^4 et EP^3 (fig. 381), soient les traces horizontales des faces de la moitié de deux murs contigus, de sorte que le carré AP^2QP^4 soit le quart de celui qui comprend la projection horizontale du pendentif tout entier. Cela posé, on menera la diagonale AQ; on prendra une ligne de terre $F'Q'$ parallèle à la droite P^4Q; on prolongera les droites AP^4, EP^3, P^2Q indéfiniment au-dessus de la ligne de terre $F'Q'$; par le point Q', comme centre, et avec le rayon $Q'D'$, on décrira un quart de cercle $D'D^2$, si le pendentif est sphérique, qui sera la projection verticale de l'intersection, avec l'intrados du pendentif, du plan vertical élevé sur la droite EP'. Avec le rayon QE, et par le point Q', comme centre, on décrira le quart de cercle E^2R, qui sera le demi-ceintre principal du pendentif, et la droite $D'U$, terminée à ce demi-ceintre E^2R, sera la projection verticale de l'intersection, avec l'intrados de la voûte, du plan vertical élevé sur la droite EP^3. On divisera l'arc de cercle E^2U en autant de parties égales qu'on voudra, et l'arc de cercle UR en un autre nombre de parties égales, en observant une demi-division YR pour la demi-clef. Les deux premières assises comprises dans l'arc E^2U seront horizontales, et par conséquent, on en obtiendra les projections, comme nous l'avons expliqué au n°. 436; de sorte qu'il n'y aura que les assises comprises dans l'arc UR qui seront entre des plans verticaux parallèles aux faces intérieures des murs. Pour avoir les projections horizon-

tales de ces dernières assises, par les points de division V, X, Y, on abaissera, à la ligne de terre $F'Q'$, les perpendiculaires VV^2, XX^2, YY^2, qui rencontreront la diagonale EQ aux points V^2, X^2, Y^2, par lesquels on menera, à la droite EP', les parallèles V^2V^3, X^2X^3, Y^2Y^3, et les contours $V'V^2V^3$, $X'X^2X^3$, $Y'Y^2Y^3$ seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Pour avoir les projections verticales des mêmes arrêtes, par les points de division V, X, Y, on menera, à la ligne de terre $F'Q'$, les parallèles VV^4, XX^4, YY^4, qui rencontreront la verticale $Q'R$, aux points V^4, X^4, Y^4; par le point Q', comme centre, et avec les rayons $Q'V^4$, $Q'X^4$, $Q'Y^4$, on décrira les arcs de cercle V^4V^5, X^4X^5, Y^4Y^5, qui rencontreront respectivement les droites VV^5, XX^5, YY^5, aux points V^5, X^5, Y^5, et les contours VV^5V^4, XX^5X^4, YY^5Y^4 seront les projections demandées. Pour avoir les projections des extrémités des coupes, on opérerait d'une manière semblable, ainsi que l'indiquent les lignes de construction.

Si le pendentif avait des arcs doubleaux, on voit assez dans l'épure, la manière d'opérer et celle de disposer l'appareil.

456. Seconde Manière. Cette seconde manière consiste à comprendre les assises du pendentif entre des plans verticaux parallèles aux diagonales du carré formé par les traces horizontales des faces intérieures des murs de la salle. D'après cette condition, après avoir obtenu les projections verticales A^2A^3, $D'D^2$, $D'D^3$ (fig. 382) du demi-ceintre principal de la voûte, et des intersections des plans verticaux élevés sur les droites AD, AB, avec l'intrados du pendentif, on divisera le demi-ceintre A^2A^3 en autant de parties égales qu'on voudra, en observant toujours une demi-division pour la clef, et ensuite, pour avoir les projections horizontales des arrêtes des douëlles, par les points de division I, K, L, M, N, du demi-ceintre, on abaissera, à la ligne de terre A^2Q^2, les perpendiculaires II^6, KK^2, LL^2, MM^2 NN^2 qui rencontreront la droite $A'Q$ aux points I^6, K^2, L^2, M^2, N^2; par le point Q, comme centre, et avec les rayons QI^6, QK^2, QL^2, QM^2, QN^2, on décrira les arcs de cercle I^6I^9, K^2K^3, L^2L^3, M^2M^3, N^2N^3, que l'on terminera à la diagonale QA aux points I^9, K^3, L^3, M^3, N^3, par lesquels on menera, à la diagonale QB, les parallèles I^7I^8, K^4K^5, L^4L^5, M^4M^5, N^4N^5, que l'on prolongera jusqu'à leurs rencontres aux points I^{10}, K^{10}, L^{10}, M^6, N^6, avec l'arc de grand cercle AB décrit du point Q comme centre, avec le rayon QA. On menera les droites N^4N^{10}, M^4M^{10}, $L^{11}L^{12}$, $K^{11}K^{12}$, $I^{11}I^{12}$, parallèles à la diagonale QA, et distantes du point Q des quantités respectives QN^3, QM^3, QL^3, QK^3, QI^9, et on aura la moitié des projections horizontales des arrêtes des douëlles du pendentif. Pour avoir les

projections verticales des mêmes arrêtes dans le plan dont la ligne de terre est la droite A^2Q^2, il faut déterminer d'autres projections verticales des mêmes arrêtes, dans un plan vertical élevé sur la diagonale QB, ou parallèles à cette même diagonale. Pour avoir ces dernières projections, par les points I^{10}, K^{10}, L^{10}, M^6, N^6, où les prolongemens des projections horizontales, des arrêtes en question, vont rencontrer l'arc de cercle AB, on abaissera, à la droite QB, les perpendiculaires $I^{10}a$, $K^{10}b$, $L^{10}c$, M^6d, N^6e; par le point Q, comme centre, et avec les rayons Qa, Qb, Qc, Qd, Qe, on décrira les arcs de cercle indéfinis aa^2, bb^2, cc^2, dd^2, ee^2; par les points I^8 et I^7, K^4 et K^5, L^4 et L^5, on abaissera à la droite QB, les perpendiculaires I^8a' et I^7a^2, K^4b' et K^5b^2, L^4c' et L^5c^2, lesquelles rencontreront respectivement les arcs de cercle aa^2, bb^2, cc^2, aux points a' et a^2, b' et b^2, c' et c^2, par lesquels et le point Q on fera passer les courbes $Qa'b'c'$, $Qa^2b^2c^2$, qui seront les projections verticales des intersections presqu'entières avec l'intrados du pendentif, des plans verticaux élevés sur les droites AB, AD, et les arcs de cercle $a'a^2$, $b'b^2$, $c'c^2$, seront celles des arrêtes des premières assises du pendentif, lesquelles assises sont isolées de leurs correspondantes et sont interrompues par les murs contigus de la salle. Par les points M^4 et M^5, N^4 et N^5, on élevera, à la droite QB, les perpendiculaires M^4d' et M^5d^2, N^4e' et N^5e^2, qui rencontreront respectivement les arcs de cercle dd^2, ee^2, aux points d' et d^2, e' et e^2, et les arcs de cercle $d'd^2$, $e'e^2$ seront les projections verticales des arrêtes des douëlles dont les droites M^4M^5, N^4N^5 sont les projections horizontales. Ce sont les arcs de cercle $a'a^2$, $b'b^2$, $c'c^2$, $d'd^2$, $e'e^2$ qui donneront les cerces au moyen desquelles on tracera les arrêtes des douëlles des pierres.

Si maintenant on veut avoir les projections verticales des mêmes arrêtes de douëlles sur le plan dont la ligne de terre est la droite A^2Q^2, celles, par exemple, dont la droite L^4L^5 est la projection horizontale, on prendra des points g, L^7, h, sur l'arc de cercle $c'c^2$, dont un L^7 sera au milieu de cet axe, et les autres g et h à égales distances du milieu; par les points h, g, on abaissera, à la droite QB, les perpendiculaires hh', gg', lesquelles rencontreront la droite L^4L^5 aux points h', g^2, par lesquels et les points L^3, L^4 on élevera, à la ligne de terre A^2Q^2, les perpendiculaires $h'h^2$, L^3L^{16}, g^2g^3, L^4L^{15}; par le point L^{15} où la droite L^4L^{15} rencontre l'arc de cercle $D'D^3$, on menera, à la ligne de terre A^2Q^2, la parallèle $L^{15}L^{17}$, qui rencontrera la droite $D'D^2$ au point L^{17}; par le point L on menera, à la ligne de terre A^2Q^2, la droite LL^{16}, qui rencontrera la droite L^3L^{16} au point L^{16}; on fera les hauteurs h^3h^2, g^4g^3, chacune égale à $g'g$, et par les points L^{17}, h^2, L^{16}, g^3, L^{15}, on fera passer la

courbe $L^{17}L^{16}L^{15}$, qui sera la projection demandée. On opérerait de la même manière pour avoir les projections semblables des autres arrêtes de douëlles. Enfin, en examinant l'épure avec attention, on découvrira, par l'enchaînement des lignes de construction, la manière d'obtenir les projections des extrémités des coupes et des arrêtes des joints par tête des voussoirs.

Quant aux pendentifs en voussure, je me contenterai de dire que le seul appareil qui leur convienne, est celui dont nous avons donné un exemple au n°. 441. Cependant on les appareille quelquefois d'une autre manière, qu'on désigne par l'expression d'*appareil en panache*, mais dans ce cas les assises de la voussure se lient si mal avec les assises horizontales des piliers qui soutiennent le pendentif, que je regarde comme inutile d'en donner ici un exemple, et je termine là mes digressions.

CHAPITRE XXVI.

Appareil des piédestaux, des colonnes, des entablemens et des frontons.

Si je ne considérais l'appareil de ces élémens d'édifices que sous le rapport des difficultés géométriques qu'il présente, on conçoit que je n'aurais rien d'important à dire sur ce sujet; mais en l'envisageant sous le double point de vue de la solidité et de la décoration, il devient nécessaire que je donne des explications propres à faire sentir les convenances. Pour ne pas sortir de mon sujet, je supposerai que le lecteur a étudié ce qu'on appelle *les cinq ordres d'architecture*, et, conséquemment, qu'il en connaît tous les détails.

APPAREIL DES PIÉDESTAUX.

457. Les piédestaux peuvent être faits de trois morceaux de pierre, dont un pour la base, le second pour le dé, et le troisième pour la corniche. Dans ce cas on peut tellement simuler les joints, en les faisant trouver dans les noirs des moulures, que le piédestal paraisse être formé d'un seul morceau. Cette disposition est bonne sous le rapport de la décoration; mais pour ménager la saillie des moulures qu'on fait porter au dé, on est obligé de faire les quatre faces de ce dernier par refouillement, ce qui occasionne

plus de main-d'œuvre et un plus grand déchet de pierre. De plus, par accident, il arrive assez souvent, qu'en mettant le dé en place, on brise les moulures de la base qui lui sont adhérentes, ce qui oblige ensuite de rapporter des morceaux qui, n'étant jamais assez bien ajustés, choquent plus la vue que si l'on faisait un joint à la limite du congé supérieur de la base du piédestal; d'où je conclus qu'il est préférable, non-seulement sous le rapport de l'économie, mais encore sous celui de la décoration, de ne faire porter aucune moulure au dé.

Si la grosseur des pierres dont on peut disposer, et les dimensions du piédestal, ne permettent pas de faire ce dernier de trois morceaux, on disposera l'appareil par assises horizontales, en observant la plus grande régularité et symétrie dans les joints verticaux et dans la hauteur des assises, et en choisissant les plus grosses pierres possibles, afin que les assises ne soient pas trop minces, et que les liaisons soient bien prononcées.

APPAREIL DES COLONNES.

458. On fait quelquefois les colonnes de trois morceaux, dont un pour la base, un pour le fût, et le troisième pour le chapiteau. Le fût porte l'astragale du chapiteau et le filet supérieur de la base. Cette disposition fait disparaître les joints de telle sorte, qu'on croirait la colonne faite d'un seul morceau; mais cela oblige d'arrondir la colonne par refouillement, afin de ménager la saillie de l'astragale et celle du filet supérieur de la base, et occasionne, par là, une dépense beaucoup plus considérable que si l'on faisait le fût tout uniment, entre les limites des congés de la base et de l'astragale. Il est vrai qu'alors on aurait le désagrément que la jonction de la base et du chapiteau avec le fût serait apparente; mais je ne crois pas qu'on puisse regarder cela comme un inconvénient, et d'autant plus, qu'il arrive presque toujours qu'en mettant le fût en place, on brise le filet, de la base, qui lui est adhérent, et on est obligé de rapporter des morceaux toujours si mal assortis, et si mal ajustés, qu'ils choquent bien davantage que la jonction naturelle de la base et du fût.

Lorsqu'on fait les colonnes par assises horizontales, et que chaque assise est formée par un seul morceau, on donne à ces assises le nom de *tambours*. On ne saurait trop recommander de bien dresser les lits des tambours des colonnes, afin qu'ils portent également dans toute leur étendue. Les accidens arrivés aux piliers du dôme de l'église de Sainte-Geneviève, attestent assez les malheurs qui peuvent résulter de la violation de ce principe si naturel de construction. Quand on fait les lits tant soit peu concaves, les tam-

bours ne portent plus que sur les arrêtes, que la charge fait éclater nécessairement, même lorsqu'on pose les pierres sur un lit de mortier fin, et à plus forte raison lorsqu'on se contente de les couler, puisqu'alors il reste toujours un vide dans le milieu. On doit avoir les mêmes précautions dans le cas où les assises de la colonne sont formées de deux ou d'un plus grand nombre de morceaux; de sorte qu'après avoir posé une assise, on doit la déraser avec le plus grand soin, pour que le lit de dessus soit plan le plus parfaitement possible. Je ne crois pas avoir besoin de dire que les morceaux d'une assise doivent être en liaison sur les morceaux de l'assise immédiatement en dessous, et que dans la même assise les morceaux doivent être reliés intérieurement par des queues d'arondes ou de crampons, lorsque leur nombre surpasse deux, et que leur grosseur est médiocre.

APPAREIL DES ENTABLEMENS.

459. Lorsque l'entablement est supporté par un mur, l'architrave et la frise n'offrent pas la moindre difficulté. Quant à la corniche, de quelque manière que l'entablement soit supporté, par des colonnes ou autrement, la meilleure manière de l'appareiller, est de disposer les lits de carrière verticalement, c'est-à-dire, que les pierres doivent être posées de telle sorte que les lits soient en joint. En effet, j'ai remarqué dans plusieurs corniches où l'on avait disposé les lits de carrière horizontalement, que d'assez grandes écornures se manifestaient sur l'arrête inférieure du larmier, soit par l'effet d'une pression latérale, soit par l'effet de la gelée, soit par une autre cause. Il est vrai que je n'ai remarqué ce fait que dans des corniches faites en pierres gelives et dans lesquelles les lits de carrière étaient très-apparens; mais en même temps j'ai remarqué d'autres corniches faites avec des pierres de même qualité, dont les lits de carrière étaient mis en joint, et dans lesquelles je n'ai point aperçu les mêmes dégradations. Lorsqu'une corniche est faite en pierre tendre, il est presque indispensable d'en faire la simaise en pierre dure, surtout lorsque le dessus reste à découvert. Toutes les choses que je viens de dire sont certainement bonnes à observer, mais ce qui est beaucoup plus important encore, ce qui est d'une *nécessité absolue*, et que pourtant on néglige trop souvent *aux dépens de la vie de trop d'ouvriers*, c'est de donner, aux pierres qui forment la corniche, assez de queue, assez de portée sur le mur, non-seulement pour qu'elles ne fassent pas la bascule en avant d'elles-mêmes, mais encore pour qu'elles aient une stabilité convenable sur le mur. La longueur de la queue de chaque pierre doit être *au moins* égale à la saillie de la corniche, et lorsqu'on le peut, on doit la faire égale à l'épaisseur du mur, quand cette

épaisseur est plus grande que la saillie de la corniche. Lorsque l'épaisseur du mur est moindre que la saillie de la corniche et que le mur ne monte pas au-delà de l'entablement, il faut passer une assise en pierre de taille pardessus et sur le derrière de la corniche, pour tenir de devers, ou cramponner les pierres une à une par derrière avec le mur, *en les mettant en place*. C'est surtout les pierres qui forment les retours sur les encoignures, qu'il faut solidement fixer sur les murs.

Quant à la distribution des joints verticaux, elle doit être subordonnée à la décoration de la corniche; ainsi, par exemple, s'il y a des denticules, il faudra faire en sorte que les joints ne tombent jamais sur les denticules, mais dans les noirs; s'il y avait des modillons, on disposerait les joints de manière qu'ils se trouvassent toujours non pas dessus, mais entre les modillons; il en serait de même s'il y avait des consoles.

Si l'entablement est supporté par des colonnes, on fera la corniche d'après les règles que nous venons d'expliquer. Quant à l'architrave, elle sera formée d'une suite de plates-bandes dont les sommiers seront soutenus par les colonnes. Si les entre-axes ne sont pas trop grands, et que les colonnes soient placées entre deux pavillons ou entre deux bâtimens quelconques, on se contentera de relier les claveaux au moyen de goujons ou de Z, comme nous l'avons expliqué au nº. 282. Si les colonnes sont isolées en avant-corps, de manière que l'entablement soit en retour d'équerre de chaque bout, on s'opposera à l'écartement des plates-bandes par le moyen de l'une des armatures en fer que nous avons expliquées au nº. 283.

Si l'architrave n'a pas une hauteur suffisante pour donner aux plates-bandes l'épaisseur qui leur convient, on fera monter les coupes jusqu'au-dessous de la corniche, de sorte que les plates-bandes formeront et l'architrave et la frise, de manière que la corniche posera immédiatement sur l'extrados. Dans ce cas, pour que les deux coupes de chaque sommier ne se rapprochent pas trop l'une de l'autre sur le lit de dessus, on ne fera monter les sommiers que jusqu'au niveau de l'arrête supérieure de l'architrave, et on fera les deux premiers claveaux en état de charge, de manière que les deux claveaux qui s'appuyeront sur le même sommier, viendront se joindre au-dessus de ce sommier par un joint vertical qui comprendra la hauteur de la frise.

S'il s'agissait d'un entablement considérable, on ferait une suite de plates-bandes dans la hauteur de l'architrave, et si l'entre-axe n'était pas trop grand, on ferait la frise par assises horizontales, ou bien, si le cas l'exigeait, on ferait cette frise par une seconde suite de plates-bandes dont les sommiers seraient posés à l'aplomb des colonnes comme ceux de la première

suite, et on relierait ces plates-bandes par des tirans et des ancres en fer. Les tirans seraient placés entre les deux plates-bandes, et les ancres traverseraient les deux sommiers posés l'un sur l'autre, descendraient dans les colonnes, et monteraient en partie dans l'entablement. Si la frise avait une grande hauteur, au lieu de la former par une seconde suite de plates-bandes, on pourrait la former par une suite de berceaux droits surbaissés, dont le ceintre serait, par exemple, un arc de cercle d'environ soixante degrés, comme on le voit indiqué dans la figure 383, que nous allons expliquer en parlant des frontons.

APPAREIL DES FRONTONS.

460. Il faut appliquer à l'appareil des frontons tout ce que nous avons dit sur celui des entablemens, en ayant l'attention de faire, d'équerre à la rampe, les joints par tête des pierres qui forment les corniches rampantes, et de distribuer les joints de manière que les deux pierres qui doivent former les retours au bas du fronton, portent une partie de la corniche horizontale, et une partie de la corniche rampante. Enfin, on s'arrangera de manière à avoir un morceau en forme de clef au sommet du fronton.

Quelle que soit la grandeur d'un fronton, s'il est soutenu par un mur, on appareillera le timpan par assises horizontales. On appareillera ce timpan de la même manière, dans le cas où le fronton sera supporté par des colonnes, fussent-elles isolées en avant-corps, pourvu que le fronton ne soit pas trop considérable. Dans le cas où il s'agirait d'un fronton d'une grande étendue, établi sur des colonnes isolées en avant-corps, on ne saurait mieux faire que d'imiter le moyen employé par Rondelet au fronton de l'église de Sainte-Geneviève, en le modifiant suivant les cas. J'ai cru rendre service au lecteur, en lui donnant ici l'appareil de ce fronton, tel qu'il se trouve dans l'excellent ouvrage sur l'art de bâtir, de cet habile constructeur.

Voici l'explication qu'il en donne lui-même, tome II, page 98.

« Le moyen employé pour les plates-bandes du portail de cet édifice est
» représenté par les figures 383, 384 et 385 : ces plates-bandes ont 5 mètres
» 279 millimètres de portée (16 pieds 3 pouces), et 6 mètres 523 milli-
» mètres (21 pieds 1 pouce) d'un axe de colonne à l'autre; leur lar-
» geur est de 1 mètre 570 millimètres (4 pieds 10 pouces), et 1 mètre
» 10 centimètres (3 pieds 4 pouces 6 lignes) de hauteur : elles sont di-
» visées en 13 claveaux formant trois évidemens, a, b, c, à l'intérieur.
» Les sommiers de ces plates-bandes ont leurs joints inclinés de soixante
» degrés. Les claveaux sont maintenus par deux rangés de T en fer, portant

CHAPITRE XXVII.

Des Escaliers en général, et des Perrons en particulier.

461. Un *Esalier* est la réunion de plusieurs pierres posées en retraite les unes sur les autres, et sert à monter et à descendre d'un étage de maison à un autre, etc.

462. Les pierres qui le composent se nomment *marches* ou *degrés.* La largeur du dessus de la marche, de la face sur laquelle on met le pied, s'appelle *giron.*

Le rapport qui doit exister entre la hauteur et le giron des marches d'un escalier quelconque doit être tel, que la somme de ces deux dimensions soit constamment égale à 49 centimètres (18 pouces) (1) ; de sorte que la hauteur ne peut varier sans que le giron varie en raison arithmétique inverse : c'est-à-dire, que si l'on augmente la hauteur d'une certaine quantité, il faut qu'on diminue le giron de la même quantité, et réciproquement. Le plus ordinairement on donne 33 centimètres (12 pouces) au giron, et 16 centimètres (6 pouces) à la hauteur. Cette proportion est la plus convenable, surtout pour les escaliers extérieurs, en ce qu'elle donne de la solidité aux marches, du caractère à l'escalier, et de la facilité à monter et à descendre.

Dans les escaliers intérieurs des grands édifices, tels que les palais, les hôpitaux pour les malades, les vieillards, etc., on donne moins de 16 centimètres (6 pouces) de hauteur aux marches, et par conséquent plus de 33 centimètres (12 pouces) au giron, afin de rendre l'escalier plus doux, plus facile à monter et à descendre ; mais la moindre hauteur qu'on puisse donner est de 11 centimètres (4 pouces), pour que les marches conservent une solidité convenable.

Dans les escaliers des maisons particulières de peu d'importance, on donne, au contraire, plus de 16 centimètres (6 pouces) de hauteur aux marches, et,

---

(1) Le rapport du mètre au pied ne sera pas rigoureusement observé, mon objet étant d'indiquer les proportions qu'on doit observer, en disposant les escaliers, dans chacun des deux systèmes de mesures, de manière que je n'ai tenu compte que des nombres ronds les plus approchés.

par conséquent, moins de 33 centimètres (12 pouces) de giron, tant pour économiser les marches, que pour ménager l'espace qui se trouve presque toujours assez resserré. Souvent on ne s'assujétit plus à faire en sorte que la somme de la hauteur et du giron soit égale à 49 centimètres (18 pouces) : mais alors les escaliers sont incommodes, et d'un mauvais effet. A moins que l'escalier ne soit tout-à-fait sans importance, on ne doit jamais donner plus de 19 centimètres (7 pouces) de hauteur, et moins de 27 centimètres (10 pouces) de giron aux marches, car passé ces limites, les escaliers deviennent si incommodes, que les vieillards et les personnes faibles ne peuvent plus les monter ni les descendre sans danger.

463. La longueur des marches varie suivant l'importance des escaliers : dans les escaliers de dégagement ou des maisons particulières très-ordinaires, on donne, à cette longueur, depuis environ 54 centimètres (20 pouces), jusqu'à environ un mètre (3 pieds); dans ceux des maisons d'une certaine importance et des hôtels, on fait cette même longueur depuis environ un mètre (3 pieds), jusqu'à environ 2 mètres (6 pieds), et dans ceux des grands édifices, depuis environ 2 mètres (6 pieds), jusqu'à environ 4 mètres (12 pieds), et quelquefois même jusqu'à environ 6 mètres (18 pieds), et au-delà pour certain genre d'escalier.

464. On appelle *palier* un espace horizontal, plus large qu'un giron de marche, qui interrompt l'escalier pour ménager un repos.

La largeur des paliers doit être telle, qu'en montant ou en descendant on puisse toujours faire librement un, deux, trois ou quatre pas sur le palier. La grandeur des pas peut être évaluée à environ 49 centimètres (18 pouces). Le premier pas en montant, doit avoir un giron de plus, parce que le giron de la marche qui vient au niveau du dessus du palier, et qu'on appelle *marche-palière*, se trouve occupé par la longueur du pied qu'on met dessus pour arriver sur le palier, et parce qu'il doit rester encore l'espace nécessaire pour faire un pas ordinaire : d'où il suit que le premier pas demande une distance d'environ 81 centimètres (2 pieds 6 pouces). En conséquence, les paliers d'un pas seront d'à peu près 81 centimètres (2 pieds 6 pouces); ceux de deux pas d'environ 1 mètre 30 centimètres (4 pieds); ceux de trois pas d'environ 1 mètre 79 centimètres (5 pieds 6 pouces), et ceux de quatre pas d'environ 2 mètres 28 centimètres (7 pieds).

Mais ces largeurs ne sont pas tellement déterminées, qu'on ne puisse s'en écarter de quelques centimètres en plus ou en moins, quand les circonstances l'exigent, et il est même des cas où il est impossible de s'y conformer.

465. On appelle *rampe* ou *volée* d'escalier, une suite de marches, non

interrompue, comprise entre deux paliers, ou entre un palier et le sol d'où part l'escalier.

Un usage consacré exige qu'on fasse les rampes d'escalier d'un nombre *impair* de marches; cependant, si, pour se conformer à cet usage, il fallait déranger une disposition heureuse, je crois qu'on pourrait ne pas avoir égard à cette convenance, qui ne paraît fondée que sur un principe de gymnastique peu important, qui consiste à arriver sur le palier du même pied qu'on est parti au bas de l'escalier. Malgré cela ce sera toujours mieux de s'y assujétir autant qu'on le pourra, parce qu'il convient de se conformer aux usages reçus, qui ne sont pas contraires à la raison.

Pour qu'une rampe d'escalier marque et s'annonce d'une manière convenable, il faut qu'elle se compose au moins de trois marches : quand elle n'en a qu'une ou même que deux, elle est souvent fâcheuse dans l'obscurité, et sa masse est pauvre, mesquine. S'il est nécessaire qu'une rampe d'escalier se compose au moins de trois marches, il est nécessaire aussi qu'elle n'en contienne pas plus de 21, car déjà lorsqu'on a monté 21 marches sans se reposer, on éprouve un pressant besoin de rencontrer un lieu de repos. Cette limite supérieure du nombre des marches d'une rampe d'escalier est indiquée, non-seulement par la commodité, le besoin, mais encore par la décoration, ainsi que nous aurons l'occasion de le faire sentir par la suite.

466. À toutes les convenances que nous venons de détailler, il en faut joindre une autre, qui exige impérieusement que toutes les marches d'un même escalier (montât-il jusqu'au quatrième étage) soient parfaitement égales entre elles, et en hauteur, et en giron; car la plus petite différence devient sensible, et fait éprouver un choc désagréable aux personnes qui montent ou qui descendent. Malheureusement on n'observe guère ce principe, et trop souvent, à mesure qu'on monte d'un étage à l'autre, on augmente la hauteur des marches, et on en diminue le giron, c'est-à-dire qu'à mesure que les personnes se fatiguent en montant, on s'efforce à rendre l'escalier plus rude à monter, ce qui est évidemment contraire aux principes les plus importans de gymnastique.

Telles sont les convenances générales auxquelles il faut s'assujétir en composant et en exécutant un escalier quelconque.

467. On peut diviser les escaliers en trois classes: dans la première, on peut comprendre tous les perrons; dans la seconde, tous les escaliers à rampes droites; et dans la troisième, tous ceux à rampes courbes.

468. Les perrons sont des escaliers qui ne comportent point de palier intermédiaire, et qui n'ont, par conséquent, que depuis 3 jusqu'à 2

marches. Ils servent à monter à des terrasses, à des porches, etc., et sont presque toujours à l'extérieur des édifices et à découvert.

Les escaliers à rampes droites sont les plus beaux et les plus importans. Sous le rapport de la construction, on peut en distinguer quatre genres principaux, qui renferment chacun plusieurs espèces. Dans ceux du premier genre, les marches sont scellées par les deux bouts dans deux murs droits presque toujours parallèles, et le dessous de ces marches reste apparent : ces escaliers prennent le nom d'*escaliers à repos entre deux murs*. Dans ceux du second genre, les marches sont supportées par une voûte en descente établie sur deux murs droits parallèles : on les appelle *escaliers à repos voûtés entre deux murs ;* dans ceux du second genre, les marches sont soutenues par une espèce d'encorbellement en descente, on les nomme *escaliers à repos voûtés en voussure, ou en encorbellement.* Dans ceux de la quatrième espèce, les marches sont scellées seulement par un bout dans un mur, et isolées par l'autre bout, où elles portent simplement les unes sur les autres. Le dessous des marches est apparent et compose une surface uniforme. Les escaliers de ce genre s'appellent *escaliers suspendus*. Les escaliers suspendus sont à limon ou sans limon. Le *limon* est une espèce de petit mur suspendu, porté par la tête isolée des marches, sur le dessus duquel on scelle la rampe en fer.

Tous les genres d'escaliers à rampes droites sont susceptibles de servir à l'intérieur des édifices, mais à l'extérieur et à découvert, on ne peut faire usage que des escaliers à repos entre deux murs, ou à repos voûtés entre deux murs.

469. Les escaliers à rampes courbes ne sont ni si beaux ni si commodes que ceux à rampes droites, mais ils sont peut-être susceptibles d'un effet plus pittoresque. Cette classe d'escaliers comprend les mêmes genres que ceux à rampes droites : ainsi on a des escaliers à rampes courbes, à repos entre deux murs, à repos voûtés entre deux murs, à repos voûtés en encorbellement, et des escaliers à rampes courbes suspendus. Ces derniers ont ou n'ont pas de limon. On peut employer tous les genres d'escaliers à rampes courbes à l'intérieur des édifices, mais à l'extérieur et à découvert, on ne peut se servir que de ceux qui sont à repos entre deux murs voûtés ou non.

Tels sont les différens genres d'escaliers possibles. Nous distinguerons les espèces en traitant de chaque genre en particulier. Je terminerai ces considérations générales en faisant observer que dans la disposition des escaliers, on doit avoir principalement en vue, 1°. la solidité, 2°. la commodité; 3°. les effets les plus pittoresques; et 4°. les formes les plus simples et les plus

naturelles. Nous aurons soin, à mesure que nous avancerons, d'expliquer les moyens de satisfaire à ces convenances.

DES PERRONS.

La face du devant des marches des perrons est plane, en partie plane et en partie cylindrique, ou tout-à-fait cylindrique. Dans le premier cas, les perrons sont à une, deux, trois, quatre et même un plus grand nombre de montées, et on dit que les marches sont droites.

DES PERRONS A MARCHES DROITES, ET A UNE SEULE MONTÉE.

470. Premier Exemple. Supposons qu'il s'agisse de monter à un porche, ou à un péristyle, et que la hauteur, à laquelle il faut monter, soit d'environ 1,m 44 (4 pieds 6 pouces). Pour savoir quel est le nombre de marches qu'on doit donner à ce perron, on divisera la hauteur totale 1,m 44 (4 pieds 6 pouces) par la hauteur 16 centimètres (6 pouces) qu'on voudra donner aux marches, et le quotient 9 sera le nombre demandé. Si le quotient n'était pas exact, comme on ne peut pas avoir un nombre fractionnaire de marches, on prendrait le quotient entier qui s'approcherait le plus du véritable, soit en excès, soit en défaut, pour le nombre de marches demandé. Mais alors, si l'on donnait encore aux marches la hauteur qu'on avait choisie, l'escalier arriverait ou trop haut ou trop bas. Pour arriver juste, on divisera la hauteur à laquelle on doit monter, par le nombre qui exprime la quantité des marches, et le quotient sera la hauteur de chaque marche. Ainsi, par exemple, supposons que la hauteur à laquelle il faut monter soit 1,m 35 (4 pieds 1 pouce 6 lignes), et qu'on croie d'abord pouvoir donner 16 centimètres (6 pouces) à la hauteur des marches; on divisera la hauteur totale 1,m 35 (4 pieds 1 pouce 6 lignes), par celle 16 centimètres (6 pouces) des marches, et on trouvera 8 au quotient avec un reste. Ainsi le quotient 8 sera trop petit, mais le quotient 9 serait trop grand. Pour savoir quel est, parmi ces deux nombres, celui qui s'approche le plus des convenances, on divisera la hauteur 1,m 35 (4 pieds 1 pouce 6 lignes), par chacun des nombres 8 et 9, pour avoir la hauteur des marches, et on trouvera que le premier donne environ 168 millimètres (6 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$) et que le second donne 15 centimètres (5 pouces 6 lignes), pour la hauteur demandée. Dans le premier cas les marches seront donc plus hautes d'un peu plus de 8 millimètres (2 lignes $\frac{1}{4}$), et dans le second, elles seront plus basses d'un centimètre (6 lignes) que ce qu'on voulait d'abord. Comme ces deux hauteurs ne s'éloignent pas beaucoup de la hauteur ordinaire, on pourra

prendre le parti qu'on voudra sans inconvénient, de sorte que, si l'on tient plus à l'économie qu'aux autres convenances, on choisira le quotient 8; et si, au contraire, on ne tient pas autant à l'économie, on prendra le quotient 9 pour le nombre des marches.

Ayant déterminé le nombre et la hauteur des marches, on en déterminera le giron, en retranchant leur hauteur de 49 centimètres (18 pouces); ainsi, dans le premier cas, le giron sera de 322 millimètres (11 pouces 9 lignes $\frac{2}{4}$), et dans le second cas de 34 centimètres (12 pouces 6 lignes). Malgré l'augmentation ou la diminution de la hauteur des marches, on pourrait donner exactement 33 centimètres (12 pouces) au giron, et n'avoir pas égard, en conséquence, à ce que la somme de la hauteur et du giron fût égale à 49 centimètres (18 pouces), parce que la dérogation au principe du n°. 462 serait ici peu sensible. Supposons, maintenant, que la hauteur du porche, du péristyle, soit telle, que le perron doive être composé de 9 marches de chacune 16 centimètres (6 pouces) de hauteur, et de 33 centimètres (12 pouces) de giron. Cela posé, voici comment on dessinera la projection horizontale et la projection verticale de l'escalier, ou, pour parler le langage des architectes, comment on dessinera le plan et l'élévation du perron.

Soient les droites AB (fig. 386) la ligne de terre, et EF la projection verticale du sol d'un porche, d'un péristyle ou d'une terrasse; supposons que les marches doivent être scellées, par les bouts, dans deux acrotères dont les projections verticales soient les figures ACdcfeGEhgba, DBqplmF Hikon; d'après nos hypothèses précédentes, la hauteur CG sera de $1^{m},44$ (4 pieds 6 pouces), et il faudra diverser cette hauteur en 9 parties égales, par des droites parallèles à la ligne de terre AB, lesquelles seront les projections verticales des dessus des marches, et, après avoir déterminé l'appareil des acrotères et du mur contre lequel le perron s'adapte, ainsi qu'on le voit dans la figure 386, la projection verticale ou l'élévation du perron sera terminée.

Pour dessiner la projection horizontale, supposons que la droite RS soit la trace horizontale de la face intérieure du mur dont il vient d'être parlé, et qui est, ou le mur de la terrasse, ou celui sur lequel posent les colonnes de face du porche ou du péristyle; supposons de plus que l'on veuille que la projection horizontale du devant de la marche palière coïncide avec la projection horizontale MO de la saillie du couronnement du même mur. Cela posé, on observera que le giron de la marche palière, étant compris dans la largeur du palier d'arrivée, l'avancement de la projection horizontale TU du devant de la première marche, par rapport à la projection horizontale

MO de la saillie dont il vient d'être question, ne sera que de 8 girons. Or, d'après nos conventions, chaque giron doit être de 33 centimètres (12 pouces), les 8 demanderont donc un espace de 2^m,64 (8 pieds), et on menera, en conséquence, la droite TU parallèle à la droite MO et à une distance égale à 2^m.64 (8 pieds), laquelle sera la projection horizontale du devant de la première marche. Les convenances exigent que le devant de cette première marche soit sur le même plan vertical que les faces des deux acrotères ou piédestaux, de sorte que les socles de ces acrotères doivent être en avant-corps sur le devant de la première marche de toute la saillie des bases : on fera donc les distances TK, QU chacune égale à cette saillie, et par les points K et Q on menera les droites IK, QP, qui seront les traces horizontales des faces des socles, et en même temps (dans notre exemple) les projections horizontales de la saillie des corniches des piédestaux. On abaissera les projections horizontales IM et TL, QN et PO des arrêtes supérieures des corniches des acrotères qui sont perpendiculaires à la face du mur, et ensuite on divisera les distances TL, UN en huit parties égales; par les points de division, on menera des droites, comme on le voit dans la figure 386, qui seront les projections horizontales du devant des marches intermédiaires, et la projection horizontale ou le plan du perron sera terminée.

Décrivons, maintenant, la section faite, dans le perron, par un plan vertical perpendiculaire aux devans des marches; pour cela, prenons une ligne de terre $A'C'$ perpendiculaire à la droite MO; prolongeons les projections horizontales du devant de toutes les marches, au-delà de la ligne de terre $A'C'$, et déterminons la projection verticale $A'a'b'd'e'F'D'C'B'G'$ d'un acrotère et de la section faite dans le mur de la terrasse, par le même plan vertical dont nous venons de parler. Cela fait, on divera la hauteur $A'F'$, qui est égale à AE, en 9 parties égales; par les points de division, on menera des parallèles à la ligne de terres $A'C'$, lesquelles rencontreront respectivement les prolongemens des projections horizontales des devans des marches, de manière qu'on aura les projections verticales des devans et des dessus de toutes les marches du perron, ainsi qu'on le voit indiqué par les lignes de construction. Sur les prolongemens des projections verticales des dessus des marches, on fera les distances $h'i'$, $m'n'$, etc., au moins égales à 4 centimètres (18 lignes), pour que les marches soient posées à recouvrement les unes sur les autres; par les points i', n', etc., on abaissera les droites $i'k'$, $n'o'$, etc., perpendiculaires à la ligne de terre $A'C'$, lesquelles seront les projections verticales des faces opposées aux devans des marches; enfin, on menera les horizontales $f'k'$, $p'o'$, etc., de

manière que les distances $i'k'$, $n'o'$, etc., soient égales aux épaisseurs des pierres, et au moins égales à la hauteur des marches, et on aura les figures $f'g'i'k'$, $h'l'n'o'p'$, etc., qui seront les projections verticales ou les profils des marches. Les faces opposées aux devants des marches resteront brutes, et on ne taillera que la partie du dessous de chaque marche, qui se trouve à l'endroit de la portée, ainsi qu'on le voit indiqué dans l'épure. On remarquera que la première marche dont le profil est la figure $f'g'i'k'$, doit toujours descendre un peu plus bas que le niveau du sol.

Si on le désire, on obtiendra encore la projection verticale $A^2B^2c^2d^2e^2f^2E^2F^2h^2g^2b^2a^2$ de la face latérale d'un acrotère, et celle $B^2c^2d^2e^2f^2E^2D^2C^2$ de la section droite du mur de la terrasse.

Pour tracer les marches, il ne peut y avoir la moindre difficulté, puisqu'elles ne sont que des prismes droits dont les bases sont les profils des marches, et les longueurs la distance TU comprise entre les faces intérieures des acrotères, plus la prise de chaque côté, qui doit être d'environ 11 centimètres (4 pouces); ainsi la longueur des marches sera de 22 centimètres (8 pouces) plus grande que la distance TU.

471. Si les marches portaient une moulure sur le devant, comme l'indique la fig. 387, cette moulure n'apporterait aucun changement dans la disposition du perron : on n'aurait qu'à mettre sa saillie en avant de chaque marche, soit en projection horizontale, soit en profil. Il est même nécessaire de ne pas avoir égard à cette moulure en disposant un escalier quelconque, en ce que sa saillie pourrait induire en erreur, par faute d'attention. Pour tracer et tailler les marches, dans le cas où il y a une moulure, on fera un panneau de tête, et on profilera la moulure dans toute la longueur de la marche, si on le juge convenable, ou bien, on refouillera le devant de la marche, dans la longueur comprise entre les faces intérieures des acrotères, pour obtenir la saillie de la moulure, de manière que cette moulure ne se prolongera pas dans les prises des marches, ainsi que la fig. 387 l'indique d'un côté. Lorsqu'on prolonge la moulure dans les prises, et que l'on veut soigner l'ouvrage, on est obligé d'incruster le contre-profil des marches dans les faces des acrotères, avec précision, ce qui est, à cause de la moulure, assez difficile à faire, et ce qui occasionne des difficultés pour la pose. Je crois qu'il serait plus simple, plus exact et plus économique, de prendre le second parti, à moins, cependant, que la pierre des acrotères ne fût tendre et celle des marches très-dure.

472. Dans le cas où le perron est à découvert, et que l'on veut empêcher les eaux de la pluie de filtrer au travers des joints des marches, il faut dis-

poser le profil de ces dernières comme l'indique le panneau de tête abcdef ghikl (fig. 388). Dans ce panneau de tête, la droite lk représente le dessus de la marche; les droites bc, ki représentent deux petits plans inclinés à 45°. par rapport au plan horizontal; les droites ed, ih, représentent deux faces planes et horizontales qui remontent plus haut que le dessus des marches d'environ un centimètre $\frac{1}{2}$ (6 à 7 lignes) et les droites de, hg représentent deux plans inclinés ou coupes, qui sont perpendiculaires au rampant de l'escalier. Les distances ab, nk doivent avoir au moins 4 centimètres (18 lignes), pour que l'espèce de mouchette pendante qui est sur la portée de la marche ne soit pas susceptible de casser. On fait inclinée, la petite facette représentée par la droite ki, pour la facilité de la pose. Le joint représenté par la droite ik doit avoir un centimètre (3 lignes) de largeur, parce que si les deux marches se touchaient dans ce joint, par l'effet de la *capilarité*, l'eau remonterait, suivrait le joint brisé nkihg, tomberait sous l'escalier, et le but serait manqué. Enfin, les largeurs cd, ih, doivent être égales à ab, nk; de sorte que la distance oh sera au moins égale à 9 centimètres (3 pouces 3 lignes), et la coupe représentée par la droite hg aura la longueur que la largeur af de la pierre pourra permettre.

Pour bien encaisser, pour ainsi dire, l'eau qui tomberait sur les marches, au lieu de profiler ces dernières dans toute leur longueur suivant le profil abcdefghikl, on ne refouillerait le dessus suivant la droite lk, que dans la longueur comprise entre les faces intérieures des acrotères, de sorte que, dans les prises, les marches monteraient jusqu'au niveau représenté par la droite mh, ainsi qu'on le voit représenté en perspective cavalière dans la fig. 389, où nous avons mis les mêmes lettres pour représenter les mêmes choses que dans la fig. 388.

Si la distance entre les faces intérieures des acrotères est assez considérable pour qu'il faille plusieurs morceaux de pierre pour faire la longueur des marches, comme l'eau pourrait filtrer au travers des joints par tête si on les faisait uniformes, on les entaillera à demi-épaisseur des marches, comme on le voit indiqué dans la fig. 389; et comme cette entaille pourrait ne pas empêcher entièrement les infiltrations, on ménagera un petit canal de 2 centimètres $\frac{1}{2}$ (12 lignes) de largeur, d'une pareille profondeur sur la face pqsr, de manière que la profondeur serait nulle à l'arrête rs, ainsi qu'on le voit indiqué dans la figure 389. Ce canal viendrait déboucher sur le devant des marches, et jeterait, en dehors, les eaux qui se seraient infiltrées par le joint ptur; mais il faudrait, pour pouvoir pratiquer ce canal, que la face pqsr de l'entaille, eût une largeur pq au moins de 5 centimètres

(2 pouces). La face de la pierre, qui viendrait recouvrir par dessus, serait uniforme, ainsi que l'indique la fig. 390, où le débouché du canal sur le devant de la marche est indiqué en noir.

473. Second Exemple. Supposons que dans le perron dont il s'agit ici, les marches soient scellées par les deux bouts, non pas dans des acrotères en forme de piédestaux, comme dans le premier exemple, mais en forme de gradins, ainsi qu'on le voit indiqué dans la fig. 393, qui est la coupe du perron.

Dans ce cas, il est évident qu'on aura le nombre des marches, la hauteur et le giron de chacune d'elles, et qu'on tracera le plan (fig. 392), et l'élévation de face (fig. 391), comme nous l'avons expliqué avec beaucoup de détail au n°. 370 et suivans, pour le premier exemple, en observant ce qui est relatif aux projections des gradins. Je ne crois pas avoir besoin de faire observer que je ne donne ici que la moitié du plan et de l'élévation de face du perron, et que j'ai laissé le nombre des marches indéterminé.

474. Troisième Exemple. Dans cet exemple, tout est comme dans les précédens, avec cette différence qu'ici les acrotères ne sont ni en forme de piédestaux, ni en forme de gradins, mais ils sont terminés en dessus par un plan incliné, parallèle à celui qui pourrait passer par les arrêtes supérieures de toutes les marches. Au lieu de prolonger ce plan incliné jusqu'au bas du perron, on l'arrête à sa rencontre avec le dessus d'un petit dé à base carrée, qui termine chaque acrotère, ainsi qu'on le voit en plan (fig. 395), en élévation de face (fig. 394) et en coupe (fig. 396). Cette espèce d'acrotère prend le nom de *limon*.

DES PERRONS A MARCHES DROITES, ET A PLUSIEURS MONTÉES.

475. Premier Exemple. Deux perrons à une seule montée qui vont l'un à la rencontre de l'autre, qui se réunissent par un palier commun d'arrivée, et dont les marches sont perpendiculaires à la face extérieure du mur contre lequel les deux perrons sont adaptés, sont considérés comme un seul perron à deux montées. Les marches de chaque montée sont de même longueur et sont scellées par un bout dans le mur le long duquel le perron monte, et l'autre bout s'appuie sur une espèce d'acrotère ou plutôt sur un mur d'échiffre terminé par un limon ou par des gradins. Ces perrons ne diffèrent en rien, pour la construction, de ceux que nous avons expliqués précédemment, et d'ailleurs ils rentrent dans la classe des escaliers à rampes droites, à repos entre deux murs.

476. Second Exemple. La figure 397 représente le plan, l'élévation de face et la coupe d'une partie d'un perron dont les devanst des marches sont

en retour d'équerre les uns aux autres à chaque degré. Ces perrons peuvent être à deux montées quand ils sont situés dans les encoignures; en avant-corps des façades, ils en ont trois; autour d'un piédestal, d'un autel, d'un temple, isolés, ils en ont quatre. Quel que soit le nombre des montées d'un perron de cette espèce, il faut le construire avec les mêmes précautions. Trop souvent on les appareille si mal, qu'en peu d'années les marches se trouvent toutes dérangées de leur place. L'appareil qui leur convient exige qu'on y emploie les plus grandes pierres possibles en longueur, et celles qui forment les retours d'équerre, doivent avoir une largeur au moins égale à deux girons de marche, ainsi qu'on le voit indiqué en plan (fig. 397), et l'épaisseur de toutes les pierres doit surpasser la hauteur des marches d'au moins 4 centimètres (18 lignes) pour qu'on puisse pratiquer des crossettes dans les marches, ainsi qu'on le voit en coupe, afin de les empêcher de glisser en avant les unes sur les autres, comme cela arrive fréquemment. Pour que cette crossette règne bien uniformément et bien parallèlement aux devants des marches, on évidera les marches en retour d'équerre, comme la fig. 398 l'indique. Les marches de ces sortes de perrons sont presque toujours posées sur un massif de maçonnerie; quelquefois on se contente d'élever de petits murs de soutenement de distance en distance, aux endroits des joints par tête des marches, et quelquefois on soutient les marches par un berceau dont le ceintre principal est un arc rampant. On doit toujours poser la première marche de manière qu'elle soit enfoncée dans le sol, d'au moins 4 à 5 centimètres (18 à 24 lignes), et on doit donner au massif de maçonnerie, un empattement d'environ 33 centimètres (12 pouces), afin de pouvoir poser dessus une dalle au niveau du sol, pour empêcher cette première marche de glisser, et pour que sa hauteur se dessine mieux au-dessus du sol. Je conçois bien que cette disposition entraîne à quelque dépense de plus que le moyen ordinaire, mais aussi on aura l'avantage que le perron restera en bon état, sans qu'on soit obligé d'y faire des réparations, tant que les pierres résisteront aux causes de destruction auxquelles elles pourront être exposées.

477. **Troisième Exemple.** La fig. 399 est le plan et l'élévation de face d'une partie d'un perron dont les devants des marches en retour forment des angles égaux à ceux d'un octogone, c'est-à-dire que ces angles sont de 135 degrés, d'après l'ancienne division. Ces perrons peuvent être à trois, à cinq et à huit montées. Ils sont à trois montées, lorsqu'ils sont placés dans des encoignures; à cinq, lorsqu'ils sont en avant-corps sur une façade, et à huit, lorsqu'ils entourent un piédestal, un autel, un temple, isolés. Leur

construction est la même que celle que nous avons expliquée au numéro précédent.

DES PERRONS DONT LE DEVANT DES MARCHES EST EN PARTIE PLAN ET EN PARTIE CILINDRIQUE, OU ENTIÈREMENT CYLINDRIQUE.

478. PREMIER EXEMPLE. La fig. 400 est le plan et l'élévation de face d'une partie d'un perron dont le devant des marches est en partie plan et en partie cylindrique. Les projections horizontales des parties cylindriques sont des quarts de cercle concentriques. La droite AB est la trace horizontale de la face extérieure du mur contre lequel le perron est adapté. Le centre commun C, des quarts de cercle dont nous venons de parler, est en avant de la droite AB, d'une certaine quantité, mais il pourrait être sur cette droite elle-même, de sorte qu'ici le perron se prolonge en ligne droite depuis la droite CD jusqu'au mur, et depuis la droite CE indéfiniment vers la droite AF. Quant à la manière d'appareiller cette espèce de perrons, elle est la même que celle que nous avons expliquée au n°. 476, ainsi qu'on le voit indiqué en projection verticale et en projection horizontale par les lignes ponctuées, et les lignes pleines qui indiquent les joints par tête. Il n'est pas nécessaire de faire observer que les projections horizontales, des joints par têtes qui se trouvent dans la partie cylindrique, tendent au centre C.

479. SECOND EXEMPLE. La fig. 401 est le plan et l'élévation de face de la moitié d'un perron dans lequel les projections horizontales des devants des marches sont des demi-circonférences de cercle concentriques. Le centre B de ces projections est ici sur la trace AB de la face extérieure du mur contre lequel le perron est adapté, mais il pourrait être en dehors. Les lignes ponctuées indiquent assez que la manière d'appareiller ces sortes de perrons est encore la même que pour l'exemple du n°. 476.

480. TROISIÈME EXEMPLE. Dans la fig. 402, les projections horizontales des devants des marches sont des ellipses semblables, de sorte que vers le mur, les girons sont plus larges que vers le milieu du perron. Cela est nécessaire pour que les projections horizontales des marches supérieures ne deviennent pas des ellipses trop allongées, ce qui serait désagréable à la vue. Les joints par tête des marches devront être normaux aux surfaces cylindriques des devants, ainsi que les lignes pleines l'indiquent; si on les faisait tendre au centre A, il y aurait des angles aigus, comme le font voir les lignes ponctuées, telles que ab, cd, etc. On appareillera encore ces sortes de perrons dans le même esprit que ceux des exemples précédens. Pour tracer les marches, on se servira de panneaux de projection horizontale. Si l'on

veut faire usage de panneaux de tête, il en faudra un pour chaque joint par tête, qu'on trouvera facilement; mais on peut tracer les pierres sans ces derniers panneaux.

Telles sont les différentes formes de perrons les plus usités et les plus convenables. On en fait encore qui en ont d'autres, mais ces formes ne sont pas d'un si beau caractère que celles que nous venons de donner.

CHAPITRE XXVIII.

Des Escaliers à repos et à rampes droites entre deux murs.

481. Les escaliers de ce genre sont à une ou à plusieurs montées; chaque montée a une ou plusieurs rampes. L'exemple dont la fig. 403 est le plan et la coupe sur la longueur, a une seule montée à deux rampes qui montent en ligne droite, l'une à la suite de l'autre. Cette espèce d'escaliers est susceptible de produire un effet d'autant plus beau que la longueur des marches et le nombre des rampes sont plus grands. Quand le nombre des rampes est un peu considérable, il est bon de diminuer celui des marches d'une rampe à l'autre, à partir de celle du bas, afin, qu'à mesure qu'on se fatigue, en montant, on trouve de plus en plus fréquemment un palier pour se reposer. Si, par exemple, l'escalier avait trois rampes, et que la première fût de 21 marches, la seconde pourrait être de 19 et la troisième de 17. Quant à la largeur des paliers, on la fera d'un, de deux, de trois, de quatre pas, c'est-à dire, de 81 centimètres (2 pieds 6 pouces), de 1,m30 (4 pieds), de 1,m79 (5 pieds 6 pouces) et de 2,m 28 (7 pieds), suivant l'importance de l'escalier.

La fig. 404 est le plan et l'élévation latérale d'un escalier semblable au précédent, avec cette différence qu'ici l'escalier est adossé le long d'un mur, dans lequel les marches sont scellées par un bout, et l'autre bout est appuyé sur un mur d'échiffre terminé en gradins.

La fig. 405 est le plan et l'élévation d'un exemple d'escalier à deux rampes en retour d'équerre contre les faces extérieures des deux murs d'une encoignure. La fig. 406 offre un exemple du contraire. Dans les fig. 405, 406, on

remarquera que les marches sont soutenues d'un côté par des murs d'échiffre terminés en forme de limons.

Si l'on répétait à gauche ce qui est à droite dans la fig. 405, on aurait un escalier à deux montées de chacune deux rampes en retour d'équerre, qui serait susceptible de produire un bon effet. On conçoit que j'entends ici que les deux premières rampes du bas seront séparées l'une de l'autre par un espace en forme de palier de départ, de sorte que la distance comprise entre les deux premières marches soit au moins égale à la longueur des marches.

De même, si l'on répétait à droite ce qui est à gauche, dans la fig. 406, on aurait un escalier à deux montées de chacune deux rampes, qui serait d'un bel effet, surtout si, à partir du palier d'arrivée et de réunion des deux montées, s'élevait une nouvelle montée d'une ou de plusieurs rampes, comme dans la fig. 408. Les marches de cette nouvelle montée devraient être d'une longueur plus grande que celles des autres, et moindre que la distance comprise entre les deux dernières marches palières des deux premières montées; c'est-à-dire moindre que la longueur du palier de réunion.

La fig. 407 offre un exemple d'escalier à deux montées de chacune deux rampes, dans lequel les deux premières rampes montent à l'opposé l'une de l'autre, et les deux dernières viennent se réunir par un palier d'arrivée, de sorte que dans chaque montée les deux rampes sont parallèles, et séparées par un mur dans lequel viennent se sceller les marches des deux rampes. Le mur qui sépare les deux rampes de chaque montée se termine en forme de limons ou de gradins, ou il s'élève plus haut que le palier d'arrivée. Si, dans cet exemple, on supprimait l'une des deux montées, on aurait une nouvelle espèce d'escaliers à repos dont les rampes seraient comprises entre trois murs.

La fig. 408 offre un exemple d'escalier qui n'a pas besoin d'être expliqué. Dans la fig. 409, l'escalier a d'abord trois montées qui se réunissent en un palier duquel part une seule montée entre deux murs pour arriver à la hauteur donnée; et dans la fig. 410 l'escalier commence par une seule montée qui conduit à un palier duquel partent ensuite trois montées qui s'élèvent jusqu'à cette même hauteur donnée.

Les montées, des différentes espèces d'escaliers que nous venons de considérer, pourraient avoir un plus grand nombre de rampes que nous ne l'avons supposé dans le discours, et que nous ne l'avons indiqué dans les figures que nous venons de parcourir.

Nous pourrions pousser plus loin les exemples de dispositions d'escaliers

à repos entre deux murs, mais nous croyons que ceux qui précèdent suffiront pour donner au lecteur l'idée de toutes les dispositions possibles.

482. La composition des escaliers consiste dans la solution de ces deux problèmes : 1°. la disposition d'un escalier, et la hauteur à laquelle il doit monter étant données, calculer l'espace qu'il doit occuper en projection horizontale; 2°. l'espace que doit occuper un escalier en projection horizontale, et la hauteur à laquelle il doit monter, étant données, trouver la disposition la plus convenable. Le premier de ces deux problèmes est toujours facile à résoudre, en ce qu'on opère directement sur des données invariables ; mais la solution du second renferme des difficultés que, souvent, on ne peut surmonter d'une manière satisfaisante. Il y a plus, il est impossible d'établir des principes généraux qui conduisent directement à cette dernière solution : tout ce qu'on peut dire à cet égard, se réduit à quelques préceptes qui ne peuvent être développés que sur des exemples particuliers, ce que nous tâcherons de faire, à mesure que les circonstances le permettront.

483. Supposons qu'on nous donne la disposition d'un escalier à repos entre deux murs, et la hauteur à laquelle il doit monter. Dans ce cas, la première chose qu'il y ait à faire, c'est de chercher le nombre des marches qui doivent le composer. Pour cela, on divisera la hauteur à laquelle il faut monter, par celle qu'on voudra donner aux marches, et le quotient sera le nombre demandé. Si le quotient était fractionnaire, on se conduirait comme nous l'avons dit au n°. 470. Ayant trouvé le nombre des marches, on divisera ce nombre en autant de parties que l'escalier devra avoir de rampes, en ayant soin que chaque partie soit un nombre impair, du moins autant que possible. On décidera la largeur qu'on voudra donner aux paliers, et ensuite, on observera que le giron de chaque marche palière étant compris dans la largeur du palier adjacent, il faudra, pour chaque rampe, un giron de moins qu'il n'y a de hauteurs de marche. Cela fait, on multipliera le nombre de girons de chaque rampe par la largeur d'un giron, ce qui donnera l'étendue de chaque rampe en projection horizontale. On fera la somme de toutes ces étendues, à laquelle on ajoutera celles des largeurs des paliers, et on aura l'étendue totale de l'escalier, qui sera entièrement composé. Pour en dessiner le plan, après avoir établi la projection horizontale du devant de la première marche, que par la suite nous appelerons *la ligne de départ*, et à partir de cette ligne, on portera la longueur de la première rampe, puis la largeur du premier palier, puis la longueur de la seconde rampe, puis la largeur du second palier, et ainsi de suite. Si l'escalier avait un plus grand nombre de rampes et de paliers, on porterait toutes ces distances les unes à

la suite des autres, en suivant le contournement des rampes et des paliers, d'après la disposition qu'on aura choisie. Je n'explique pas comment on en aurait la projection verticale ou l'élévation de face : l'inspection seule des figures de la planche 79 suffira pour la faire concevoir.

Tel est l'esprit suivant lequel on doit composer les escaliers à repos entre deux murs. Quant à leur construction, elle est parfaitement la même que celle des perrons à une seule montée, que nous avons expliquée au n°. 470 : c'est pour cela que dans les figures de la planche 79, je n'ai point indiqué de disposition d'appareil, et que je me suis contenté de donner une simple idée des dispositions les plus convenables qu'on peut donner à ce genre d'escaliers. Malgré cela, dans la crainte que quelque lecteur désirât un exemple de l'espèce d'appareil qui leur convient dans l'ensemble et les détails, j'ai donné le plan (fig. 411) et l'élévation de face (fig. 412), d'un de ces escaliers construit en partie en pierres de taille, et en partie en moëlons. Je ne crois pas avoir besoin de faire la description de cette construction, dont il est facile de concevoir l'arrangement. Si, au lieu d'une construction mixte, on voulait que le tout fût en pierres de taille, on n'aurait qu'à faire les assises d'une hauteur double de celles qui sont en moëlons.

CHAPITRE XXIX.

Des Escaliers à rampes droites, voûtés entre deux murs.

484. Les dispositions des escaliers voûtés entre deux murs, sont les mêmes que celles des escaliers à repos entre deux murs, que nous avons expliquées. Les voûtes qui leur conviennent sont, les berceaux en descente les plus simples sous les rampes, et les voûtes en arrêtiers sous les paliers. On conçoit comment les descentes doivent se raccorder avec les voûtes en arrêtiers. Conséquemment nous n'avons rien à dire de particulier sur ce genre d'escalier, car nous avons suffisamment expliqué les deux genres de voûtes dont il est ici question ; et d'ailleurs ces voûtes se font presque toujours en moëlons, et il n'y a même que lorsqu'elles sont apparentes en dessous, qu'il soit convenable de les faire en pierres de taille. Cependant

il est une disposition particulière de ce genre d'escaliers, dont la voûte est d'une espèce que nous n'avons pas encore expliquée. Cette disposition est représentée, en plan, par la figure 413. On voit qu'ici les devants des marches ne sont plus parallèles, mais que leurs projections horizontales tendent au centre commun de quatre carrés, dont les côtés sont parallèles, et qui sont les traces horizontales des faces des murs entre lesquels l'escalier est situé. Il faut observer que les projections horizontales, des devants de quatre marches, doivent coïncider avec les diagonales des carrés dont il vient d'être question, et que les arrêtes supérieures, des devants des marches comprises dans chacun des angles formés par les diagonales, sont situées sur une surface gauche dont les directrices sont les arrêtes supérieures des devants des marches qui sont aux diagonales. Les escaliers de cette espèce font presque toujours plusieurs révolutions, et la voûte qui soutient les marches est visible aux personnes qui montent ou qui descendent. L'intrados de cette voûte est la réunion de quatre *berceaux gauches en descente égaux*, que Frezier appelle *cylindroïdes*. Cette voûte est connue sous le nom de *vis Saint-Gilles carrée*. Sa projection horizontale est comprise entre les côtés des deux carrés abcd, efgh, qui sont les traces horizontales des faces, des murs de la cage, entre lesquelles sont les marches. Les génératrices de naissance de la vis Saint-Gilles carrées, sont respectivement parallèles aux génératrices (des surfaces gauches qui passent par les arrêtes supérieures des devants des marches) dont les projections horizontales sont respectivement les droites ab et ef, bc et fg, etc. Les quatre murs du milieu forment ce qu'on appelle le *noyau*. Ce noyau peut toujours être creux, comme l'indique, en projection horizontale, le carré iklm. Les traces horizontales des faces des murs d'enceinte et du noyau de l'escalier, au lieu de former des carrés, pourraient former d'autres polygones réguliers parallèles, d'un même nombre de côtés. Ainsi on peut avoir des vis Saint-Gilles, carrées, pentagones, exagones, eptagones, octogones, etc. Pour le moment, il ne va être question que de celle qui est dite *carrée*.

VIS SAINT-GILLES CARRÉE.

485. Supposons (fig. 414) que la figure ABCDHGFE soit la projection horizontale de la moitié des murs de la cage, et que la figure IKLMQPON soit celle de la moitié du noyau évidé. Cela posé, on menera les diagonales BK, CL, qu'on divisera en deux parties égales, par une droite ST parallèle à BC; par les points S et T on menera les droites SR, TU, parallèles à AB; on divisera la droite ST en autant de parties égales qu'il devra y

avoir de marches dans l'espace compris entre les deux diagonales BK, CL; on portera, sur les droites SR, TU, autant de divisions de ST que ces droites pourront en contenir, et par tous ces points de divisions et le centre V, on menera des droites qui seront les projections horizontales des devants des marches de l'escalier. Supposons maintenant que la droite MD soit la ligne de départ de l'escalier, et que ce dernier aille en montant dans le sens opposé au contour UTSR, de sorte que dans notre exemple, on voit que la droite AI sera la projection horizontale du devant de la 13ᵉ. marche, et les marches continueront à monter dans le sens des numéros 14, 15, 16, etc.

Elevons actuellement un plan vertical sur la droite AI, et déterminons la projection verticale de l'intersection de ce plan, avec le berceau gauche dont la moitié de la projection horizontale est la trapèze ABKI, la ligne de terre YZ étant parallèle à la droite AI.

Pour cela, par le centre V on élevera, à la ligne de terre YZ, la perpendiculaire V'X, et on menera les prolongemens YY', $A'A^2$, $I'I^2$, $O'O^2$, $P'P^2$, $M'M^2$, $D'D^2$ et ZZ' des droites FE, BA, KI, ON, PQ, LM, CD et GH, qui sont perpendiculaires à la ligne de terre YZ, lesquels prolongemens seront les projections verticales des faces des murs. Cela fait, sur la droite V'X, on portera les hauteurs d'autant de marches qu'on voudra. Ensuite, on considérera que le plan vertical élevé sur la droite AI, se terminera à l'arrête supérieure de la 13ᵉ. marche. L'extrados de la voûte doit être en contre bas de cette arrête, d'au moins une hauteur et demie de marche, pour que les marches conservent assez d'épaisseur à l'endroit de leur recouvrement, et qu'on puisse les poser avec facilité sur cet extrados : en conséquence, par le point b, pris à égales distances entre les points de hauteur 11 et 12, on menera, parallèlement à la ligne de terre YZ, la droite ab qui sera la projection verticale de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite AI, avec l'extrados de la voûte. On placera le point d au-dessous de la droite ab, de manière que la distance cd soit égale à l'épaisseur verticale du milieu de la clef, et le point d sera le sommet de la projection verticale de l'intersection, avec l'intrados de la voûte, du plan vertical en question. On décidera la forme qu'on voudra donner à cette intersection, et après l'avoir décrite, on la divisera en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises dans la voûte; par les points de division, on menera les coupes et enfin on disposera les états de charge, comme on le voit dans l'épure, et la figure ahfdgik sera la projection demandée. Cherchons actuellement celle de l'intersection, avec la voûte, d'un autre plan vertical élevé sur la diagonale BK. A cet effet, on observera que l'intersection de ce nouveau plan,

avec l'intrados de la voûte, est une courbe différente de celle que nous venons de déterminer, mais la projection verticale (pour le plan de projection verticale que nous avons choisi), est parfaitement semblable à la précédente, seulement elle est plus élevée, par rapport à la ligne de terre, d'autant de fois la hauteur d'une marche, qu'il y a de ces dernières entre la droite AI et la diagonale BK. Dans notre exemple, il y en a trois. On menera donc la droite h'i' parallèle à la droite hi, et à une distance, de cette dernière, égale à trois hauteurs de marche. Sur la droite f'g', comme diamètre, on décrira la courbe f'd'g' parfaitement égale à la première fdg; on la divisera de la même manière; on menera les coupes et la ligne a'k' d'extrados, et on joindra les points correspondans de division des deux courbes, ainsi que les extrémités des coupes, par des droites, comme on le voit dans l'épure. Cela fait, on déterminera la projection verticale de l'intersection d'un plan vertical élevé sur la diagonale CL. Pour cela, on menera la droite i^2h^2, parallèlement à la droite h'i', et à une distance, en contre haut de cette dernière, égale à la somme des hauteurs des sept marches comprises entre les diagonales CL, BK. Sur le diamètre g^2f^2, égal à f'g', à fg, on décrira la courbe $g^2d^2f^2$, parfaitement égale aux deux précédentes fdg, f'd'g'; on la divisera en parties égales; on menera les coupes et on disposera l'appareil de la même manière que nous l'avons fait dans les intersections avec la voûte des deux premiers plans verticaux, et la projection demandée sera déterminée.

Pour avoir les projections verticales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du berceau gauche en descente, dont la projection horizontale est le trapèze BKLC, il suffira de joindre les points de division correspondans des projections verticales f'd'g', $f^2d^2g^2$ des intersections, avec l'intrados de la voûte, des plans verticaux élevés sur les diagonales BK, CL, et les points correspondans qui sont aux extrémités des coupes, par les droites $f'f^2$, ll', mm', $d'd^2$, nn', oo', $g'g^2$, et les droites tt', ss', rr', pp', qui seront les projections demandées. On menera aussi les droites $h'h^2$, uu', $a'a^2$, $k'k^2$, qq' et $i'i^2$, qui seront les projections verticales des autres arrêtes des assises.

Comme les douëlles, les coupes et les surfaces d'état de charge sont toutes des surfaces gauches, pour pouvoir obtenir, avec assez d'exactitude, les différens panneaux de tête qui sont nécessaires pour tracer les voussoirs, on menera d'autres droites qui passeront par les milieux correspondans des douëlles, des coupes, et des droites h'f' et h^2f^2, ut et u't', a's et a^2s', etc., ainsi qu'on le voit dans l'épure par les lignes ponctuées, et il ne manquera

plus, pour avoir terminé l'épure, que d'avoir les projections verticales de chaque voussoir en particulier.

Pour obtenir commodément ces dernières projections verticales, il faut avoir celle de la portion de voûte dont le trapèze LMDC est la projection horizontale, dans un plan vertical dont la ligne de terre F′E′ soit parallèle à CD.

Pour cela, on décrira la projection verticale $f^3d^3g^3$ de l'intersection, avec l'intrados de la voûte, du plan vertical élevé sur la diagonale LC, laquelle projection verticale sera une courbe parfaitement égale à celles comme fdg que nous avons déjà décrites. On prendra le diamètre f^3g^3 de cette courbe, sur la ligne de terre F′E′ elle-même. Cela fait, et après avoir disposé les douëlles, les coupes et les états de charge, tout-à-fait comme nous l'avons fait dans l'autre projection verticale $f^2d^2g^2$ de l'intersection du même plan vertical avec la voûte, on fera la distance $E'g^4$ égale à la hauteur de trois marches, et ensuite, à partir du point g^4, on fera les hauteurs g^4o^3, g^4n^3, g^4d^4, respectivement égales aux ordonnées des points o^2, n^2, d^3, abaissées sur la ligne de terre F′E′, et les hauteurs g^4p^3, g^4r^3, respectivement égales aux hauteurs des points t^2, s^2 par rapport à la ligne de terre F′E′. Puis, par le point g^4 et les points i^3, g^3, f^3 et F′, on menera les droites g^4i^3, g^4g^3, g^4f^3 et g^4F'; par le point o^3 et les points o^2, l^2, on menera les droites o^3o^2, o^3l^2; par le point p^3 et les points q^2, p^2, t^2 et u^2, on menera les droites p^3q^2, p^3p^2, p^3t^2 et p^3u^2; par le point n^3 et les points n^2, m^2, on menera les droites n^3n^2, n^3m^2; par les points d^4 et d^3 on menera la droite d^4d^3, et par le point r^3 et les points k^3, r^2, s^2 et a^3, on menera les droites r^3k^3, r^3r^2, r^3s^2 et r^3a^3, et la projection demandée sera terminée. On y ajoutera les projections verticales de droites menées par les milieux des douëlles, des coupes et des droites f^3F' et f^3i^3, u^2t^2 et p^2q^2, a^3s^2 et r^2k^2, qu'on obtiendra, comme nous venons de l'expliquer, pour celles des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes. Présentement nous pouvons procéder à l'appareil de la voûte, à la distribution des voussoirs.

Pour abréger, on disposera les voussoirs d'une manière symétrique, afin que dans une révolution entière de la voûte, on n'ait besoin que du quart des panneaux qu'il faudrait, si l'appareil n'était pas régulièrement disposé. En outre, il faut observer que les joints par tête des voussoirs doivent être plans pour plus de simplicité, mais ces plans, au lieu d'être verticaux, devront être perpendiculaires aux droites qui passent par les milieux des douëlles, pour éviter les angles aigus (1). Cela posé, voici de quelle manière

(1) A la rigueur, ces joints devraient être des surfaces gauches, résultantes de l'ensemble des

on obtiendra les projections verticales des voussoirs qui diffèrent de forme.

On disposera les droites xv, v'x', v^2x^2, perpendiculaires à la droite qui passe par le milieu de la première douëlle située du côté du mur dont la projection horizontale est la figure FBCG; les droites v^3x^3, v^4x^4, v^5x^5, perpendiculaires à la droite qui passe par le milieu de la seconde douëlle du même côté, etc., ainsi qu'on le voit dans l'épure, et ces droites seront les projections verticales des joints par tête des voussoirs situés du côté du mur dont nous venons de parler. On fera les distances f^3y, l^2y', etc., respectivement égales aux distances $f'v^2$, lv^3, etc.; par le point y, on mènera la droite yz perpendiculaire à la droite qui passe par le milieu de la première douëlle du côté du mur, dont la moitié de la projection horizontale est la figure CDHG; par le point y' on mènera la droite y'z' perpendiculaire à la droite qui passe par le milieu de la seconde douelle du même côté, etc. Cela fait, on fera la distance f^2t^4 égale à la hauteur du point y, par rapport à la ligne de terre F'E', la distance f^4t^5 égale à la hauteur, par rapport à la même ligne de terre, du point où la droite qui passe par le milieu de f^3F' coupe la droite yz; la distance h^2h^3 égale à la hauteur du point y^2, par rapport à la même ligne de terre, et on fera passer la courbe $t^4t^5h^3$ par les trois points t^4, t^5, h^3. On prendra de même, par rapport à la ligne de terre F'E', les hauteurs des points y^3, y^4, etc., où la droite qui passe par le milieu de la douëlle, l'arrête supérieure de la douëlle, la droite qui passe par le milieu de la coupe, l'arrête supérieure de la coupe, la droite qui passe par le milieu de u^2t^2, et la droite qui passe par le point u^2, coupent la droite yz, que l'on portera en contre haut de la droite g^2f^2, sur les droites respectivement correspondantes, ce qui donnera les sommets et les points intermédiaires des courbes qui composent la figure $t^4l^3t^3u^3h^3$, qui est la seconde projection verticale du joint dont la première projection de même nom est la droite yz. En opérant de la même manière sur la droite y'z', on obtiendra la seconde projection verticale $l^5m^3s^3u^5u^4t^6t^5$ du joint relatif à la droite y'z'. On opérerait de la même manière pour les joints des assises suivantes. Si l'on prolongeait la courbe u^3t^3 jusqu'au point l^4, et la courbe u^5s^3 jusqu'au point m^4, etc., on aurait les figures $vxl'l^4u^3h^2$, $v^5u'u^5m^4m^5x^5$, etc., qui seraient les premiers panneaux nécessaires pour tracer les pierres d'angle. Les figures vxx'v', $v'x'x^2v^2$, $v^3x^3x^4v^4$, et $v^4x^4x^5v^5$, seront ceux des voussoirs de remplissage du côté

normales à la surface d'intrados, menées par les points de la ligne que Monge a démontré être la ligne de courbure des surfaces en général; mais, dans le cas présent, la détermination de cette surface entraînerait à des opérations trop longues pour la pratique.

des murs de la cage. On s'y prendrait d'une manière semblable pour avoir les panneaux de même genre pour les voussoirs situés du côté du noyau évidé.

Maintenant, il ne nous manque plus, pour pouvoir tracer les voussoirs, que d'avoir les panneaux de tête pour chaque joint en particulier.

Supposons qu'il s'agisse d'avoir celui du joint dont la droite yz est la projection verticale : on commencera par abaisser les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, celles des milieux des douëlles et des coupes, etc., comme s'il s'agissait d'une voûte en arc de cloître, ainsi qu'on le voit dans l'épure. Cela fait, on menera quelque part la droite o^4o^{10} perpendiculaire à AB; on fera les hauteurs o^8o^9, $o^{10}o^{11}$, respectivement égales aux hauteurs yy^3, yy^4 du point y aux points y^3, y^4 où la droite qui passe par le milieu de la première douëlle, et l'arrête de cette première douëlle coupent la droite yz, et par les points o^8, o^9, o^{11}, on fera passer la courbe $o^8o^9o^{10}$ qui sera la courbure de la douëlle. Pour avoir le bord $o^5o^7o^8$ du panneau, on fera la hauteur o^6o^7 égale à la distance du point y au point où la droite qui passe par le milieu de la droite $F'f^3$, coupe la droite yz, et la hauteur o^4o^5 égale à la distance yy^2, et par les points o^5, o^7, o^8 on fera passer la courbe $o^5o^7o^8$, qui sera le bord demandé. On conçoit maintenant comment on obtiendra la courbe $o^{11}o^{12}o^{13}$ qui détermine la coupe, et celle $o^{13}o^{14}o^{15}$ qui détermine la surface d'état de charge. On conçoit aussi comment on doit opérer sur la droite $y'z'$ pour avoir le panneau $n^4n^5n^6n^7n^8n^9n^{10}$, et respectivement sur les droites vx, v^5x^5, pour avoir les panneaux $p^4p^5p^6p^7p^8$, $q^3q^4q^5q^6q^7q^8$ et ainsi des autres.

Pour tracer les voussoirs d'angle, celui dont la projection verticale est la figure $vh^2u^3t^3l^3l'x$, on levera le panneau $vh^2u^3l^4l'x$ ainsi que l'indiquent les lignes bordées de hachures; on cherchera une pierre dont le parement puisse contenir ce panneau, et dont la largeur du lit soit au moins égale à la distance du point y à la droite $F'a^3$; on fera un lit et un parement d'équerre entre eux; sur le parement, on tracera la forme du panneau dont il vient d'être question, et, d'équerre à ce parement, on fera toutes les faces indiquées par le panneau, et la pierre aura la forme abcdefghiklm (fig. 415.) On fera les distances is, kr, lu (fig. 415), toutes égales à h^2h^4 (fig. 414); par les points s et r, r et u (fig. 415) on fera passer les droites sr, ru; par le point u on menera la droite ut parallèle à l'arrête ab; par le point e on menera la droite ev parallèle à l'arrête fa; par le point v on menera la droite vt parallèle à l'arrête am, et on fera l'évidement vturs. Cela fait, on fera les distances fq, ep (fig. 415) chacune égale à la distance l^4l^6 (fig. 414);

les distances fn, eo (fig. 415), chacune égale à la distance yz^2 (fig. 414); on joindra les points n et q, o et p, n et o, q et p (fig. 415), par les droites nq, op, no et qp, et on fera le plan nopq qui sera le joint par tête dont la projection verticale est la droite yz. Maintenant, au moyen du panneau de tête $o^5o^8o^{11}o^{13}o^{15}$ (fig. 414) on tracera, sur ce joint, le profil de la pierre (fig. 415); et au moyen du panneau de tête $p^4p^5p^6p^7p^8$ (fig. 414), on tracera le second profil de la pierre sur le joint lkru (fig. 415.) On fera la hauteur mx égale à la hauteur $F'u^2$ (fig. 414), et on menera les droites xn, xk', etc. On fera ensuite toutes les faces du voussoir (qui seront gauches), de la manière que l'on doit concevoir d'après tout ce qui précède. On tracerait et on taillerait les autres voussoirs d'une manière semblable. J'engage le lecteur à faire le modèle en relief de cette voûte, pour l'aider à la bien entendre, et à suppléer aux détails que je n'explique pas, dans la crainte d'être trop diffus.

CHAPITRE XXX.

Des Escaliers à rampes droites, voûtés en encorbellement.

475. Les principales dispositions des escaliers à rampes droites voûtés en encorbellement, sont celles représentées par les figures de la planche 82, et par la figure 413 de la planche 81, en faisant abstraction du noyau. Tous ces escaliers ne sont praticables qu'à l'intérieur.

Dans la figure 416, on voit que l'escalier se compose de deux rampes, d'un palier intermédiaire et d'un palier d'arrivée. Cet escalier est supposé ne monter qu'au premier, mais il pourrait monter à un nombre quelconque d'étages. Dans celui que représente la figure 417, il y a trois rampes, deux paliers carrés intermédiaires, et un palier d'arrivée au premier étage. Cet escalier pourrait se continuer aussi haut qu'on le voudrait; celui représenté par la figure 418, commence par une seule rampe, au milieu de la cage, qui vient aboutir à un grand palier intermédiaire, qui comprend toute la largeur de la cage; à partir de ce palier s'élèvent deux rampes, une à droite et l'autre à gauche, lesquelles se terminent aux extrémités d'un grand palier d'arrivée à

la hauteur du premier étage, où doivent finir les escaliers de ce genre, ainsi que ceux représentés par les figures 419 et 420. Les escaliers de ces deux dernières espèces, comme on le voit, se composent d'une seule rampe de départ, située au milieu de la cage, qui aboutit à un palier carré, duquel partent deux rampes en sens contraire, qui conduisent chacune à un second palier carré. Sur chacun de ces deux nouveaux paliers, s'élève une rampe qui conduit au grand palier d'arrivée dans la figure 419, et à un troisième palier carré dans la figure 420, duquel part une dernière rampe qui aboutit enfin au pallier d'arrivée, au premier étage, lequel ne s'étend plus dans toute la largeur de la cage, comme dans la figure 419, mais il se trouve entre les deux dernières rampes, qu'il réunit en terminant l'escalier. Si la disposition de l'édifice le permettait, on pourrait faire arriver, au premier palier, une seconde rampe de départ, en sens contraire de la première, en perçant le mur d'une porte à l'endroit marqué ab, tant pour le cas de la figure 419, que pour celui de la figure 420. On conçoit l'effet que pourraient produire ces dispositions d'escaliers. Le plan de la cage de ceux représentés par les figures 421, 422 est octogone, ainsi qu'on le voit. Dans le cas de la figure 421, les devants des marches sont perpendiculaires aux faces des murs, et l'escalier comprend six paliers irréguliers, intermédiaires, situés aux angles formés par les faces intérieures des murs, et un palier d'arrivée ; et dans celui de la figure 422, il n'y a qu'un palier intermédiaire et le palier d'arrivée, et les projections horizontales des devants des marches tendent au centre du plan de la cage. Les escaliers de ces deux espèces peuvent faire plusieurs révolutions. L'exemple que représente la figure 413 (pl. 81), en supprimant le noyau, est du même genre que les deux derniers : il ne diffère de ceux-là que par le nombre des murs de la cage, et par les angles que les faces intérieures de ces derniers font entre elles. L'exemple de la figure 423 est un escalier trop irrégulier, et de trop peu d'importance pour mériter d'être voûté. Quant à celui que représente la figure 424, il se trouve dans un cas mixte dont nous parlerons plus tard.

En général, on ne doit voûter que les grands escaliers, ceux dont les dispositions sont les plus nobles, les plus imposantes. Aussi ne voûte-t-on guère que ceux dont les dispositions sont indiquées par les figures de la planche 82, et par la figure 413 (pl. 81), quand on supprime le noyau. On doit pourtant faire abstraction de l'exemple représenté par la figure 421, parce que la voûte ne serait pas d'une forme agréable, à cause de l'irrégularité des paliers, ainsi que de l'exemple de la figure 423, par la raison que nous avons dite plus haut.

La voûte de l'escalier représenté par la figure 416, se compose ordinairement d'un encorbellement cylindrique, en descente sous la seconde rampe, et de deux autres encorbellemens cylindriques horizontaux, sous les paliers, lesquels se raccordent avec le premier en descente, en forme d'arc de cloître, ou au moyen de trompes coniques situées aux extrémités des paliers. Quant à la première rampe, elle n'est jamais voûtée, étant soutenue par le mur d'échiffre. La voûte de l'escalier de la figure 418 est tout-à-fait la même que la précédente; seulement l'encorbellement en descente se trouve répété ici à droite et à gauche, à cause qu'il y a deux secondes rampes. Dans l'exemple de la figure 417, la voûte commence par un quart de voûte en arc de cloître, ou par une trompe conique, sous le premier palier, avec laquelle vient se raccorder l'encorbellement en descente, qui soutient la seconde rampe, lequel encorbellement est cylindrique, comme ceux des premiers exemples, et se raccorde, en haut, avec la voûte qui soutient le second palier, laquelle est semblable à celle qui soutient le premier. A cette dernière voûte, vient se raccorder un second encorbellement en descente, semblable au premier, qui soutient la troisième rampe, et qui va se raccorder, en haut, avec la voûte qui soutient le troisième palier, et qui est semblable à celles qui soutiennent les premiers, et ainsi de suite, jusqu'au palier d'arrivée, quel que soit le nombre d'étages auxquels monte l'escalier. Pour les escaliers représentés par les figures 419 et 420, la voûte serait entièrement semblable à la précédente, seulement elle serait répétée à droite et à gauche, et elle ne commencerait qu'au-dessous des seconds paliers, la rampe de départ, le premier palier et les deux secondes rampes étant soutenues par le mur d'échiffre. D'après cet examen, on voit qu'il nous suffira d'expliquer l'épure de la voûte de l'exemple d'escalier de la figure 417, pour faire concevoir toutes les autres, et que même, dans cette épure, il nous suffira d'y comprendre un seul encorbellement en descente, et les voûtes des deux paliers adjacens. Quant aux voûtes des escaliers représentés par les figures 413, 421, elles ne sont autres choses que de demi-vis Saint-Gilles, carrées ou octogones, en observant toujours de faire abstraction du noyau dans la figure 413. Comme nous avons déjà expliqué l'épure de la vis Saint-Gilles carrée entière, il est clair qu'il ne nous reste plus qu'à expliquer celle de la demi-vis Saint-Gilles octogone.

On pourrait voûter les escaliers dont nous venons de parler, de plusieurs autres manières, mais nous nous en tiendrons aux précédentes, comme étant les plus convenables.

DES ESCALIERS VOUTÉS EN ENCORBELLEMENS CYLINDRIQUES, EN DESCENTE SOUS LES RAMPES, ET EN ARC DE CLOITRE SOUS LES PALIERS.

487. Premier Exemple. Supposons (fig. 425) que la figure ABCDEFGH soit le plan d'une partie de la cage d'un escalier de l'espèce dont la figure 417 en présente un exemple; que le rectangle HRKI soit la projection horizontale de la partie supérieure de la rampe de départ de l'escalier; que le carré RKSG soit celle du premier palier; que le rectangle KLTS soit celle de la seconde rampe toute entière; que le carré LUFT soit celle du second palier; que le rectangle LUEM soit celle de la partie inférieure de la troisième rampe, et que la figure IKLMNOPQ soit celle du limon de l'escalier.

Cela posé, on menera la droite ae (fig. 426) parallèle à la droite BC de la figure 425, et à une distance arbitraire; on menera la droite hg (fig. 426), parallèle à la droite ae, et à une distance, de cette dernière, égale à la hauteur à laquelle doit monter la seconde rampe de l'escalier: la droite ae sera la projection verticale du dessus du premier palier, et la droite hg celle du dessus du second. On prolongera les droites AB, HG, QP, IS, MT, NO, EF et DC (fig. 425), au-delà de la droite BC, pour avoir les projections verticales indéfinies des deux murs perpendiculaires à la droite BC, et celles des faces des limons parallèles aux mêmes murs. Par le point d (fig. 426), où la projection verticale de la face extérieure du limon à gauche rencontre celle ae du dessus du premier palier, et par le point h, où la projection verticale de la face extérieure du limon à droite rencontre celle du dessus du second palier, on menera la droite dh qui devra passer par les arrêtes supérieures de toutes les marches. On menera la droite cn parallèle à dh, et à une distance, de cette dernière, d'environ 5 à 8 centimètres (2 à 3 pouces), qui sera la projection verticale du dessus du limon de la seconde rampe de l'escalier. Parallèlement encore à la droite dh, on menera la droite po, à une distance telle, par rapport à la droite dh, que l'épaisseur er, du derrière des marches, soit d'environ 5 centimètres (2 pouces): cette droite po sera la projection verticale de l'extrados de l'encorbellement en descente. On menera, ensuite, la droite KE parallèle aux précédentes, et à une distance rt du point r, égale à l'épaisseur qu'on voudra donner à la dernière assise de la voûte, et cette droite KE sera la projection verticale de l'arrête supérieure de l'encorbellement, qui est en même temps l'arrête inférieure de la face extérieure du limon.

Cela fait, on portera de K en B et de E en D la hauteur qu'on jugera convenable, et par les points B et D on menera les horizontales BA, DC,

qui seront les projections verticales des naissances des voûtes en arc de cloître qui soutiennent les paliers, et on joindra les points B et D par la droite BD, qui sera la projection verticale de la naissance de l'encorbellement qui soutient la rampe qui nous occupe. On décrira les deux courbes GIK, FNE égales entre elles, et on leur donnera la forme qu'on croira la plus convenable, en observant que ces courbes soient tangentes, aux points de naissance, aux projections verticales des faces intérieures des murs. Ces courbes seront les ceintres principaux des parties en arc de cloître, et en même temps les courbures des intersections des intrados de ces dernières voûtes, et de celle en encorbellement. Ces intersections doivent nécessairement avoir lieu dans les plans verticaux, qui sont les prolongemens des faces extérieures des limons. On divisera chacune de ces courbes en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs; par les points de division H, I, L, et M, N, O, on menera les horizontales HH', II', LL', et MM', NN', OO' qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles des voûtes en arc de cloître, et par les points H' et M', I' et N', L' et O', on menera les droites H'M', I'N', L'O' qui seront celles des arrêtes des douëlles de l'encorbellement. Par les mêmes points de division, on menera les coupes; on menera les horizontales qp, ol, en contre bas des projections verticales ad, hg des dessus des paliers, d'une quantité égale à l'épaisseur des dalles de ces paliers, et ces horizontales qp, ol seront les projections verticales des extrados des voûtes sous les paliers. Enfin on déterminera les états de charge, et les projections verticales des extrémités des coupes, comme on le voit dans l'épure. Ensuite, on copiera (fig. 427), la partie supérieure de la figure 426; on déterminera la section droite TVX YZZ'T' (fig. 425) de l'encorbellement en descente, comme s'il s'agissait d'une descente ordinaire, et l'épure sera terminée.

Pour tracer les voussoirs, supposons qu'il s'agisse de celui dont la projection verticale est la figure z'Bxyu'z (fig. 426), on fera un panneau qui ait la forme de cette projection verticale; on choisira une pierre dont le parement puisse contenir ce panneau; on fera ce parement, et on tracera, dessus, la forme de ce même panneau. D'équerre à ce parement, on fera toutes les faces que ce panneau indiquera, et la pierre prendra la forme abcdefghiklm (fig. 428.) Au moyen du panneau de tête AGHu (fig. 426), on tracera la forme hnopg (fig. 428), sur le joint ahgf, et au moyen du panneau de tête TabcT' (fig. 425), on tracera la forme kqrsl (fig. 428), sur le joint ckld. Quant au reste, on le conçoit sans peine.

S'il s'agit du morceau dont la projection horizontale est la figure dKh

gfe (fig. 425), on portera la hauteur de de la figure 427, de B en a′ (fig. 426); par les points a′, e′, on menera les horizontales b′c′, f′d′; on choisira une pierre qui ait la hauteur c′d′, et qui puisse contenir sur son lit, le panneau de projection horizontale dKhgfe (fig. 425); on fera un lit à cette pierre, sur lequel on tracera la forme de ce panneau; d'équerre à ce lit, on fera toutes les faces qu'indique ce même panneau, et la pierre aura la forme abcdefghiklm (fig. 429), le lit ghiklm étant celui de dessus. Cela posé, on fera les hauteurs hr, is (fig. 429) chacune égale à la hauteur c′g′ (fig. 426); les distances ua, bt (fig. 429) chacune égale à la distance d′e′ (fig. 426); on joindra les points r et s, s et t, t et u, u et r (fig. 429), par les droites rs, st, tu et ur, et par ces droites on fera passer un plan qui sera le joint dont la projection verticale est la droite g′e′ (fig. 426.) On fera les hauteurs lp, mq (fig. 429) chacune égale à la hauteur ae (fig. 427); les distances lo, mn (fig. 429) chacune égale à la distance eb (fig. 427); on joindra les points n et o, o et p, p et q, q et n (fig. 429) par les droites no, op, pq, qn, par lesquelles on fera passer un plan qui sera le joint dont la projection verticale est la droite ab (fig. 427.) Ensuite, on fera les hauteurs ko′, gg′ (fig. 429) chacun égale à la hauteur cf (fig. 427); par les points o, o′ (fig. 429) on menera la droite oo′; par les points o′, s, on menera la droite so′; par le point g′ on menera les droites g′h′, g′n′ respectivement parallèles aux arrêtes gh, gm. On fera les distances g′h′, g′n′, chacune égale à lm; par les points h′, r, on menera la droite rh′, et par les points n′, n, la droite nn′. Puis, on fera les deux plans nn′o′o, n′g′h′o′ qui se rencontreront suivant la droite n′o′, et ensuite le plan rh′o′s, qui rencontrera le précédent n′g′h′o′ suivant la droite o′h′. Cela fait, avec le panneau de tête VkiZYX (fig. 425), on tracera, sur les joints rstu, nopq (fig. 429), les figures $v^3 v^2 v'vv^4 t$, $p^5 p^4 p^3 p^2 p'p$; par le point v^2 on menera la droite $v^2 x^4$, sur le parement rso′h′, parallèle à l'arrête so′; par le point x^4 on menera la droite $x^4 x^3$, sur le plan h′o′n′g′, parallèle à l'arrête h′g′; par le point p^4 on menera la droite $p^4 x^2$, sur le plan noo′n′, parallèle à l'arrête oo′; par le point x^2, on menera la droite $x^2 x^3$, sur le plan n′g′h′o′, parallèle à l'arrête n′g′, et par les points v^3, p^5, on menera les droites $v^3 x$, $p^5 x$, sur les faces du limon, respectivement parallèles aux droites so′, oo′. Ensuite, on fera le petit bout de douëlle $p^4 p^5 xx^2$, que l'on arrêtera au plan mené par les trois points x′, x, x^2; on fera la douëlle $v^2 v^3 xx^4$, que l'on terminera au plan qui passe par les trois points x′, x, x^4; on fera la douëlle triangulaire $xx^3 x^4$, suivant la courbe xx^4 et la droite $x^4 x^3$, que l'on arrêtera au plan mené par les trois points x^3, o′, x; et enfin on fera la douëlle triangulaire $x^3 xx^2$ suivant les

courbes xx^3, xx^2 et la droite x^2x^3, et toutes les parties qui composent la douëlle du voussoir en question, seront terminées. Quant aux coupes, et à l'évidement du limon et de l'extrados, on conçoit, d'après le panneau de tête, comment on doit les faire.

OBSERVATION SUR LA DISPOSITION DE CE GENRE D'ESCALIERS.

488. Si le devant de la marche palière est sur le prolongement de la face extérieure du limon, dont la droite En est la projection verticale, la projection verticale ef (fig. 426) du devant de la première marche du bas, doit s'avancer, par rapport à celle Kc de la face extérieure du limon, d'une quantité cd égale à un giron de marche. En effet, si l'on faisait venir le devant de la première marche, jusqu'à l'alignement de la face extérieure du limon, dont la droite Kc est la projection verticale, ou il ne serait plus possible de faire les arrêtes cn, KE parallèles à la droite qui passe par les arrêtes supérieures des devants des marches, ou l'épaisseur rt varierait d'une rampe à l'autre, ainsi que la distance dc, qui augmenterait à mesure que l'épaisseur rt diminuerait. La diminution de l'épaisseur rt, et par conséquent l'augmentation de la distance dc (qui serait d'une hauteur de marche), aurait lieu en descendant d'une rampe à l'autre; de sorte que, si l'escalier avait un grand nombre de rampes, dans le cas même où l'épaisseur de la voûte de la rampe du haut serait très-considérable, avant d'arriver au bas de l'escalier, on rencontrerait des rampes pour lesquelles cette épaisseur serait nulle, ce dont on peut s'assurer par une épure. Il faudrait donc prendre le parti de renoncer à faire le dessus du limon parallèle au plan mené par les arrêtes supérieures des marches et peut-être même renoncer aussi au parallélisme des arrêtes dont les projections verticales sont les droites cn, KE; ce qui ne serait nullement convenable. Si l'on voulait avancer le devant de la marche palière en dehors de la face extérieure du limon dont la droite nE est la projection verticale, il faudrait reculer, de la même quantité, le devant de la première marche du bas, vers la face extérieure du limon opposé au premier; de sorte qu'on pourrait faire l'inverse de ce qui a lieu dans notre épure; mais cela ne paraît pas aussi convenable que le parti que j'ai pris.

Quel que soit le parti qu'on préfère, il faudra toujours que la distance KL (fig. 425) comprise entre les faces extérieures des limons opposés, renferme autant de girons que la rampe en question devra avoir de marches en hauteur. C'est lorsqu'on veut gagner un giron, dans la largeur du palier, que l'on tombe dans les inconvéniens dont nous venons de parler.

489. **Second Exemple.** Etant supposées les mêmes choses que dans l'exemple précédent, au lieu d'appareiller l'encorbellement, par assises parallèles à la rampe, comme nous l'avons fait dans la figure 426, on pourrait l'appareiller, comme nous l'avons expliqué au chapitre XXIV, n°. 444, ainsi qu'on le voit dans la figure 430. Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer cet exemple, puisqu'il ne diffère du précédent que dans la disposition d'appareil, que nous avons détaillée au n°. 444, qui vient d'être cité. On conçoit que les voussoirs se traceront facilement aux moyens des panneaux de tête et des panneaux de joints. Ces derniers panneaux sont décrits dans la figure 431 : le premier abcde est celui du joint ab (fig. 430) ; le second afgh (fig. 431) est celui du joint cd (fig. 430) ; le troisième afikl (fig. 431) est celui du joint ef (fig. 430), et le quatrième amnopqr (fig. 431) est celui du joint gh. Comme cette disposition d'appareil est symétrique, ces quatre panneaux sont suffisans. Je crois inutile d'expliquer la manière de les obtenir.

DES ESCALIERS VOUTÉS EN ENCORBELLEMENS, CYLINDRIQUES EN DESCENTE, SOUS LES RAMPES, ET EN TROMPES CONIQUES SOUS LES PALIERS.

490. D'après ce que nous venons de dire sur ce genre d'escalier, et ce que nous avons dit, en son lieu, sur les trompes coniques, je crois que l'inspection seule des figures 432, 433, 434 et 435 suffira au lecteur, pour entendre l'épure de cette manière de voûter les escaliers ; seulement je lui ferai observer que s'il veut (ce qui est convenable) que l'intersection, avec l'intrados des trompes, d'un plan perpendiculaire à l'axe de cet intrados, soit une demi-circonférence de cercle ou une demi-ellipse, il faudra que les courbes telles que AC (fig. 433) soient des branches de parabole, dont les droites comme AB seront les axes. Mais cela suppose que les projections horizontales AB, BC (fig. 432) des raccordemens des trompes et des encorbellemens sont respectivement parallèles aux traces horizontales DC, AD, des faces intérieures des murs qui forment l'encoignure dans laquelle la trompe est pratiquée, ce qui a généralement lieu. Si l'angle ADC (fig. 432) est droit, pour que l'intersection du plan dont nous venons de parler, avec l'intrados de chaque trompe, soit une demi-circonférence de cercle, il faudra que les hauteurs telles que BC (fig. 433) soient égales à la diagonale DB (fig. 432.)

Pour tracer les voussoirs des trompes, on s'y prendra de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse de celui dont le panneau de projection horizon-

tale est la figure abcdg (fig. 432), on cherchera une pierre dont le lit puisse contenir ce panneau, et dont le parement puisse contenir le panneau sBopqr (fig. 433) de projection verticale. On fera le lit de pose de cette pierre et le parement qui doit se trouver sur la face extérieure du mur. Sur le lit (fig. 436) on tracera la forme abcdg, au moyen du panneau de projection horizontale abcdg (fig. 432), et sur le parement (fig. 436) on tracera la forme feckih, au moyen du panneau de projection verticale oBsrqp (fig. 433); d'équerre au lit (fig. 436) on fera les faces cvsd, dgml, gaonm; et d'équerre au parement on fera les faces klmi, mihn, nhfo et efog. Cela fait; sur le joint ofhn, on tracera la forme fpqzh, au moyen du panneau de tête lnopq (fig. 432), pris dans la section droite d'un encorbellement; par les points q et p (fig. 436) on menera les droites qr, pt′ parallèles à l'arrête og, que l'on terminera respectivement aux droites gr, ge; par le point z on menera la droite zy parallèle à hi; par le point y, où la droite zy rencontre la droite mi, on menera la droite yx parallèle à l'arrête lk. Puis, on menera la droite dt d'équerre à l'arrête cd; on fera la distance dt égale à la distance dg′ (fig. 432); par le point t (fig. 436), on menera la droite tu parallèle à dc; on fera les hauteurs cv, ds, chacune égale à la hauteur gh (fig. 433); on joindra les points v et s, s et r, t et t′, v et x par des droites, et la pierre sera tracée. On conçoit comment il faudrait la terminer. On tracerait les autres voussoirs de la même manière. Quant à la clef, on la tracera et on la taillera de la manière suivante :

Par les points H, h (fig. 432) qui sont les points où les projections horizontales des extrémités de la dernière coupe, vont rencontrer les droites AB, BC, on menera les droites Hf, hc, parallèles à la projection horizontale BD de l'axe de l'intrados de la trompe; par le point t (fig. 433), on abaissera, à la ligne de terre, la perpendiculaire tt′, la droite tv étant la projection verticale du joint de la clef qui se trouve dans l'encorbellement, dont la droite BD est la projection verticale de la naissance; par le point a (fig. 434), on abaissera, à la droite DA, la perpendiculaire ak, la droite ad étant la projection verticale du joint de la même clef qui se trouve dans l'encorbellement dont la figure 434 est la projection verticale : la figure kB t′thcH′fHm (fig. 432) sera le panneau de projection horizontale de la clef qu'on veut tracer. Par le point d (fig. 433), le plus inférieur de la projection verticale de cette clef, on menera l'horizontale fa, et par le point v la verticale vb; par le point c (fig. 434), le plus inférieur de la seconde projection verticale de cette même clef, on menera l'horizontale cb, et par le point d on abaissera la verticale dc. Cela fait, on cherchera une pierre qui

ait la hauteur bv (fig. 433), et dont le lit puisse contenir le panneau de projection horizontale kBt'theH'fHm (fig. 432); on équarrira cette pierre à ce panneau et à la hauteur indiquée, laquelle aura la forme abcdefghikk'a'b'c'd'e'f'g'h'i' (fig. 437). La pierre étant ainsi équarrie, supposons que le lit de dessous soit la face abcdefghik; cela posé, on fera les hauteurs dn, co chacune égale à la hauteur dc (fig. 434); par les points n et o (fig. 437), on menera les droites nn', oo' respectivement parallèles aux arrêtes dc, cb; on fera les distances nn', oo' chacune égale à la distance cb (fig. 434), ce qui donnera les points n', o' (fig. 437); on fera les hauteurs dt, cr^6, chacune égale à ba (fig. 434), on joindra (fig. 437) les points n' et t, t et r^6, r^6 et o', par les droites n't, tr^6, r^6o', par lesquelles on fera passer un plan qui sera le joint dont la droite ad (fig. 434) est la projection verticale. On prolongera ce joint un peu au-delà des points n', o'. Avec le panneau de tête t^2uvxyz (fig. 432), pris dans la section droite d'un encorbellement, on tracera, sur ce joint (fig. 437), la forme $r^6r^5r^4r^3r'r^2$. On fera les hauteurs km, al, chacune égale à la hauteur at (fig. 433); les distances k'm', a'l' (fig. 437), chacune égale à la distance ab (fig. 433), et on joindra (fig. 437) les points m et l, l et l', l' et m', m' et m par les droites ml, ll', l'm', m'm, par lesquelles on fera passer un plan qui sera le joint dont la projection verticale est la droite tv (fig. 433). Avec le panneau de tête t^2uvxyz (fig. 432), et sur ce joint (fig. 437), on tracera la forme $s^3s's^2l's^5s^4$. Ensuite, on fera les hauteurs bp^2, ep^4, ip^3, chacune égale à la hauteur ci (fig. 433); on joindra les points l et p^2, p^2 et o', n' et p^4, m et p^3 (fig. 437) par les droites lp^2, p^2o', $n'p^4$, mp^3, par lesquelles on fera passer les plans mlp^2p^3, $o'p^2p^4n'$, que l'on arrêtera respectivement aux droites p^3p^2, p^2p^4. Cela fait, parallèlement à la diagonale gb, et à des distances chacune égale à rs (fig. 432), on menera (fig. 437) les droites $q'q^5$, q^2q^4; on fera les distances q^5q', q^4q^2 chacune égale à ss' (fig. 432); par le point q' (fig. 437), on menera la droite q'q parallèle à l'arrête gf; par le point q^2, on menera la droite q^2q^3 parallèle à l'arrête gh, et par les droites p^3p^2 et qq', p^2p^4 et q^2q^3, on fera respectivement passer les plans $qr^2p^2p^3$, $q^3r^2p^2p^4$, qui se rencontreront suivant la droite r^7p^2. Ensuite, sur le plan mlp^2p^3, on menera, par le point s', la droite s's parallèle à l'arrête lp^2; par le point s où cette droite rencontre la droite p^3p^2, et le point q', on menera, sur le plan $qr^7p^2p^3$, la droite q's, qui sera l'une des arrêtes de la douëlle conique. Par le point r', et dans le plan $p^2o'n'p^4$, on menera la droite r'r parallèle à l'arrête $o'p^2$; par le point r, où cette droite rencontrera la droite p^2p^4, et par le point q^2, on menera, dans le plan $q^3r^7p^2p^4$, la droite q^2r, qui sera la seconde arrête de la douëlle conique,

Puis, par le point s^2, on menera la droite s^2p parallèle à l'arrête lp^2, et on fera le bout de douëlle cylindrique $s's^2ps$, que l'on terminera contre un plan mené par les droites sp^2, p^2p. Par le point r^2, on menera la droite r^2p parallèle à l'arrête p^2o', et on fera le petit bout de douëlle cylindrique r^2pr r', que l'on terminera à un plan mené par les droites p^2r, p^2p. Enfin, par les courbes sp, pr, et les droites sq', rq^2, on ferà la douëlle conique. Pour les coupes, on fera la hauteur gu égale à la hauteur cm (fig. 433); par le point u (fig. 437), on menera les droites uk, uv, d'équerre à l'arrête gu, lesquelles rencontreront respectivement les droites hh', ff' aux points k, v. Par les points k et q^5, v et q^4, on menera les droites kq^5, q^4v. Par les droites q^5k, q^5q', q's, on fera passer un plan qui rencontrera celui mené par les droites ss', $s's^3$, suivant la droite sx, et la première coupe sera faite; par les droites vq^4, q^4q^2, q^2r, on fera passer un plan qui rencontrera celui mené par les droites rr', $r'r^3$, et la seconde coupe sera terminée. Il ne restera donc plus à faire que ce qui est relatif au limon et à l'extrados, pour avoir achevé la clef en question, ce qu'on fera sans peine, étant indiqué par les panneaux de tête.

DES ESCALIERS VOUTÉS EN DEMI-VIS SAINT-GILLES POLYGONALES.

491. Supposons que la figure ABCDEFGHIKLM (fig. 438), *soit la* moitié du plan de la cage de l'escalier; que la figure NOPQRS soit la moitié de la projection horizontale des faces extérieures du limon; que la figure TUVXYZ, soit celle des faces intérieures de ce limon, et que les diagonales OB, PC, QD, RE, soient les projections horizontales des intersections successives des demi-berceaux droits qui soutiennent les paliers, et des demi-berceaux gauches qui composent la voûte de l'escalier. Supposons que la figure ABON soit la projection horizontale d'une partie d'un palier, que les figures BOPC, CPQD, soient celles de deux rampes successives, que la figure QDER soit celle d'un autre palier, et que la figure REFS soit celle de la partie inférieure d'une rampe, etc. Entre les deux paliers on pourrait supposer un plus grand nombre de rampes, ou n'en supposer qu'une. Cela posé, on dessinera l'épure de la manière suivante :

Sur la droite AN (qui est perpendiculaire à la droite AB) comme demi-diamètre, on décrira la courbe Aabc qu'on jugera convenable; on divisera cette courbe en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs dans la voûte; par les points de division a, b on abaissera sur la droite AN, les perpendiculaires aa', bb', et ces perpendiculaires, prolongées jusqu'à la diagonale BO, seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles d'une partie du demi-berceau horizontal qui soutient le premier

palier. Par les points a^2, b^2, où les droites $a'a^2$, $b'b^2$ rencontrent la diagonale BO, on menera, parallèlement à la droite BC, les droites a^2a^3, b^2b^3 qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles du premier berceau gauche en descente, et on continuera de décrire les projections horizontales a^3a^4 et b^3b^4, a^4a^5 et b^4b^5, a^5a^6 et b^5b^6, des arrêtes des douëlles des autres berceaux. On menera les coupes ak, bg; on fixera l'épaisseur qu'on voudra donner aux demi-berceaux sous les paliers; on menera, d'après cette épaisseur, la droite $L'L^2$ parallèle à MN, et à la distance MM^3, qu'on jugera convenable, on menera la droite M^3k; enfin, on déterminera les projections horizontales des extrémités des coupes, de la même manière qu'on a obtenu celles des arrêtes des douëlles, et la projection horizontale de la voûte sera terminée.

Pour avoir les projections verticales qui sont nécessaires, on prendra une ligne de terre M'K' parallèle à la droite LK; par les points M, A, a', b', Z, N et les points B, a^2, b^2, Y, O, on élevera à cette ligne de terre M'K', les perpendiculaires MM^2, AA^3, $a'a^7$, $b'b^7$, ZZ^2, NN^2, et BB^2, a^2a^8, b^2b^8, YY^2, OO^2; on menera les droites a^7a^8, b^7b^8, N'O' parallèles à la ligne de terre M'K', et à des distances respectivement égales aux ordonnées a'a, b'b, Nc, et par les points A', a^7, b^7, N', et B', a^8, b^8, O', on fera passer les courbes A' a^7b^7 N', B' a^8b^8 O', qui seront les projections verticales, la première, de l'intersection d'un plan vertical élevé sur la droite AN, avec l'intrados du demi-berceau qui soutient le premier palier, et la seconde, de la rencontre de ce dernier demi-berceau avec le demi-berceau gauche en descente, qui soutient la première rampe. Cela fait, on menera la droite A^2 Z' parallèle à la ligne de terre et à la hauteur ZL^2; parallèlement à cette droite A^2Z', et à une hauteur d'environ 8 centimètres (3 pouces) (pour l'épaisseur du dallage du palier), on menera la droite nl, qui sera la projection verticale du dessus du palier. Parallèlement à cette dernière droite nl, et à une hauteur égale à la somme des hauteurs des marches comprises dans la première rampe, on menera la droite mo, qui sera la projection verticale du dessus de la dernière marche de cette rampe, de la marche dont la projection horizontale du devant est la diagonale CP. Par les points l et m, où les droites nl, mo rencontrent les projections verticales $O'O^2$, $P'P^2$ des intersections des faces extérieures du limon (dont les projections horizontales sont les points O, P) on menera la droite lm, qui sera la projection verticale de la droite qui passerait par les arrêtes supérieures des marches, prolongées jusqu'à la face extérieure du limon dont la projection horizontale est la droite OP. Parallèlement à cette droite lm, on menera la droite O^2

P^2, à une hauteur égale à environ 8 centimètres (3 pouces), et cette droite sera la projection verticale de l'arrête supérieure et extérieure du limon. Pour avoir la projection verticale Y^2X^2 de l'autre arrête supérieure du limon, par les points O^2, P^2, on menera les horizontales O^2Z^2, P^2X^2, qui rencontreront les droites YY^2, XX^2 aux points Y^2, X^2, par lesquels on menera la projection demandée Y^2X^2. La droite O^2Z^2 sera la projection verticale du dessus horizontal du limon du palier. On procédera ensuite à la projection verticale des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes du demi-berceau gauche en question, et pour cela, par le point O′ et parallèlement à la droite lm, on menera la droite O′P′, qui sera la projection verticale de l'arrête inférieure de la face extérieure du limon, qui est en même temps l'arrête supérieure du demi-berceau gauche dont il s'agit. Cela fait, on menera l'horizontale P^4x, en contre-bas du point P′, d'une quantité $P'P^4$ égale à Nc ; par les points C, a^3, b^3, on élevera, à la ligne de terre M′K′, les perpendiculaires CC′, a^3a^9, b^3b^9, sur les deux dernières, et à partir de la droite P^4x, on portera les ordonnées a′a, b′b, et par les points C′, a^9, b^9, P′, on décrira la courbe $C'a^9b^9P'$ qui sera la projection verticale de la rencontre des deux demi-berceaux gauches des deux rampes successives, rencontre dont la projection horizontale est la droite CP. On joindra les points B′ et C′, a^8 et a^9, b^8 et b^9 par les droites B′C′, a^8a^9, b^8b^9, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles du premier demi-berceau gauche en descente. Enfin, on voit assez, par les lignes de construction, comment on doit opérer pour avoir les projections verticales des extrémités des coupes, et des extrémités des surfaces d'état de charge, et quand on les aura obtenues, cette première projection verticale sera terminée.

On déterminera, de la même manière, la projection verticale du demi-berceau gauche en descente de la seconde rampe, et celle du demi-berceau du second palier, dont la projection horizontale est la figure DQRE, en prenant une ligne de terre K^3H' parallèle à la droite KI, et l'épure sera terminée.

Pour tracer les voussoirs, on commencera par déterminer les projections verticales et les projections horizontales des joints par tête, comme on le voit dans l'épure, pour la première assise, tant des voûtes des paliers que de celles des rampes. On obtiendra ces projections par le procédé que nous avons expliqué au n°. 485, pour la vis Saint-Gilles carrée ; on aura par là les panneaux de projection horizontale $d^6d^7a^2e^6e^7L$, $za^3y^4y^5Kz'$, $f^4a^4d^4d^3If^3$, pour les voussoirs d'angle, au moyen desquels on équarrira des pierres à leurs plus grandes hauteurs respectives. La plus grande hauteur du morceau, dont le panneau de projection horizontale est la figure $d^6d^7a^2e^6$

e^7L, et qui fait partie du demi-berceau du premier palier, et du demi-berceau gauche de la première rampe, est la hauteur $e^{10}e^5$. Pour avoir celle du morceau dont le panneau de projection horizontale est la figure $za^3y^4y^5K$ z', et qui fait partie, à la fois, des deux demi-berceaux gauches des deux premières rampes, on portera la hauteur fz^3 de x en d, et la hauteur demandée sera ed. Enfin, la hauteur du morceau, dont le panneau de projection horizontale est la figure $f^4a^4d^4d^3If^3$, et qui fait partie et du second demi-berceau gauche, et du demi-berceau ordinaire qui soutient le second palier, sera la hauteur d^2d'. On conçoit comment on aurait les panneaux de projection horizontale et les plus grandes hauteurs des voussoirs des autres assises. Cela fait, on déterminera le panneau de tête qui répond à chaque joint par tête, en opérant comme il a été expliqué au n°. 485, et on aura tout ce qu'il faut pour tracer et tailler les voussoirs, par la méthode expliquée au n°. 486, en ayant égard à ce qui a été dit au n°. 485.

Relativement à la disposition des marches, on observera les mêmes choses que nous avons expliquées au n°. 488. On voit, dans la présente épure, que nous avons poussé le devant de la première marche de la première rampe de toute la largeur d'un giron, par rapport à la projection verticale $O'O^2$ de l'intersection des faces extérieures des limons, pour que la projection horizontale du devant de la dernière de la même rampe se trouvât être la diagonale PC, et qu'il en fût de même pour les rampes suivantes. Il résulte de cette disposition, que l'épaisseur des demi-berceaux gauches en descente, près du limon, est moindre qu'elle le serait, si nous n'avions reculé la première marche que d'un demi-giron; mais le devant de la dernière n'aurait plus eu la droite PC pour projection horizontale, puisqu'il aurait fallu avancer cette marche d'un demi-giron.

CHAPITRE XXXI.

Des Escaliers à repos entre deux murs cylindriques droits.

492. Les dispositions des escaliers de ce genre ne sont pas aussi variées que celles des escaliers à rampes droites. Les principales, les plus usitées, sont celles représentées en plan et en élévation dans la planche 86. Dans cette planche, la figure 439 est l'élévation et la figure 440 le plan d'un escalier à

une seule montée, comprise entre deux murs cylindriques, à base circulaire ou elliptique, s'élevant à une hauteur indéterminée. Ces sortes d'escaliers peuvent faire un nombre entier ou fractionnaire quelconque de révolutions. On voit que les projections horizontales des devants des marches tendent toutes au centre commun des traces horizontales des faces des murs, ce qui doit toujours avoir lieu dans les escaliers à rampes courbes. Les traces horizontales des faces des murs doivent toujours être concentriques, pour la régularité de l'escalier.

La figure 441 est l'élévation, et la figure 442 le plan d'un escalier semblable au précédent, avec cette différence que, le mur qui soutient le petit bout des marches, au lieu de s'élever indéfiniment, se termine en gradins. La hauteur de ces gradins est égale à deux ou trois hauteurs de marche, et leur retraite est égale à deux ou trois girons, suivant que leur hauteur est égale à deux ou trois hauteurs de marche.

La figure 443 est l'élévation, et la figure 444 le plan d'un escalier du même genre, mais dans lequel le mur qui soutient le petit bout des marches est terminé en forme de limon, dont le dessus est une surface que nous définirons incessamment.

Les figures 445, 446 sont le plan et l'élévation de la moitié d'un escalier du même genre à deux montées, faisant seulement un quart de révolution, et se réunissant à un palier d'arrivée.

Les escaliers disposés de cette manière, prennent le nom de *fer-à-cheval*. Le mur qui soutient le petit bout des marches est terminé en limon, mais il pourrait l'être en gradins. L'autre mur peut s'élever à la hauteur qu'on voudra, ou se terminer comme le premier, ainsi qu'on le voit dans les figures 447, 448, qui sont l'élévation et le plan d'un autre exemple de fer-à-cheval. Au-dessus du palier d'arrivée, on voit que, dans cet exemple, il s'élève une rampe droite. Cette rampe droite pourrait être suivie d'une autre, montant sur la même ligne, ou bien aboutir à un autre fer-à-cheval, et ainsi de suite; de manière qu'on pourrait disposer plusieurs fers-à-cheval et plusieurs rampes droites en amphithéâtre, ce qui serait susceptible de produire un effet très-pittoresque, surtout si l'on décorait ces escaliers de jets d'eau, de vasques, de fontaines, etc. Les rampes courbes des fers-à-cheval peuvent faire des demi-révolutions, de sorte que les deux marches de départ seraient écartées l'une de l'autre, d'une distance égale à la largeur du palier d'arrivée auquel les deux rampes courbes se réunissent.

Quelque compliquée que soit la disposition d'un escalier à repos entre deux murs cylindriques droits, son exécution ne peut renfermer de diffi-

culté que dans le cas où l'un des murs ou tous les deux se terminent en limon; car, dans le cas où les murs s'élèvent indéfiniment, l'escalier n'y apporte aucun changement, et par conséquent ces murs restent dans leur simplicité. Dans le cas où ces murs se terminent en gradins, il est clair qu'il n'y a pas plus de difficulté. Dans tous les cas, les marches sont si simples, qu'il serait tout-à-fait inutile d'en parler. Il nous suffira donc d'expliquer ce qui est relatif à l'exécution des limons courbes. Mais avant de passer à des exemples, il faut que nous définissions l'espèce de surface qui convient au-dessus de ces sortes de limons.

493. Pour cela, supposons que, sur la surface d'un cylindre droit, à base circulaire, on ait tracé une certaine courbe, en montant, autour du cylindre, comme le filet d'une vis : cette courbe sera ce qu'on appelle une *hélice*, si, dans le développement de la surface cylindrique, elle devint une ligne droite. Nous étendrons cette définition au cas où la base du cylindre est elliptique, le cylindre étant toujours droit.

Je dis maintenant que les arrêtes du dessus d'un limon courbe doivent être de véritables hélices, et le dessus une surface engendrée par une ligne droite, restant toujours de niveau, et glissant en même temps sur une hélice et sur l'axe de la surface cylindrique sur laquelle l'hélice est supposée décrite. Cette espèce de surface prend le nom de surfaces *hélicoïdes*. En conséquence de ces définitions, nous appelerons *limons hélicoïdes*, ceux que jusqu'ici nous avons appelés *limons courbes*. Cela posé, passons à des exemples.

494. Premier Exemple. Supposons, en premier lieu, que le dessus du limon doive être formé par les assises du mur lui-même; que les quarts de cercle AB, DE (fig. 449) soient les traces horizontales des faces de ce mur, et que les droites NL, MK, d'I, e'H, etc., soient les projections verticales des lits des assises de ce même mur. Cela posé, pour avoir la projection verticale du dessus du limon, on opérera de la manière suivante :

Supposons d'abord que les hauteurs LK, KI, IH, HG, etc., des assises du mur soient égales entre elles, et que le limon ne commence qu'à partir du dessus de la première assise, et se termine au-dessus de la quatrième : il s'ensuivra que la hauteur à laquelle le limon montera, sera égale à trois hauteurs d'assise. En conséquence, on divisera les deux quarts de cercle AB, DE, chacun en trois parties égales aux points a, b, et d, e; par les points A, a, b, B, on élevera, à la ligne de terre NL, les perpendiculaires AC, aa', bb', BG, qui rencontreront respectivement les droites CK, l'I, h'H, etc., aux points C, a', b', G, par lesquels on fera passer la courbe Ca'b'G, qui sera la projection verticale de l'hélice qui est l'arrête, du dessus du limon, située

sur la face concave du mur. Par les points D, d, e, on élevera à la ligne de terre LN, les perpendiculaires DM, dd′, ee′, qui rencontreront respectivement les droites MK, d′I, e′H, etc., aux points M, d′, e′, G, par lesquels on fera passer la courbe Md′e′G, qui sera la projection verticale de l'hélice qui est la seconde arrête du dessus du limon.

Si l'on prolongeait les lits des assises du mur, uniformément jusqu'à leurs rencontres avec le dessus du limon, il en résulterait des angles très-aigus, qu'il faut faire disparaître par le moyen de facettes, comme nous l'avons pratiqué dans les murs en talus, etc. Les intersections de ces facettes avec les faces du mur, seront des portions d'hélice perpendiculaires à celles des arrêtes du limon. Quant aux surfaces de ces facettes, elles seront gauches. Pour avoir les projections verticales des intersections de ces facettes avec les faces du mur, on développera, en ligne droite (fig. 450), l'un des arcs égaux Aa, ab, etc., ainsi que l'un des arcs correspondans Dd, de, etc., de la figure 449, de sorte que la droite ba (fig. 450) soit le développement de l'arc Aa (fig. 449) par exemple, et que la droite bd (fig. 450) soit celui de l'arc Dd (fig. 449). Par le point b (fig. 450) on élevera la droite bc perpendiculaire à la droite bd; on fera la hauteur bc égale à celle LK (fig. 449), qui est commune à toutes les assises du mur; et par les points a et d (fig. 450), et le point c, on menera les droites ac, dc, qui seront respectivement une partie des développemens des hélices qui sont les arrêtes concave et convexe du limon. Cela fait, on menera la droite ef (fig. 450) parallèle à la droite db, et à une hauteur, par rapport à cette dernière, égale à celle à laquelle on veut faire monter les facettes, par rapport aux lits des assises du mur; par les points e, h, où cette droite ef rencontre les droites cd, ca, on abaissera les droites ei, hg perpendiculaires à la droite db, et on menera les droites ek, hl, respectivement perpendiculaires aux droites cd, ca, qui seront les développemens des intersections des facettes avec les faces du mur. Ensuite, on fera les distances Ap, ak, bf (fig. 449), chacune égale à la distance ag (fig. 450); par les points p, k, f (fig. 449), on menera les droites pr, km, fg, tendantes au centre O; on menera les droites r′p′, m′k′, f′g′, parallèlement aux droites MK, d′I, e′H, et à une hauteur, par rapport à ces dernières, égale à bf (fig. 450); par les points p et r, k et m, f et g, on élevera, à la ligne de terre NL, les perpendiculaires pp′ et rr′, kk′ et mm′, ff′ et gg′, qui rencontreront les droites r′p′, m′k′, g′f′, respectivement aux points p′ et r′, k′ et m′, f′ et g′, qui seront situés sur les projections verticales des arrêtes du limon. Après cela, on fera les distances po, kl, fh, chacune égale à la distance gl (fig. 450), et les distances rq, mn, gi (fig. 449), chacune égale à la dis-

tance ik (fig. 450). Par les points o et q, l et n, h et i (fig. 449), on élevera, à la ligne de terre NL, les perpendiculaires oo′ et qq′, ll′ et nn′, hh′ et ii′, qui rencontreront respectivement les droites MK, d′I, e′H aux points o′ et q′, l et n′, h′ et i′; on joindra ensuite les points o′ et p′, l′ et k′, h′ et f′, ainsi que les points q′ et r′, n′ et m′, i′ et g′, par les courbes o′p′, l′k′, h′f′ et q′r′, n′m′, i′g′, qui seront les projections verticales des intersections des facettes avec les faces du mur. Pour décrire les courbes o′p′, l′k′, etc., on prendra des points aux milieux des arcs po, kl, etc., et aux milieux des arcs rq, nm, etc., par lesquels on élevera des perpendiculaires à la ligne de terre NL, lesquelles iront rencontrer respectivement des horizontales menées à égales distances des droites MC et r′p′, d′l′ et m′k′, etc., en des points qui appartiendront respectivement aux courbes dont il est question, et la projection verticale du limon sera terminée.

Pour tracer les pierres de ce limon, celle de la première assise, par exemple, dont le panneau de projection horizontale est la figure PQkm (fig. 449), on équarrira une pierre à ce panneau, qui ait la hauteur Nr′, laquelle prendra la forme abcdefghiklm (fig. 451). Par les points b et c de contact des tangentes ab, fe aux arcs bc, ed, on menera les droites bi, em, parallèles aux arrêtes ah, fg; on fera ensuite les hauteurs at, bs, cu, dv, er, fx, chacune égale à la hauteur d'assise; on joindra les points s et u, r et v, au moyen d'une règle flexible, et les autres points par les droites st, tx, xr, et uv; on fera les distances tq, ho respectivement égales aux distances Qo, Qp (fig. 449), et les distances xp, gn (fig. 451) respectivement égales aux distances Pq, Pr (fig. 449.) Puis, on joindra les points o et n (fig. 451) par la droite on, les points o et q, n et p, o et s, n et r avec une règle flexible, et la pierre sera tracée.

Si l'on voulait tracer et tailler une pierre de la seconde assise, celle, par exemple, dont le panneau de projection horizontale est la figure pfgr (fig. 449), on équarirait une pierre à ce panneau, à la hauteur k^2k', laquelle prendrait la forme abchefgd (fig. 452.) Ensuite, on menerait quelconques, les droites ro, sn, parallèles aux arrêtes bg, cd; on ferait les hauteurs ro, bp, cq, sn, chacune égale à la hauteur de l'assise KI (fig. 449), et avec une règle flexible, on joindrait les points o et p, n et q et les points p et q (fig. 452) par les arcs de cercle po, qn indéfiniment prolongés, et les points p et q, par la droite pq. On ferait ensuite les distances po, gl, respectivement égales aux distances fl, fk (fig. 449), et les distances qn, dm (fig. 452), respectivement égales aux distances gn, gm (fig. 449); on joindrait les points l et m (fig. 452) par la droite lm, et les points l et o, m et n par

les courbes lo, mn, au moyen d'une règle flexible, et le lit de dessus serait tracé. On ferait les hauteurs ak, hi, chacune égale à la hauteur bf (fig. 450); les distances at, hu (fig. 452) respectivement égales aux distances gl, ik (fig. 450); on joindrait les points i et k, u et t (fig. 452), par les droites ik, ut, et les points k et t, i et u, par les courbes kt, iu, au moyen d'une règle flexible, et la facette du lit de pose serait tracée. Pour tracer le dessus du limon, on joindrait les points k et l, i et m, par les portions d'hélice kl, im, au moyen d'une règle flexible un peu large, que l'on ferait bien coïncider avec les faces cylindriques de la pierre. Pour tailler ce dessus, on ferait glisser une règle sur les deux courbes kl, im, d'une manière uniforme.

Si l'on voulait tracer le morceau de la quatrième assise, qui termine le limon, on s'y prendrait d'une manière semblable, et on aurait une pierre de la forme indiquée par la figure 453.

495. Second Exemple. Supposons que le limon doive être, sur chaque face du mur, en forme de couronnement, et qu'on veuille toujours qu'il soit formé par les assises du mur. Supposons que les quarts de cercle AB, DE (fig. 454) soient les projections horizontales des faces cylindriques du limon; que les quarts de cercle NO, PQ soient les traces horizontales de celles du mur; que la droite d'M soit la projection verticale de la génératrice, du dessus du limon, dont la projection horizontale est la droite DA; que la droite LS soit la projection verticale d'un plan horizontal, avec lequel le dessus du limon doit se raccorder suivant une droite dont la projection verticale est le point L, et la projection horizontale la droite EB. Cela posé, on opérera ainsi qu'il suit :

Comme dans l'exemple précédent, on divisera la hauteur ML en autant de parties égales que cette hauteur comprendra d'assises du mur; dans notre exemple, on la divisera en trois aux points H et K, et par ces points H, K on menera les droites He', Kf'. On divisera les quarts de cercle AB, DE, chacun en trois parties égales aux points b, c, et aux points e, f; par ces points de division et les points A et D, on élevera, à la droite d'M, les perpendiculaires Aa' et Dd', bb' et ee', cc' et ff', qui rencontreront respectivement les droites d'M, e'H, f'K, aux points a' et d', b' et e', c' et f', par lesquels et le point L on fera passer les courbes a'b'c'L, d'e'f'L, qui seront les projections verticales des arrêtes du dessus du limon. Sur les verticales LK, $c'c^2$, $b'b^2$,..., $f'f^2$, $e'e^2$,..., et à partir des points L, c', b',..., f', e',..., on portera, en contre-bas, l'épaisseur verticale du limon, ce qui donnera les points K, c^2, b^2,..., par lesquels on fera passer la courbe Kc^2b^2,..., et les points

K, f^2, e^2,..., par lesquels on fera passer l'autre courbe Kf^2e^2,... La première de ces courbes sera la projection verticale de l'arrête inférieure de la face concave du limon, et la seconde sera celle de l'arrête correspondante de l'autre face.

Si l'on voulait avoir les projections verticales des intersections du dessous du limon, avec les faces du mur, par les points où les quarts de cercle NO, PQ rencontrent les droites cf, be, etc., on éleverait des perpendiculaires à la droite d'M, qui iraient rencontrer les horizontales e'H, d'M, etc., en des points par lesquels et le point K, on ferait passer des courbes qui seraient les projections demandées.

Outre les facettes qui rencontrent le dessus du limon, il en faudra d'autres qui rencontrent le dessous, afin d'éviter toute espèce d'angle aigu. Pour avoir les projections verticales de ces doubles facettes, on opérera ainsi qu'il suit :

On développera en ligne droite, l'un des arcs égaux Ab, bc, etc., et l'un des arcs De, ef, etc. Supposons que la droite ba (fig. 450) soit le développement de l'arc Ab (fig. 454), et la droite bd (fig. 450), celui de l'arc correspondant De (fig. 454). On fera la hauteur bc (fig. 450) égale à l'une des divisions égales de ML (fig. 454), et on achevera la figure 450, comme nous l'avons expliqué au n°. 494. Ensuite, comme la hauteur verticale du limon est juste égale à une division de ML (fig. 454), on fera les distances Aa, by, bv, cp, cn et Bg, chacune égale à la distance ag (fig. 450), et par les points a, y, v, p, n, g (fig. 454), et par le centre R, on menera les droites ad, yz, vx, pq, no, gh ; on fera les distances aa^2, yy', vt, pr, nl, gi, chacune égale à la distance gl (fig. 450), et les distances dd^2, zz', xu, qs, om, hk (fig. 454), chacune égale à la distance ik (fig. 450). Puis, parallèlement aux droites d'M, e'H, f'K (fig. 454) et à une distance, en contre-haut et en contre-bas de ces mêmes droites, égale à la hauteur bf (fig. 450) des facettes, on menera les droites d^3a^3 et z^2F, x'v' et q'G, r'n' et g'I (fig. 454), qui seront les projections verticales des intersections des facettes avec le dessus et le dessous du limon. Quant à celles des intersections de ces facettes avec les faces cylindriques du limon, on les obtiendra, comme nous l'avons expliqué au n°. 494, ainsi que les lignes ponctuées l'indiquent, et la projection verticale du limon sera terminée.

L'inspection de la figure 455, qui représente une pierre de l'espèce de limons dont il s'agit, et l'explication que nous avons donnée, pour tracer les pierres de l'exemple précédent, suffiront pour entendre la manière de tracer celles de celui-ci.

496. Troisième Exemple. Dans chacun des deux exemples qui précèdent, au lieu de faire le dessus du limon en hélicoïde, on pourrait le faire en forme de chaperon en dos-d'âne ou arrondi, ainsi qu'on le voit en projection horizontale et en projection verticale, dans la figure 456. Dans ces deux cas, les arrêtes du limon, sur les deux faces cylindriques, seraient, comme dans les cas précédens, des hélices, et le sommet, du dessus du limon, serait une courbe semblable, située au milieu de la largeur du limon, un peu plus haut que les deux premières. Pour tracer les pierres de cet exemple, on supposerait une surface hélicoïde menée par l'hélice du sommet; on prolongerait les facettes jusqu'à cette surface, de sorte que ces facettes seraient plus larges, qu'à l'ordinaire, de toute l'élévation du sommet du chaperon, par rapport aux arrêtes sur les faces cylindriques du limon. Ainsi, dans le développement (fig. 457) des arcs be, qr, nk (fig. 456), en supposant que la droite gf (fig. 457), parallèle à la droite da, soit celle qui détermine la hauteur des facettes sur les faces cylindriques, on menera une autre parallèle ih à la droite da, de manière que la hauteur fh soit égale à la flèche gd (fig. 458) (la courbe edc étant celle du dessus du limon, prise dans un plan vertical mené suivant une génératrice de la surface hélicoïde). On regardera donc la hauteur ah (fig. 457), comme étant celle des facettes, et on opérera, en conséquence, comme nous l'avons expliqué dans les deux premiers exemples. On taillera les pierres comme si le dessus du limon était hélicoïde, ce qui leur donnera la forme sabcdefghikl (fig. 459), et ensuite, sur les facettes asred, hgqfl, on tracera les courbes nro, mqp, au moyen, non pas de la cerce edc (fig. 458), mais d'une autre cerce dépendante de celle-là et de la direction de la facette, que le lecteur trouvera de lui-même. Dans la pratique, la cerce edc (fig. 458) serait suffisamment exacte entre les mains d'un tailleur de pierre intelligent.

497. Quatrième Exemple. Au lieu de faire le limon par les assises du mur, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, on le fait très-souvent par une seule assise comprise entre deux surfaces hélicoïdes parallèles, et on termine les assises du mur à celle de ces deux surfaces, qui est le dessous du limon, de la manière que nous avons expliquée au n°. 494.

Dans ce cas, supposons que la figure ABCD (fig. 460) soit la projection horizontale d'un morceau du limon à construire; on menera la corde AB, de l'arc de cercle AB; sur le milieu de cette corde, on élevera la perpendiculaire Fh', indéfiniment prolongée; on divisera chacun des arcs de cercle AY, YB, DE, EC, en un même nombre de parties égales; en deux, par exemple; on prendra une ligne de terre SM, perpendiculaire à la droite

Fh′, ou, ce qui revient au même, parallèle à la corde AB; on fixera la hauteur MQ à laquelle doit monter le morceau de pierre en question; on divisera cette hauteur en autant de parties égales qu'on aura divisé l'arc AB; par les points de division N, O, P, Q, on menera les droites Nb, Oc, Pe, QR parallèles à la ligne de terre SM; par les points de division A, G, H, B, de l'arc AB, on élevera les perpendiculaires AU, Gi, Hg, BV, à la ligne de terre SM; par les points de division D, I, K, C, de l'arc DC, on élevera, de même, les perpendiculaires DT, Ik, Kf, CX′, à la même ligne de terre SM, lesquelles, et les premières, rencontreront respectivement les horizontales SM, bN, cO, eP, RQ, en des points S, b, c, d, Q, et L, a, c, e, R, par lesquels on fera passer les courbes SbcdQ, LaceR, qui seront les projections verticales des arrêtes inférieures du limon. Pour avoir celles des arrêtes supérieures, on fera les hauteurs QX, RV, df, eg, ch, ai, bk, LU et ST, chacune égale à l'épaisseur verticale du limon, et par les points X, f, h, k, T, et les points Y, g, h, i, U, on fera passer les courbes XfhkT, YghiU, qui seront les projections demandées. Cela fait, on procédera à celles des joints par têtes de la pierre dont il s'agit, en opérant ainsi qu'il suit :

On développera en ligne droite, les deux arcs AY, DE, qui sont proportionnels aux arcs AB, DC. Supposons, en conséquence (fig. 461) que la droite ac soit le développement de l'arc AY, et la droite ab celui de l'arc DE. On fera les droites bd, ec, chacune égale à autant de divisions de la droite MQ (fig. 460), que les arcs AY, DE contiennent de divisions des arcs AB, DC; par le point a et les points d, e (fig. 461), on menera les droites ad, ae; on fera les hauteurs ah, eg, df, chacune égale à l'épaisseur verticale ch (fig. 460) du limon, et par les points g et f, et le point h (fig. 461), on menera les droites hg, hf. Maintenant, on décidera la forme qu'on voudra donner aux joints par tête, c'est-à-dire qu'on décidera si l'on veut faire ces joints plans ou gauches; si l'on veut qu'ils soient plans, par le point h (fig. 461) on menera la droite hr perpendiculaire à la droite gh, et l'arrête inférieure de ces joints sera une ligne courbe dont les extrémités ne seront pas de niveau. Si l'on veut qu'ils soient gauches, il y aura deux cas : 1°. les intersections de ces joints, avec les faces cylindriques du limon, seront toutes les deux respectivement perpendiculaires aux arrêtes du dessus de ce limon, et dans ce cas, si l'arrête supérieure de ces joints est une droite de niveau, c'est-à-dire, si elle est une génératrice du dessus, l'arrête inférieure sera une ligne courbe, dont les deux extrémités ne seront pas de niveau; 2°. si l'on veut que les arrêtes supérieure et inférieure de ces joints soient toutes les deux

de niveau, qu'elles soient des génératrices des deux surfaces hélicoïdes, les intersections de ces joints, avec les faces cylindriques du limon, ne pourront plus être toutes les deux perpendiculaires aux arrêtes du dessus de ce limon. On choisira, parmi ces trois moyens, celui qui conviendra le mieux; dans l'épure qui nous occupe, nous avons adopté le troisième sans lui accorder la préférence sur les deux premiers. En conséquence, par le point h, nous avons mené la perpendiculaire hi à la droite hg; par le point i, où cette perpendiculaire est venue rencontrer la droite ae, parallèle à hg, nous avons mené la droite ik parallèle à la ligne de terre ab; par le point k, où cette dernière droite ik est venue rencontrer la droite ad, et par le point h, nous avons mené la droite hk, qui a été le développement de l'intersection des joints avec la face cylindrique convexe du limon, et par les points i et k, nous avons abaissé les perpendiculaires ip, kq, à la droite ab. Cela fait, nous avons porté la distance ap de A en x, et de B en s (*fig.* 460), et la distance aq (fig. 461) de D en y et de C en t (fig. 460); par les points x et y, nous avons élevé les droites xx', yy', perpendiculaires à la ligne de terre SM, lesquelles ont été rencontrer les projections verticales LaceR, SbcdQ des arrêtes inférieures du limon aux points x', y'; par ces deux derniers points, nous avons mené la droite x'y', qui s'est trouvée parallèle à la ligne de terre, comme cela devait être, et qui a été la projection verticale de l'arrête inférieure du premier joint. Nous avons joint les points x' et U, y' et T par les courbes x'U, y'T, qui ont été les projections verticales des intersections du premier joint avec les faces cylindriques du limon. De même, par les points s et t, nous avons élevé les droites ss', tt' perpendiculaires à la ligne de terre SM, qui ont été rencontrer aux points s', t', les projections verticales UihgV, TkhfX, des arrêtes supérieures du limon, par lesquels nous avons mené la droite s't' qui s'est trouvée parallèle à la ligne de terre SM, et a été la projection verticale de l'arrête supérieure du second joint; enfin, par les points R et s', Q et t', nous avons mené les courbes Rs', Qt', qui ont été celles des intersections du même joint avec les faces cylindriques du limon. Pour tracer les courbes y'T, x'U, Rs' Qt', nous avons cherché un point intermédiaire pour chacune, et pour le trouver, nous avons mené la droite ml parallèle à la droite ab (fig. 461); par les points m, l, nous avons abaissé les perpendiculaires mn, lo à la droite ab; nous avons pris la distance an que nous avons portée de A en q, et de B en v (fig. 460); et la distance ao (fig. 461) que nous avons portée de D en r et de C en u (fig. 460). Puis, nous avons mené les droites r'q', v'u' parallèles à la ligne de terre SM, et à une distance des droites y'x', RQ, égale à la hauteur sm (fig. 461);

par les points q et r, v et u, nous avons élevé les droites qq′ et rr′, vv′ et uu′, perpendiculaires à la ligne de terre SM, qui ont été rencontrer respectivement les droites r′q′, v′u′, aux points q′ et r′, v′ et u′, qui se sont trouvés ceux que nous cherchions. On opérerait donc de la même manière, dans les mêmes circonstances, et on aurait la projection verticale de la pierre en question. Pour avoir les justes dimensions de cette pierre, par les points L, Q, les plus saillans de la projection verticale de la face inférieure, on menera la droite LQ; parallèlement à cette droite, et par le point V le plus saillant de la projection verticale du dessus, on menera la droite VT; par les points L et V, on menera les droites VV′, LL′, perpendiculaires à la droite LQ, et les trois dimensions de la pierre seront les droites LV′, LL′ et FE. Les droites LV′, L′V, seront les projections verticales de deux plans parallèles entre eux, et inclinés à l'horizon. Pour tracer cette pierre, il faut avoir un panneau qu'on obtiendra de la manière suivante :

On menera (fig. 462) une droite quelconque ih; sur cette droite, on fera les distances ia, ib, ic, id, ie, if, ig et ih, respectivement égales aux distances S′L, S′m, S′l, S′n, S′o, S′p, S′z et S′Q (fig. 460); par les points i, b, c, d, e, f, h (fig. 462.), on élevera, à la droite ih, les perpendiculaires ik, bl, cr, dm, ep, fn et ho; on fera les ordonnées cr, ep, chacune égale à G′G (fig. 460), l'ordonnée dq (fig. 462) égale à FY (fig. 460), et par les points a, r, q, p et g (fig. 462), on fera passer la courbe arqpg; on fera les ordonnées ik et ho, bl et fn, dm, respectivement égales à D′D, I′I, FE (fig. 460); par les points k, l, m, n, o (fig. 462), on fera passer la courbe klmno, par les points a et k, g et o, on menera les droites ak, go, et le panneau demandé sera la figure aqgomk. Maintenant, on pourra tracer la pierre de la manière suivante :

Au moyen des trois dimensions LV′, LL′ et FE (fig. 460), on équarrira un parallélipipède rectangle abcdefgh (fig. 463); on fera les distances ai, fu, sur les arrêtes du parement abgf, qui est celui dont la projection verticale est la figure LV′VL′ (fig. 460), respectivement égales aux distances Ln, L′h′; on joindra les points i et u par la droite iu (fig. 463); on fera ip égal à ia, et par les points a et p on menera les droites at, pg, parallèles à iu; avec le panneau agok (fig. 462), on tracera, et sur le lit de dessous ab cd, et sur le lit de dessus ghef, les formes alpqkt^2, tvgr^{3}k′t′, et on fera les deux paremens cylindriques de la pierre, en dirigeant la règle parallèlement à la droite at. Sur les arrêtes de ces deux paremens cylindriques, on marquera les points n, l, o et n′, v, o′, qui sont les correspondans des points r, q, p (fig. 462); ainsi que les points s, k, r, et s′, k′, r′ (fig. 463) qui sont les

correspondans des points l, m, n (fig. 462), et on joindra tous ces points (fig. 463) par les droites nn′, lv, oo′, ss′, kk′, rr′. Cela fait, on fera les hauteurs pp′, lm, respectivement égales aux hauteurs zR, nc (fig. 460), et avec une règle flexible, on fera passer, par les trois points a, m, p′ (fig. 463), la courbe amp′. On fera les hauteurs mv′, aa′, chacune égale à p′g, et par les trois points a′, v′, g, on fera passer la courbe a′v′g, au moyen d'une règle flexible. Ces deux courbes seront les arrêtes du limon dans la face cylindrique concave. On fera les distances $r'r^2$, $k'k^3$, respectivement égales à mb, nc (fig. 460), et par les trois points t′, k^3, r^2 (fig. 463) on fera passer la courbe $t'k^3r^2$, au moyen d'une règle flexible. On fera les hauteurs ss^2, kk^2, respectivement égales à $r'r^2$, $k'k^3$, et par les trois points s^2, k^2, q, on fera passer, avec une règle flexible, la courbe s^2k^2q, et les deux courbes $t'k^3r^2$, s^2k^2q, seront les arrêtes du limon sur la face cylindrique convexe. Par les deux courbes amp′, s^2k^2q, on fera passer la surface hélicoïde du dessous du limon, et par les deux courbes a′v′g, $t'k^3r^2$, on fera passer celle du desssus, et il ne restera plus à faire que les deux joints par tête.

Pour tracer ces joints, on observera que les droites nn′, oo′ (fig. 463), ont pour projections horizontales les points G, H (fig. 460); en conséquence, on prendra la distance Gx ou son égale Hs; à cette distance, et parallèlement aux droites nn′, oo′ (fig. 463), on menera les droites z^2z^3, z′z, dans la face concave de la pierre : la première z^2z^3 rencontrera l'arrête am p′ au point z^2, et la seconde z′z l'arrête a′v′g au point z. Parallèlement aux droites ss′, rr′ (correspondantes aux droites nn′, oo′), on menera les droites x′y′, xy, à une distance égale à Iy ou son égale Kt (fig. 460) : la première rencontrera l'arrête s^2k^2q au point x′, que l'on joindra par la droite $x'z^3$ avec le point z^2; la seconde xy rencontrera l'arrête $t'k^3r^2$ au point x, que l'on joindra au point z, par la droite xz. On joindra les points z^2 et a′, x′ et t′, z et p′, q et x par les courbes z^2a', x′t′, zp′, qx, au moyen d'une règle flexible, et les deux joints seront tracés.

498. **Cinquième Exemple.** Dans certaines circonstances, au lieu de faire le dessus du limon à surface hélicoïde, comme dans les exemples précédens, on le fait à surface plane. Dans ce cas, l'épure est tout-à-fait différente des précédentes, ainsi qu'on va le voir.

Supposons que les arcs de cercle BC, GF (fig. 464), soient les projections horizontales des faces cylindriques du limon, que ce limon se continue en ligne droite de chaque bout; de sorte qu'en bas, et à partir de la droite BF, les projections horizontales de ses faces verticales se prolongent suivant les droites BA, FE, et qu'en haut, et à partir des points C et G,

les projections horizontales des mêmes faces se prolongent en retour suivant les droites CI, GH. Enfin, supposons que le dessus et le dessous soient deux plans inclinés parallèles, comprenant le limon mixte dans toute son étendue, et que les droites NQ, OP soient les projections verticales de ces deux plans, dans un plan de projection dont la ligne de terre MG^2 soit parallèle aux droites AB, CI; c'est-à-dire, dans un plan de projection verticale perpendiculaire à ces plans eux-mêmes. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

On divisera l'arc BC en autant de parties égales qu'on voudra; par les points de division d, e, f, g, h, et par le centre D, on menera les droites di, ek, fl, gm, hn; par les mêmes points de division et les points F, i, k, l, m, n, G et C, on élevera, à la ligne de terre MG^2, les perpendiculaires FB′, dd^2, ii^2, ee^2, kk^2, etc. On prendra le prolongement AG^6 de la droite AB, parallèle à la ligne de terre MG^2, pour directrice, et on obtiendra, ainsi qu'il suit, le panneau qui doit servir à tracer les pierres.

Par les points d^2, e^2, f^2, g^2, h^2 et C′, où les perpendiculaires à la ligne de terre MG^2, élevées par les points d, e, f, g, h et C, vont rencontrer la droite OP, on menera, à cette dernière droite, les perpendiculaires d^2d^5, e^2e^5, f^2f^5, g^2g^5, h^2h^5 et $C'C^5$; on fera ces perpendiculaires respectivement égales aux ordonnées d^6d, e^6e, f^6f, g^6g, h^6h et C^6C; par les points B′, d^5, e^5, f^5, g^5, h^5 et C^5, on fera passer la courbe $B'e^5C^5$, qui sera la cerce entière des arrêtes supérieure et inférieure de la face cylindrique concave du limon.

Pour avoir la cerce des deux autres arrêtes, par les points B′, i^2, k^2, l^2, m^2, n^2, P, où les perpendiculaires à la ligne de terre MG^2, élevées par les points F, i, k, l, m, n et G, rencontrent la droite OP, on menera, à cette dernière droite, les perpendiculaires $B'B^5$, i^2i^5, k^2k^5, l^2l^5, m^2m^5, n^2n^5, PP′, qu'on fera respectivement égales aux ordonnées BF, i^6i, k^6k, l^6l, m^6m, n^6n et G^6G, et par les points B^5, i^5, k^5, l^5, m^5, n^5, P′, on fera passer la courbe B^5k^5P', qui, conjointement avec la première $B'e^5C^5$ et les droites C^5Q', $P'Q^2$, B′O, B^5O^5 parallèles à OP, terminera le panneau entier du dessus et du dessous de la partie cylindrique du limon et des parties droites adjacentes, qu'on prolongera indéfiniment.

Pour tracer les joints par tête, il faut d'abord en avoir les projections, qu'on obtiendra de cette manière : Sur une droite al (fig. 465), on étendra le développement de l'arc de cercle BC (fig. 464), en prenant la grandeur d'une division Bd de cet arc, et en la portant sur la droite al (fig. 465), à partir d'un point quelconque a, autant de fois que l'arc BC (fig. 464) con-

tient de divisions, ce qui donnera les points a, d, e, f, i, k, l (fig. 465) sur la droite al, par lesquels on élevera, à cette dernière, les perpendiculaires am, dt′, eo, fp, ix′, kr, ls; on fera les hauteurs dt, eu, fv, ix, ky, lz, respectivement égales aux hauteurs des points d′, e′, f′, g′, h′, c′ (fig. 464) par rapport à la ligne de terre MG^2, et par les points a, t, u, v, x, y, z (fig. 465), on fera passer la courbe avz, qui sera le développement de l'arrête inférieure de la face concave du limon. Pour avoir le développement mps de l'arrête supérieure correspondante, on fera les distances am, tt′, uo, vp, xx′, yr et zs, chacune égale à l'épaisseur verticale B^2B' (fig. 464) du limon. Cela fait, supposons qu'on doive avoir un joint au point t, et un autre au point x (fig. 465); par chacun des points donnés t, x, on menera une perpendiculaire tn, xq, à la courbe avz, et ces deux perpendiculaires seront les développemens des arrêtes de ces joints, situées sur la face concave du limon. Par les points n et q, où les droites tn, xq rencontrent la courbe mps, on abaissera les perpendiculaires nb, qg à la droite al; on remarquera que les points d et i, du développement, répondent aux points d et g de l'arc BC (fig. 464.) En conséquence, on portera la distance db (fig. 465) de d en o sur l'arc BC (fig. 464), et la distance ig (fig. 465), de g en q (fig. 464). Par les points o et q, et le centre D, on menera les droites op, qr, qui seront les projections horizontales des arrêtes des joints situées sur le dessus du limon. Par les points o et p, q et r, on élevera, à la ligne de terre MG^2, les perpendiculaires oo^2, pp^2, qq′, rr′; par les points d′ et o^2, i′ et p^2, g′ et q′, r′ et m′, on fera passer les courbes $d'o^2$, ip^2, g′q′, m′r′, qui seront les projections verticales des arrêtes des joints, situées sur les faces cylindriques du limon. On voit, dans l'épure, comment il faudrait opérer, pour avoir des points intermédiaires de ces courbes.

Il faut maintenant reporter les arrêtes de ces joints, situées sur le dessus et le dessous du limon, dans le panneau total $Oe^5C^5Q'Q^2P'k^5O^5$, pour avoir les panneaux partiels qui doivent servir à tracer chaque pierre du limon. Ces arrêtes, dans le panneau total, sont les droites o^2p^5, q^5r^5 pour le dessus du limon, et les droites i^5d^5, m^5g^5 pour le dessous. Les lignes de construction indiquent assez la manière de les obtenir. On voit que ces joints ne sont pas normaux à la courbe $B'e^5C^5$; il serait plus convenable de ne chercher que les points o^2, d^5, q^5, g^5 de ces joints, qui sont sur cette courbe $B'e^5C^5$, et de mener, par ces points, les normales o^2p^5, d^5i^5, q^5r^5, g^5m^5. Maintenant, on a tout ce qu'il faut pour faire les pierres de ce limon; je ne crois pas avoir besoin d'expliquer la manière de les tracer.

Si l'on voulait avoir la projection verticale du limon, dans un plan verti-

cal dont la ligne de terre serait la droite RT (fig. 464), on voit, par les lignes de construction, que par les points de division des arcs de cercle BeC, FkG, il faudrait élever des perpendiculaires à la ligne de terre RT; à partir de cette ligne de terre RT, on portera respectivement, sur ces perpendiculaires, les hauteurs des perpendiculaires correspondantes, menées à la ligne de terre MG^2 et comptées depuis cette dernière ligne de terre jusqu'aux points où elles rencontrent les droites NQ, OP, et par les points qu'on obtiendra de cette manière, on fera passer les courbes Sf^3U, B^3f^4V, qui seront les projections verticales des arrêtes inférieure et supérieure de la face concave du limon; les courbes Rm^3G^3, $F'm^4Y$, qui seront les projections verticales des arrêtes inférieure et supérieure de la face convexe du limon. On s'y prendra d'une manière semblable, pour avoir celles $d^3y^2o^3p^3i^3$, $g^3z^2q^4r^2m^3$, des joints par tête.

Quant à la manière de terminer les assises du mur, pour les faire raccorder avec le dessous du limon, soit que les faces de ce dernier soient ou non en saillie sur celles du mur, on raisonnera sur les traces horizontales des faces de ce dernier, comme nous l'avons expliqué sur les projections horizontales BC, FG (fig. 464) de celles du limon, ainsi que sur la projection verticale NQ du dessous de ce dernier. Pour diriger les facettes qui doivent effacer les aiguités des angles que formeraient les prolongemens des lits des assises du mur avec le dessous du limon, on fera le développement des traces horizontales des faces du mur, comme la figure 466 l'indique pour le développement de celle de la face concave. Pour avoir ces développemens, on opérera comme nous l'avons expliqué pour celui de la figure 465.

Cet exemple de limon peut servir pour les bahus qui suivent les montées des pentes douces. Dans cette circonstance, on fait aussi usage des autres exemples de limons courbes, que nous avons donnés précédemment.

CHAPITRE XXXII.

Des Escaliers voûtés, à rampes courbes.

Parmi les escaliers de ce genre, nous distinguerons ceux voûtés entre deux murs, et ceux voûtés en encorbellement. Les dispositions des premiers sont celles représentées, en plan et en élévation, par les figures de la

planche 86. Quant à celles des seconds, elles résultent de celles des premiers, en supprimant l'un des murs qui soutiennent les marches. Ceux qui sont voûtés entre deux murs, sont connus sous le nom de *vis Saint-Gilles rondes*, et ceux qui sont voûtés en encorbellement ne sont autres choses que de demi-vis Saint-Gilles rondes. Quelquefois, quoique le plan de la cage soit carré, on voûte l'escalier par une demi-voûte en vis Saint-Gilles ronde; mais alors on soutient cette espèce d'encorbellement, par des trompes en voussure, situées aux encoignures de la cage.

DE LA VIS SAINT-GILLES RONDE.

499. L'intrados de la vis Saint-Gilles ronde est engendré par une demi-circonférence de cercle, située dans un plan vertical mené par l'axe commun des faces des murs cylindriques droits de l'escalier, mise en mouvement de manière que, le plan qui la contient tournant autour de l'axe des murs, les deux extrémités de la demi-circonférence (qui sont horizontales) glissent sur des hélices tracées sur les faces intérieures des deux murs de l'escalier; de telle sorte que la vis Saint-Gilles ronde participe à la fois des voûtes annulaires et des limons hélicoïdes. Aussi, cette voûte ne saurait nous présenter de difficulté maintenant, car il suffira de faire l'épure (fig. 467), comme s'il s'agissait d'une voûte annulaire simple, dans laquelle on distribuera les longueurs des voussoirs en projection horizontale, et ensuite on fera la figure AFBCDE (fig. 468), égale à la projection horizontale ACBD (fig. 467) du voussoir qu'on voudra tracer. On calculera la hauteur HI (fig. 468) d'après le nombre de girons de marche que contiendra la longueur BC (fig. 467) de la projection horizontale du voussoir, et ensuite (fig. 468) on opérera, ainsi que nous l'avons expliqué au n°. 497, comme s'il s'agissait d'un morceau de limon hélicoïde, dont la projection horizontale serait la figure ABCE. Ici le panneau qui doit servir à tracer les courbures des faces cylindriques du limon, est la figure abcdef, que nous avons obtenu, dans l'épure même, de la même manière que nous l'avons obtenu à part au n°. 497. La figure 469 est le développement qui donne les joints par tête. Au moyen de l'épure (fig. 468), on taillera un morceau de pierre exactement comme s'il s'agissait effectivement d'un limon hélicoïde, laquelle prendra la forme abcdefgh (fig. 470). Sur ce morceau de pierre, on menera les droites rs, no, ik et ut, qp, ml, de manière qu'elles soient les génératrices dont les projections horizontales sont les points g, F, h et k, D, i (fig. 468), et on joindra les points r et u, n et q, i et m, s et t, o et p, k et l, par les droites ru, nq, im, st, op, kl; on fera ensuite les distances aa', rr',

nn', ii', bb' (fig. 470), chacune égale à la saillie EF (fig. 467) de la douëlle du voussoir à tracer, et par les points a', r', n', i', b' (fig 470), on fera passer une courbe a'n'b', à la main, qui sera l'arrête inférieure de cette douëlle; on fera les hauteurs rr^2, nn^2, ii^2 (fig. 470), chacune égale à la hauteur FG (fig. 467) de la même douëlle; avec une règle flexible, et par les points r^2, n^2, i^2 (fig. 470), on fera passer la courbe $a^2n^2b^2$, qui sera l'arrête supérieure de la douëlle du voussoir. On creusera cette douëlle avec la cerce EG (fig. 467), en la dirigeant suivant les points r' et r^2, n' et n^2, etc. (fig. 470). Pour tracer l'intersection d's'o'c' de la coupe supérieure avec le lit de dessus du voussoir, on fera les distances dd', ss', oo', kk', cc', chacune égale au reculement EF (fig. 467) de cette coupe, ce qui donnera les points d', s', etc. (fig. 470), par lesquels cette intersection doit passer. Pour tailler cette coupe, on fera glisser une règle sur les courbes $a^2n^2b^2$, d'o'c', de manière à la faire passer par les points correspondans a^2 et d', r^2 et s', n^2 et o', etc.

Si l'on voulait faire des vis Saint-Gilles, participant des voûtes annulairoïdes, on opérerait d'abord, comme nous l'avons expliqué au n°. 386, sur la figure 300, et ensuite comme nous venons de le dire pour la vis Saint-Gilles ordinaire. On conçoit qu'on pourrait, par le même procédé, faire des vis Saint-Gilles participant des voûtes plates.

Quant aux voûtes en encorbellement des escaliers à rampes courbes, nous avons déjà dit qu'elles n'étaient que de demi-vis Saint-Gilles rondes. On peut supposer que ces demi-vis Saint-Gilles sont ou ordinaires, ou participantes des voûtes annulairoïdes ou des voûtes plates. Dans tous les cas, ces encorbellemens n'offriront aucune difficulté au lecteur qui aura entendu ce qui précède. Ces sortes d'encorbellemens pourraient servir à voûter les escaliers du genre de ceux représentés par la figure 424, planche 82, en les combinant avec des encorbellemens cylindriques en descente sous les parties en rampes droites.

DES DEMI-VIS SAINT-GILLES RONDES SOUTENUES PAR DES TROMPES EN VOUSSURE, DANS LES ENCOIGNURES DE LA CAGE, LE PLAN DE CETTE CAGE ÉTANT CARRÉ.

500. Supposons que la figure ABCDEF (fig. 471) soit le quart du plan de la cage; par le centre V, et avec le rayon VA, on décrira l'arc de cercle AQC, qui sera la projection horizontale de la naissance de la demi-vis Saint-Gilles; on fera la distance AI égale à la longueur des marches, y compris l'épaisseur du limon, et par le centre V, et avec le rayon VI, on décrira l'arc de cercle IK, qui sera la projection horizontale de la face extérieure du

limon, et en même temps de l'arrête supérieure de la voûte. Sur la droite AI, comme rayon, on décrira le quart de cercle AGLH, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra; on mènera les normales à cette courbe et on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, comme s'il s'agissait d'une demi-voûte annulaire. Ensuite, on divisera l'arc IK en autant de parties égales, que ce même arc devra contenir de girons de marche; ou bien on se contentera de diviser cet arc en un nombre de parties égales tel, qu'une division comprendra deux ou trois girons; par les points de division T, U, etc., et par le centre V, on mènera les droites TS, UR; on supposera des plans verticaux élevés sur ces droites, et, ayant pris une ligne de terre YZ, perpendiculaire à VB, on obtiendra les projections verticales des intersections de ces plans verticaux, avec l'intrados de la voûte. Pour avoir ces projections, on observera que les intersections des plans verticaux en question, avec l'intrados de la demi-vis Saint-Gilles, sont des courbes parfaitement égales à AGLH; et ensuite, on calculera la hauteur ZD′ d'après le nombre de girons contenus dans l'arc IK; on divisera cette hauteur ZD′ en autant de parties égales que l'arc IK; par les points de division x′, y^2, z^2, on mènera, à la ligne de terre YZ, les parallèles x′x, y^2 y′, z^2z; par les points où les droites IA, UR, XQ, TS, KC rencontrent les projections horizontales des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, on élevera, à la ligne de terre YZ, des perpendiculaires telles que AA′, OO′, MM′, II′, O^3O^2, M^3M^2, etc., sur lesquelles, et à partir respectivement des droites YR′, xx′, y′y^2, zz^2, C^2D′, on portera, en contre haut, les ordonnées OG, ML, IH, O^3O^4, M^3M^4, ce qui donnera les points par lesquels les projections demandées A′I′, xy, y′y^3, zz′, C^2K′ doivent passer. Par les points correspondans de ces projections, on fera passer les courbes A′xy′zC^2, O′s′ u′v′P′, etc., qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles et d'extrémités des coupes de la demi-vis Saint-Gilles. Cela fait, on regardera la projection verticale A′a′b′c′d′C^2 de l'arrête de naissance de l'encorbellement, comme étant celle du ceintre de face de la trompe, et d'abord on prendra arbitrairement, des points a′, b′, c′, d′, sur cette courbe, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre YZ, les perpendiculaires a′a, b′b, c′c, d′d; par les points a, b, c, d, où ces perpendiculaires rencontreront la projection horizontale de l'arrête de naissance, et par le point B, on menera les droites ia, kb, lc, md; on menera une droite quelconque RS, perpendiculaire à la droite BQ; par les points R, e, f, c, g, S, où cette droite RS rencontre les droites BR, ia, etc., on élevera, à la ligne de terre YZ, les perpendiculaires RR′, ee′, ff′, cc′, gg′, SS′, qui rencontreront les droites

A'B', a'i', b'k', etc., menées par le point B' et les points a', b', c', d', C², aux points R', e', f', c', g', S', par lesquels on fera passer la courbe R'e'f'c'g'S', qui sera la projection verticale de l'intersection, avec l'intrados de la trompe, du plan vertical élevé sur la droite RS. On divisera cette courbe R'c'S' en parties égales, en observant, toutefois, de faire la partie S'g' un peu moindre que les autres, afin que la distance C²d' ne soit pas trop considérable, et par les points de division e', f', c', g', et le point B', on menera les droites i'a', k'b', l'c', m'd', qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la trompe. On voit comment on obtiendra les projections horizontales ia, kb, lc, md des mêmes arrêtes. Cela fait, par les points a', b', c', d', où les droites i'a', k'b', l'c', m'd' rencontrent la courbe A'a'b'c'd'C², on menera, perpendiculaires à cette dernière courbe, les droites a'r', b'q', c'p', d'o', qui seront les projections verticales des intersections des coupes brisées de la trompe, avec la première assise de la demi-vis Saint-Gilles. On obtiendra les projections horizontales as et sr, bt et tq, cu et up, dv et vo de ces mêmes intersections, ainsi que l'indiquent les droites s's et r'r, t't et q'q, u'u et p'p, v'v et o'o, perpendiculaires à la ligne de terre YZ, et l'épure sera terminée, sauf les projections du trompillion, qu'on obtiendra en menant la droite hn parallèle à la droite RS, laquelle sera la projection horizontale de l'arrête de ce trompillion, située sur l'intrados de la trompe, et en élevant, par les points où cette droite hn rencontrent les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la trompe, des perpendiculaires à la ligne de terre YZ, lesquelles iront rencontrer les projections verticales des mêmes arrêtes, en des points par lesquels on fera passer la courbe h'i'k' l'm'n', qui sera la projection verticale du trompillion.

Si l'on tient à donner à la trompe un extrados régulier, on fera cet extrados à surface hélicoïde; et cette surface hélicoïde ne sera autre chose que celle du lit de dessus de la première assise de l'encorbellement. La projection verticale, de l'intersection de cet extrados avec les faces extérieures des murs de la cage, est la courbe qui passe par les points F', D²; je crois que le lecteur trouvera cette courbe sans peine. On conçoit que les projections verticales des coupes de la trompe doivent monter jusqu'à cette même courbe, pour que les panneaux de tête au moyen desquels on tracera les voussoirs de la trompe, aient toute l'étendue nécessaire. Je laisserai au lecteur le plaisir de tracer ces voussoirs de lui-même.

CHAPITRE XXXIII.

Des Escaliers suspendus, à rampes courbes.

Les escaliers de ce genre se désignent communément par le nom d'escaliers *suspendus en vis-à-jour.* Les faces des marches, qui sont apparentes en dessous, forment ensemble une surface hélicoïde, qui se continue uniformément dans toute l'étendue de l'escalier. Ces escaliers peuvent faire un nombre quelconque entier ou fractionnaire de révolutions : ils ont ou n'ont pas de limon et de palier. Le plan de la cage peut être circulaire ou elliptique; La surface cylindrique droite sur laquelle sont situées les têtes apparentes et isolées des marches, doit être semblable à la face intérieure du mur de la cage; de sorte que, les traces horizontales de ces deux surfaces seront deux circonférences de cercles concentriques, ou deux ellipses semblables et concentriques; d'où il suit que dans ce dernier cas les marches changeront de longueur à chaque pas. L'escalier sera circulaire ou elliptique, suivant que la trace horizontale de la face intérieure du mur de la cage sera circulaire ou elliptique. Quel que soit un escalier en vis-à-jour, les projections horizontales des devants des marches doivent tendre au centre du plan de la cage. Quant à la longueur des marches, elle ne doit jamais dépasser le tiers du diamètre du plan de la cage; quand on les fait plus longues, le giron devient trop étroit vers le limon, et par là, l'escalier très-incommode. Passons à des exemples.

DES ESCALIERS EN VIS-A-JOUR, SANS LIMON ET SANS PALIER.

501. Supposons que la demi-circonférence de cercle AIB (fig. 472) soit la trace horizontale de la face intérieure de la moitié du mur de la cage, et que l'arc de cercle LMN soit celle de la moitié de la surface cylindrique droite sur laquelle sont les têtes apparentes et isolées des marches. Cela posé, on divisera la longueur NB, des marches, en deux parties égales au point G, et avec le rayon DG, on décrira la circonférence de cercle EFG, sur laquelle on fera la division des girons des marches. Pour faire cette division, on fixera, en projection horizontale, la ligne de départ Ac; on divisera la hauteur à laquelle l'escalier doit monter par la hauteur ordinaire des

marches, et on prendra le quotient en nombre rond qui s'approchera le plus du véritable, pour le nombre des marches de l'escalier. On multipliera le nombre qui exprime la quantité de marches moins une, par la grandeur ordinaire d'un giron, pour avoir la longueur du développement de toutes les marches.

Ensuite, on calculera la longueur de la circonférence entière GFE. On divisera la longueur du développement de toutes les marches par celle de la circonférence EFG, et le quotient sera le nombre (entier ou fractionnaire) de révolutions que devra faire l'escalier pour arriver à la hauteur donnée. Si la ligne d'arrivée était fixée, il pourrait se faire, qu'en opérant comme nous venons de le dire, l'escalier n'arrivât pas exactement à cette ligne; mais on connaîtrait par là la différence, on la diviserait par le nombre des girons, et on ajouterait le quotient à la largeur du giron, si l'escalier restait en arrière, et au contraire, on le retrancherait de la même largeur, si l'escalier dépassait la ligne d'arrivée. Si cette différence était trop grande en plus ou en moins, on mettrait une marche de moins ou de plus à l'escalier, ce qui augmenterait ou diminuerait la hauteur des marches, et n'altérerait pas autant la largeur des girons. Il est plus juste d'opérer par calcul, mais on peut faire cette combinaison avec le compas, sur la circonférence de cercleEFG... Supposons donc qu'après avoir opéré comme nous venons de le dire, on ait fixé les largeurs des girons sur la circonférence de cercle EFG, à partir du point E de la ligne de départ Ac. Par les points qui fixent ces largeurs, et le centre D, on mènera les droites YL, m'm, ps, xt, etc., qui seront les projections horizontales des devants des marches. Parallèlement à ces droites, et à une distance égale à la saillie de la moulure, on menera les droites RS, ZO, i'i, o n, etc., qui seront les projections horizontales de cette moulure. On fera la distance MP égale à la saillie de la même moulure, et par le centre D et avec le rayon DP, on décrira la circonférence de cercle OPQ..., qui sera la projection horizontale de la saillie de la moulure qui retourne sur les têtes isolées des marches. Cela fait, on menera une droite quelconque ah (fig. 473) sur laquelle, et à partir du point quelconque a, on portera, autant de fois qu'on voudra, la largeur st (fig. 472) d'un giron, prise sur l'arc de cercle OPQ; par les points a, b, c, etc. (fig. 473) on élevera, à la droite ah, les perpendiculaires ai', bk, cn, etc.; on fera la seconde bk égale à la hauteur d'une marche, la troisième cn égale à deux hauteurs de marches, etc., et par les points k, n, etc., on menera les droites i l, mo^2, etc, qui seront les dessus des marches. On fera les distances kl, no, etc., chacune égale à au moins la saillie de la moulure des marches; par les points l, o, etc. (de la première, et de la dernière

marche), comme centres, et avec un rayon égal à cinq ou huit centimètres (deux ou trois pouces), ou décrira deux petits arcs de cercle, et tangente à la fois à ces deux arcs de cercle, on menera la droite a'z', qui sera le développement de l'hélice qui est l'arrête d'intersection de la surface hélicoïde du dessous de l'escalier et des têtes des marches prolongées jusqu'à la saillie de la moulure. Par les points l, o, etc., on menera les droites ll', oo', etc., perpendiculaires à la droite a'z' (qu'on peut appeler *la ligne de rampe*); on dessinera la moulure des marches comme on le voit dans la figure 473, et la figure l'lkmoo' sera la forme du panneau de tête pour être appliqué sur les têtes, des marches, qui portent la moulure. Cela fait, par le point o' on élevera la droite o'o², perpendiculaire à la droite ah; on prendra la distance no² qu'on portera de t en u (fig. 472); par le point u, et le centre D, on menera la droite uv, qui sera la projection horizontale de l'un des joints des marches situés sur la surface hélicoïde du dessous de l'escalier, et la figure novu sera le panneau de projection horizontale qui servira à tracer toutes les marches, excepté la première dont le panneau est la figure HSTUVX. Pour avoir le panneau de tête qui doit être appliqué sur la tête, des marches, qui est scellée dans le mur, on fera la distance RH égale à au moins onze centimètres (quatre pouces), et par le centre D, et avec le rayon DH, on décrira la circonférence de cercle HCK, qui sera la projection horizontale des têtes des marches dans la prise du mur. Puis, on menera une droite quelconque ae (fig. 474) sur laquelle, et à partir du point a, on portera autant de fois la largeur px, d'un giron, prise sur l'arc de cercle HCK (fig. 472), ce qui donnera les points a, b, c, etc. (fig. 474), par lesquels on élevera, à la droite ae, les perpendiculaires aa', bi, etc.; on fera la seconde bi égale à une hauteur de marche; la troisième cl égale à deux hauteurs de marche; etc., et par les points i, l, etc., on menera les droites hg, kl, etc., parallèles à la droite ae; on fera les distances af, ig, etc., chacune égale à la distance xv (fig. 472); et par les points f, g, etc. (fig. 474), on abaissera, à la droite ae, les perpendiculaires fz', gy', etc.; on fera les hauteurs fz', gy', etc., chacune égale à la hauteur o²o' (fig. 473), et par les points z', y' (fig. 474) on menera la droite z'z². Par les points z', y', etc., on menera, perpendiculairement à la droite z'z², les droite z'z, y'y, etc.; on dessinera le profil de la moulure de chaque marche ou d'une seule, et la figure hyy'z'zaa' sera le panneau de tête du grand bout de toutes les marches.

Rien n'est si facile que de tracer les marches de ces sortes d'escaliers, en faisant usage du panneau de projection horizontale, et des deux panneaux de tête que nous avons expliqués. La figure 475 représente une de ces marches,

d'abord équarrie au panneau de projection horizontale, ce qui est indiqué par les lettres abcdefgh, et ensuite terminée, au moyen des panneaux de tête, ainsi qu'on le voit dans cette même figure. Quant à la marche de départ, dont le panneau de projection horizontale est la figure HSTUVX (fig. 472), elle sera encore moins difficile à tracer. Le derrière, dont la projection horizontale est la droite VX, sera taillé grossièrement, mais on y fera une facette gauche, dont la projection horizontale est la figure V'VXX', pour servir de butée à la seconde marche. On conçoit comment ces deux premières marches doivent s'ajuster l'une sur l'autre. On conçoit aussi que la première doit être plus épaisse que les autres, pour qu'elle puisse descendre plus bas que le dallage ou le carrelage de la cage. Dans ces sortes d'escaliers, la première demi-révolution est presque toujours soutenue par un mur d'échiffre, dont le socle est au niveau de la première ou des deux premières marches. Ce mur d'échiffre doit laisser en saillie l'arrête inférieure des têtes apparentes des marches.

DES ESCALIERS EN VIS-A-JOUR, SANS LIMON, MAIS AVEC PALIERS.

502. Quand un escalier en vis-à-jour a des paliers, on doit le considérer comme composé de plusieurs rampes. Les paliers doivent être disposés de manière que chaque rampe ait un développement tel, qu'un nombre entier de giron puisse y être contenu. Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer comment il faudrait modifier les calculs indiqués au n°. 501, pour trouver le nombre des marches, la largeur des girons et celle des paliers, ainsi que la manière d'avoir les projections horizontales des devants des marches et de la saillie de la moulure, tant par rapport au devant que par rapport aux têtes des marches.

Supposons donc qu'on ait décrit ces projections, et que la droite MI (fig. 472) soit celle du devant de la marche palière, la droite Ac celle du devant de la première marche du bas, et la droite gh celle du devant de la marche de départ de la seconde rampe au-dessus du palier; de sorte que, la largeur de ce palier, du côté du mur, soit la longueur de l'arc de cercle Ch, en y comprenant la saillie de la moulure du devant de la marche palière, et la longueur de l'arc de cercle P'g celle de l'autre côté. On développera (fig. 473 et 474) quelques girons de marche, et, intermédiairement, la largeur du palier, tant du côté du mur que du côté des têtes apparentes des marches, ainsi que nous l'avons expliqué pour les girons au n°. 501. Dans les figures 473 et 474, on voit que l'épaisseur du palier est égale à la hauteur d'une marche. On menera les lignes de rampe a'z', zy' (fig. 473) dans le développement du côté des têtes

apparentes des marches, et celles $z'z^2$, qd (fig. 474) dans le développement du côté du mur, comme il a été dit au n°. 501. D'après cette manière d'opérer, les intersections des surfaces hélicoïdes des dessous des rampes, avec la surface plane et horizontale du dessous du palier, seront des lignes droites dont les projections horizontales tendront au centre de la cage de l'escalier. Cette manière de faire raccorder les surfaces dont nous venons de parler, est évidemment la plus simple et la plus naturelle, et, par conséquent, celle qui est de meilleur goût. Pour avoir les projections horizontales de ces intersections, on fera les distances Pa, ge (fig. 472) respectivement égales aux distances nz', z^2z (fig. 473), et par les points a et e (fig. 472), et le centre D, on menera les droites ab, ed, qui seront les projections demandées. On aurait pu faire les distances I'b, hd, respectivement égales aux distances iz^2, q'q (fig. 474), et par les points b et d et le centre D (fig. 472), mener les droites ba, de, qui auraient été, de même, les projections demandées.

Si l'on n'avait pas de pierre assez large pour faire le palier d'un seul morceau, on pourrait le faire de plusieurs. Supposons, par exemple, qu'il en faille deux; on divisera la largeur I'h du palier en deux parties égales au point q' (fig. 472), et par ce point q' et le centre D, on menera la droite q'k' qui sera la projection horizontale du joint vu en dessous du palier. Parallèlement à la droite q'k', on menera la droite lk, à une distance égale à au moins $2\frac{1}{2}$ centimètres (1 pouce), et au plus à 4 centimètres (18 lignes): la droite lk sera la projection horizontale du même joint vu en dessus du palier, et la distance entre les droites q'k', lk, sera la largeur d'une crossette, indiquée par les lettres c'dea' (fig. 473) et par les lettres mnop (fig. 474). Comme cette crossette ne serait pas agréable à voir sur la tête apparente du palier, on prolonge sur la tête, le joint apparent en dessous du palier, jusqu'au dessus, et verticalement, ainsi que la droite a'b' l'indique dans la figure 473, dans une étendue kq^2 (fig. 472) d'environ 16 centimètres (6 pouces). La figure P'Cq'k' sera le panneau de projection horizontale de la marche palière; pour avoir celui du second morceau du palier, on fera la distance hh' égale à la distance ru (fig. 474), et par le point h' et le centre D, on menera la droite h'g', et la figure g'klh' sera le panneau demandé. On trouverait le panneau de projection horizontale novu (fig. 472) des marches courantes, comme il a été dit au n°. 501. Quant aux panneaux de tête, ils seront les figures l'lkmoo' (fig. 473) et ahyy'z'z (fig. 474), pour les marches ordinaires; les figures noo'z'a'b'p (fig. 473) et $iyy'z^2$ponmk (fig. 474), pour la marche palière, et les figures a'edc'rr'z (fig. 473) et ponmxvq (fig. 474), pour

le second morceau du palier. La figure 475 représente une marche ordinaire, ainsi que nous l'avons dit, et dans laquelle on voit que le dessous de la marche n'est pas délardé dans la prise du mur; la figure 476 représente la marche palière, et la figure 477 le second morceau du palier, où l'on voit que le dessous n'est pas non plus délardé dans la prise du mur. Les marches sont un peu plus longues à faire quand on ne délarde pas le dessous dans toute sa longueur, mais la prise dans le mur en est plus solide, et le scellement se fait mieux.

DES ESCALIERS EN VIS-A-JOUR, AVEC LIMON, ET AVEC OU SANS PALIER.

503. **Premier Exemple.** Les escaliers de cette espèce ne diffèrent des précédens que dans ce qui est relatif au limon. Ainsi, en faisant abstraction du limon pour un instant, on décrira la projection horizontale de l'escalier (fig. 478) et on fera les développemens des marches (fig. 479 et 480), l'un (fig. 479) pris sur la projection horizontale abc (fig. 478) de la face extérieure du limon, et l'autre (fig. 480) sur la projection horizontale ABC de la prise des marches, parfaitement de la même manière que nous avons expliquée au n°. 501, dans le cas où il n'y a point de palier, et au n°. 502 dans celui où il y en a.

Ensuite, on fera l'épaisseur cd (fig. 478) du limon, d'environ le douzième de la longueur cC des marches, et avec le rayon gd, et du centre g de la cage, on décrira l'arc de cercle def, qui sera la projection horizontale de la face intérieure du limon. Par les points a, b, c, f, g, h,... (fig. 479), on menera, aux lignes de rampe ad, eh, les perpendiculaires aq, bp, co, fl, gk, hi,...; on fera les distances aq, co, vv′, fl, hi, égales entre elles, et telles que, en menant par les points q et o, l et i, les droites qn, mi, la plus courte distance a′b′, de l'arrête supérieure d'une marche, à la droite qn, soit d'environ 5 centimètres (2 pouces). Par le point v′ on menera la droite nm parallèle à la droite de, et on aura, dans le développement pris sur la projection horizontale de la face extérieure, tout ce qui est relatif à ce limon. Le rectangle abpq ou bcop, etc., sera la forme des têtes des marches sur la face extérieure du limon; la figure cdvv′no, sera la forme de la tête de la marche palière, et la figure veflmv′, celle de la tête du dernier morceau du palier. Ces deux dernières têtes ne sont pas d'une forme agréable, ce qui fait que j'aimerais mieux que, dans le cas où un escalier en vis-à-jour doit avoir des paliers, on supprimât le limon; car dans ce dernier cas, la tête des paliers n'a rien de choquant, au contraire, ainsi qu'on le voit dans la figure 473.

Cela fait, on inscrira le rectangle abpq dans un autre rectangle urst, dont les côtés opposés ur, ts, seront parallèles aux dessus des marches. Puis, supposons que les droites ih, kn (fig. 478) soient les projections horizontales des devants de deux marches consécutives, et faisons la distance nm égale à ss' (fig. 479), et la distance ho (fig. 478) égale à s't (fig. 479); par les points m et o (fig. 478), et le centre g de la cage, menons les droites ml, op, et la figure mopqil sera le panneau de projection horizontale de toutes les marches. Quant aux panneaux de tête de ces marches courantes, ils auront, celui qui doit être appliqué sur la face extérieure du limon, la forme r'p'n'qpb (fig. 479), et celui qui doit servir à tracer le grand bout des marches, la forme abcdef (fig. 480).

Pour tracer ces marches courantes, on les équarrira au panneau de projection horizontale mopqil (fig. 478), et à la hauteur ut (fig. 479), et on achevera de les tracer au moyen des panneaux de tête que nous venons de désigner, ainsi qu'on le voit indiqué dans la figure 481, qui représente une de ces marches.

Pour tracer la marche palière, on se servira des panneaux de tête cc'o'o²onv'v (fig. 479), et mlkihgnde (fig. 480), et du panneau de projection horizontale zz'eBsr (fig. 478) que l'on obtiendra de la manière que nous avons expliquée précédemment.

Enfin, pour tracer le second morceau du palier, on se servira des panneaux de tête veflmv'z'zyx (fig. 479), gopqkih (fig. 480), et du panneau de projection horizontale uvxy (fig. 478), qu'on obtiendra encore comme il a été dit.

504. **Second Exemple.** Tout étant supposé comme dans l'exemple précédent, au lieu de faire rectangulaires les têtes, des marches, qui portent le limon, on pourrait leur donner la forme abdefgik (fig. 482), lorsque l'escalier monte rapidement. Par là, la hauteur mn des têtes, serait moindre que la correspondante ut (fig. 479); mais leur largeur ml (fig. 482) serait plus grande que la correspondante ur (fig. 479); cette largeur ml (fig. 482) sera d'autant plus grande, que le rampant de l'escalier sera plus petit, et au contraire, elle sera d'autant plus petite, que le rampant sera plus grand.

Les panneaux de tête du côté du limon seront, pour toutes les marches courantes, la figure abdefgik (fig. 482); pour la marche palière, la figure vo'kigfsv'; pour le dernier morceau du palier, la figure vxx'yy'v'z'zf'c', et pour la marche de départ de la seconde rampe, la figure c'f'zz'rh'tl'.

Pour avoir le panneau de projection horizontale a'd'e'f'g'i' (fig. 478) des marches courantes, la droite b'h' étant la projection horizontale du devant

d'une marche, ainsi que la droite c'g', on fera la distance a'b', égale à la distance aa' (fig. 482), et la distance c'd' (fig. 478) égale à la distance a'm (fig. 482); par les points a', d' (fig. 478), et le centre g de la cage, on mènera les droites a'i', d'e', et la figure a'd'e'f'g'i' sera le panneau demandé. On conçoit comment on aurait les panneaux de projection horizontale de la marche palière, du dernier morceau du palier, et de la marche de départ de la seconde rampe de l'escalier. Je n'ai point tracé ces panneaux dans l'épure.

Quant à la manière de tracer et de tailler les marches, elle n'a pas besoin d'être expliquée : l'inspection de la figure 483, qui en représente une, suffira pour l'entendre.

505. Troisième Exemple. Lorsque le rayon AB (fig. 484) de la projection horizontale BCD de la face extérieure du limon est très-petit par rapport au rayon AN, en faisant tendre au centre A de la cage les projections horizontales des joints des marches situés sur la surface hélicoïde du dessous de l'escalier, le recouvrement fd devient d'une largeur considérable du côté du mur, ce qui amincit les marches en cet endroit, et les rend susceptibles de casser. On peut remédier à cet inconvénient de deux manières :

506. La première, qui est préférable à la seconde, consiste à changer la génération de la surface du dessous de l'escalier, de cette manière.

La génératrice, toujours droite, toujours de niveau, glissera encore sur une hélice dont la projection horizontale sera l'arc de cercle Grm ; mais ses projections horizontales telles que ec, au lieu de tendre au centre A de la cage, seront toutes respectivement parallèles à une droite telle que fa, qui tendra à ce centre, et qui sera constamment à la même distance de la projection horizontale ec de la génératrice correspondante. La partie, du dessous de l'escalier, dont la projection horizontale est comprise entre les arcs de cercle BCD, Grm, sera une véritable surface hélicoïde engendrée comme à l'ordinaire, de sorte que le dessous de l'escalier sera composé de deux surfaces qui se rencontreront suivant une hélice dont la projection horizontale est l'arc de cercle Grm. On pourrait, sans doute, continuer la surface dont nous venons de définir la génération, jusqu'à l'arrête inférieure de la face extérieure du limon; mais on peut, par un modèle, se rendre compte que la réunion des deux surfaces dont nous venons de parler produit un meilleur effet.

Pour avoir les panneaux de tête et de projection horizontale, on opérera ainsi qu'il suit :

Après avoir obtenu, comme à l'ordinaire (fig. 485), le développement des panneaux de tête de la face extérieure du limon, on prendra la distance ab que l'on portera de a en b (fig. 484) (la droite af étant la projection horizontale du devant d'une marche); par le point b et le centre A de la cage, on menera la droite bc, qu'on terminera à sa rencontre c avec l'arc de cercle Grm; par ce point c de rencontre, on menera la droite ec parallèlement à la projection horizontale af du devant de la marche; on fera la distance gD égale à dc (fig. 485); par le point D (fig. 484), et le centre A de la cage, on menera la droite Dm, et on aura la figure Dmlhecb qui sera le panneau de projection horizontale de toutes les marches courantes. Pour avoir les panneaux de tête du côté de la prise dans le mur, on développera les girons comme à l'ordinaire (fig. 486), et ensuite, on fera les distances ab, cd, etc., chacune égale à la distance fe (fig. 484); par les points b, d, etc. (fig. 486), on abaissera, par rapport aux dessus des marches, les perpendiculaires be, dg, etc.; on fera les hauteur be, dg (fig. 486), chacune égale à la hauteur be (fig. 485); par les points e, g, on menera la droite eg, qui sera la ligne de rampe; par les points e, g, etc., on menera, à cette ligne de rampe eg, les perpendiculaires ef, gh, etc., et la figure afeghi sera l'un des panneaux égaux demandés. Je pense que le lecteur pourra tracer les marches sans autre explication.

507. Le second moyen d'éviter la trop grande largeur des marches du côté du mur de la cage, est ainsi conçu :

Le dessous de l'escalier reste ici à surface hélicoïde ordinaire, et les joints, situés dans cette surface, ne sont plus des génératrices, et par conséquent, au lieu d'être en lignes droites, ils sont en lignes courbes. Pour trouver la courbure de ces joints, on opérera ainsi qu'il suit :

Avec des rayons arbitraires, on décrira autant d'arcs de cercle EF, HI, KL (fig. 484) qu'on voudra; on fera (fig. 485) le développement des panneaux de tête de la face extérieure du limon. On prendra la distance ab pour la porter de V en C (fig. 484); par le point C et le centre A de la cage, on menera la droite Ct, qui serait la projection horizontale du joint d'une marche, situé sur le dessous de l'escalier, dans le cas ordinaire. Ensuite, on regardera la longueur des marches, comme si elle n'était égale successivement qu'aux distances ip, iE, iH, iK, ik; on regardera, en conséquence, les arcs de cercle successifs pG, EF, HI, KL, kN, comme étant les projections horizontales des têtes du grand bout des marches, et on développera les panneaux de tête sur chacun de ces arcs, comme il a été expliqué au n°. 501. Le développement des panneaux de tête relatifs à l'arc pG, est la figure 487;

celui de ceux qui sont relatifs à l'arc EF est la figure 488 ; celui pris sur l'arc HI est la figure 489 ; celui pris sur l'arc KL est la figure 490, et celui fait sur l'arc kN, est la figure 491. Ayant fait ces développemens, par le point r (fig. 484), où la droite Ct rencontre l'arc de cercle pG, on menera, parallèlement à la projection horizontale Vu du devant d'une marche, la droite rs qui sera la projection horizontale d'un joint de marche situé sur la surface hélicoïde du dessous de l'escalier. En conséquence, nous supposerons que ce joint est l'intersection, avec le dessous de l'escalier, d'un plan vertical élevé sur cette droite rs.

On fera, ensuite, les distances ab, cd, etc., dans la figure 488, chacune égale à la distance xT (fig. 484), dans la figure 489 chacune égale à la distance zR (fig. 484), dans la figure 490 chacune égale à la distance OP (fig. 484), et dans la figure 491 chacune égale à la distance us (fig. 484). Par les points b, d, etc. (fig. 488, 489, 490 et 491), on abaissera, par rapport au dessus des marches, les perpendiculaires bg, dh, etc., qui, terminées aux lignes de rampe, seront les ordonnées, prises dans un plan vertical, de la courbure du joint en question.

Pour tracer cette courbe, on menera une droite quelconque ab (fig. 492); sur cette droite, on fera les distances ac, ad, ae, ab, respectivement égales aux distances rT, rR, rP et rs (fig. 484); par les points a, c, d, e, b (fig. 492), on baissera, à la droite ab, les perpendiculaires af, cg, dh, ei, bk, que l'on fera respectivement égales à l'ordonnée ab (fig. 487), et à celle bg de chacune des figures 488, 489, 490 et 491, et par les points f, g, h, i et k (fig. 492), on fera passer la courbe demandée fghik.

La face, de la crossette de la marche, qui passe par cette courbe, est une surface gauche. Pour plus de simplicité, on supposera que l'intersection de cette surface gauche, avec le dessus de la marche, est une ligne droite.

Pour tracer les marches, il faudra, comme à l'ordinaire, deux panneaux de tête et un panneau de projection horizontale. La figure 485 donnera le panneau de tête pour être appliqué sur la face extérieure du limon, et dans la figure 491 on aura celui du grand bout des marches, en menant, par les points g et h, les perpendiculaires gk, hl, à la ligne de rampe de ce développement, lequel panneau sera la figure akghlce. Pour avoir le panneau de projection horizontale, il ne reste plus qu'à porter la distance dc (fig. 485) de i en n (fig. 484) et de mener la droite no par le point n et le centre A de la cage; ce panneau sera la figure CnopksrC.

Au moyen de ces trois panneaux et des cerces levées en creux et en rond sur la courbe fhk (fig. 492), on tracera les marches à peu près comme à l'or-

dinaire. La figure 493 représente une de ces marches terminée et vue retournée dessus dessous.

508. Jusqu'ici nous avons supposé que le plan de la cage des escaliers en vis-à-jour était circulaire : s'il était elliptique, on ferait les escaliers de la manière qui suit :

Supposons d'abord que l'escalier à faire doive être sans limon, et qu'il ait ou qu'il n'ait pas de palier :

1°. On observera que la projection horizontale ab... (fig. 494) du nu des têtes visibles des marches soit une ellipse semblable, et en même temps concentrique à celle ABC... qui est la trace horizontale de la face intérieure du mur de la cage; c'est-à-dire, que les droites BC, ab qui passent par les extrémités respectives des axes de ces deux ellipses soient parallèles entre elles.

2°. Que la projection horizontale de la saillie de la moulure qui retourne sur les têtes visibles des marches soit, non pas une ellipse, mais une parallèle à celle ab... qui est la projection horizontale du nu de ces têtes.

3°. On fera la division des girons sur une ellipse FGH... semblable au plan ABC... de la cage; de sorte que les extrémités G et H des axes de cette ellipse soient aux milieux des droites aB, bC, et que la droite GH qui passe par ces mêmes extrémités soit, en conséquence, parallèle à la droite BC.

4°. En faisant la division des girons sur l'ellipse FGH..., on prendra une ouverture de compas qui ne soit que la moitié, le tiers et même que le quart d'un giron, pour que les panneaux de tête, développés, soient tous égaux entre eux, tant du côté du mur que du côté des têtes visibles des marches, et pour que le dessous de l'escalier (que l'on engendrera comme nous l'avons dit au n°. 501 ou au n°. 506) soit une surface régulière, à laquelle on pourra donner le nom de surface *hélicoïde elliptique,* dans le cas de la génération du n°. 501, et de surface *hélicoïdique elliptique*, dans celui de la génération du n°. 506.

5°. On fera les développemens des panneaux de tête (fig. 496 et 497), en observant de prendre par petites parties les largeurs des girons, pour plus d'exactitude, et on tracera les panneaux de projection horizontale, comme si le plan de la cage était circulaire. Les panneaux de tête, ainsi que nous l'avons dit, seront tous égaux entre eux, mais ceux de projection horizontale seront tous inégaux : il en faudra un, en conséquence, pour chaque marche en particulier. Du reste, on opérera comme nous l'avons expliqué aux n°s. 501 et 506.

Si l'escalier était à limon, et qu'il eut ou qu'il n'eut pas de palier, on

opérerait comme nous venons de le dire, en observant que la projection horizontale hg... (fig. 495) de la face extérieure du limon doit être une ellipse semblable à celle EDC... qui est la trace horizontale de la face intérieure du mur de la cage. Quant à la projection horizontale cb... de la face intérieure de ce limon, elle serait, ou une ellipse semblable au plan de la cage, ou une parallèle à la projection horizontale hg... de la face extérieure du même limon, suivant qu'on le croirait le plus convenable. Du reste, on opérerait parfaitement de la même manière que si l'escalier n'avait pas de limon.

CHAPITRE XXXIV.

Des Escaliers suspendus, à rampes droites.

509. Les principales dispositions des escaliers de ce genre, sont celles indiquées, en projection horizontale, par les figures de la planche 82, dont nous avons fait la description au n°. 486. Cette description convient parfaitement, pour ce qui n'est pas relatif aux voûtes, aux escaliers suspendus à rampes droites, et, en conséquence, nous y renverrons le lecteur. Nous observerons qu'ici, comme pour les escaliers voûtés en encorbellemens cylindriques, les dispositions qu'indiquent les figures 418, 419 et 420, se réduisent, sous le rapport des difficultés d'exécution, à celles indiquées par les figures 416 et 417. Quant aux escaliers qui ont les formes indiquées par les figures 421, 422, 423 et 424, il faudra les expliquer en particulier. De là résulteront six espèces d'escaliers suspendus, à rampes droites, dont les dispositions sont indiquées par les figures 416, 417, 421, 422, 423 et 424, et que nous désignerons, les deux premières, par le nombre de leurs rampes pour monter au premier étage, et les autres par la forme du plan de la cage, et par la direction des projections horizontales des devants des marches. Enfin, chacune de ces espèces d'escaliers peut être à limon ou sans limon.

DES ESCALIERS SUSPENDUS, A DEUX RAMPES DROITES ET SANS LIMON.

510. Supposons que le rectangle ABCD (fig. 499) soit le plan de la cage: la première chose à faire, c'est de calculer (d'après les dimensions AB, BC

de ce plan, et la hauteur, du premier étage, à laquelle doit monter l'escalier), c'est de calculer, dis-je, le nombre, la hauteur, le giron et la longueur des marches qui doivent composer l'escalier.

Pour cela, on divisera la hauteur donnée par 16 centimètres (6 pouces) et le quotient sera le nombre des marches de l'escalier. Si le quotient n'est pas exact, on prendra le nombre entier qui en approchera le plus, et qui pourra se partager en deux nombres impairs égaux : ces deux nombres impairs seront les nombres des marches de chaque rampe. On divisera encore la hauteur à laquelle doit monter l'escalier, non pas par la hauteur 16 centimètres (6 pouces), mais par le premier quotient modifié, afin d'avoir exactement la hauteur que doivent avoir les marches. Ayant cette hauteur des marches, on la retranchera de 49 centimètres (18 pouces), et le reste sera la grandeur du giron. On multipliera cette grandeur par le nombre des marches d'une rampe, et le produit sera la longueur GE de la rampe comprise entre les deux paliers. On retranchera cette longueur GE de la profondeur AB de la cage, et la moitié du reste sera la largeur EB du palier intermédiaire, et celle AG du palier d'arrivée au premier étage : cette largeur BE ou AG des paliers, sera aussi la longueur LM, KF, EI ou GN des marches. On conçoit que, si cette largeur des paliers était trop grande ou trop petite, il faudrait modifier les premiers calculs, en augmentant ou en diminuant le nombre des marches. On remarquera que nous comptons autant de girons, dans la longueur GE de la rampe comprise entre les deux paliers, que cette rampe contient de hauteurs de marches; cela est nécessaire pour que l'escalier soit parfaitement régulier, ainsi qu'on va le voir.

Ayant calculé les largeurs EB, AG des paliers, et la longueur GE de la rampe comprise entre ces paliers, on menera les droites GH, EF parallèles au côté AD ou BC du plan de la cage, et ces droites seront les projections horizontales des intersections des surfaces planes et horizontales des dessous des paliers, et des surfaces planes et inclinées des dessous des rampes. On observera (et ceci est de rigueur) que ces intersections doivent être les prolongemens des arrêtes inférieures des nus des têtes des paliers. Ensuite, on menera les droites NI, LK, parallèles au côté AB ou DC du rectangle ABCD, distantes des côtés AB, DC, des quantités GN, EI, KF, LM, chacune égales à la largeur EB des paliers, et ces droites NI, LK, seront les projections horizontales des nus des têtes des marches des deux rampes. Enfin, parallèlement aux droites NI, IK, KL et NH, et à une distance égale à la saillie de la moulure qui retourne sur les têtes des marches, on

menera les droites ab, bc, cd et ae, lesquelles seront les projections horizontales de cette saillie de moulure, tant sur les têtes des marches que sur celles des paliers, et l'escalier sera disposé. Cela fait, on procédera à la projection verticale des paliers et de celle de la rampe comprise entre ces derniers, de la manière qui suit :

On prendra une ligne de terre AB (fig. 500) parallèle au côté AB (fig. 499) du rectangle ABCD; on portera de A en c (fig. 500) la hauteur du premier étage auquel l'escalier doit monter; on prendra la moitié de cette hauteur Ac que l'on portera de B en b; par les points c et b on menera les droites cd, ab, parallèles à la ligne de terre AB, lesquelles droites cd, ab seront les projections verticales, la première cd du dessus du palier d'arrivée, et la seconde ab du dessus du palier intermédiaire. On prolongera la droite cd indéfiniment vers le point x; on prolongera aussi la droite FE (fig. 499) indéfiniment vers le même point x (fig. 500), et on aura la hauteur ix égale à la hauteur comprise entre les deux paliers, c'est-à-dire, à la hauteur de la seconde rampe. On divisera cette hauteur en autant de parties égales que cette seconde rampe contient de marches, et par tous les points de division on menera des parallèles à la ligne de terre AB, lesquelles contiendront les projections verticales des dessus des marches; cela fait, on fera les hauteurs ce, bh chacune égale à la hauteur d'une marche, et par les points e et h on menera les droites ef, hg, parallèles à la ligne de terre AB, qui seront les projections verticales des dessous des paliers, de sorte que l'épaisseur de ces paliers sera égale à la hauteur d'une marche : on pourrait faire cette épaisseur un peu plus forte. On prolongera les droites HG, FE (fig. 499) jusqu'aux points f et g (fig. 500); par les points f et g où ces droites prolongées rencontreront les projections verticales des dessous des paliers, on menera la droite fg, qui sera la projection verticale du dessous de la seconde rampe de l'escalier. Parallèlement à cette droite fg, et à une distance égale à 5 ou 7 centimètres (24 à 30 lignes) on menera la droite ma, qui rencontrera le dessous de la marche palière au point m, et le dessus du premier palier au point a. On fera les recouvremens mn, ai, de chacun 5 à 7 centimètres (24 à 30 lignes), et par les points n et i, on élevera de petites perpendiculaires, à la ligne de terre AB, qui seront, la première la projection verticale du devant de la marche palière, et la seconde celle du devant de la marche de départ de la rampe en question. Par les points m et a, on abaissera, à la droite fg, les perpendiculaires ml, ak; on divisera la longueur lk en autant de parties égales que la rampe aura de marches moins une, et par les points de division r,....., s on menera, à la droite fg, les perpen-

diculaires rq,....., st. Par les points n et i on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires ng, ii, et les parties fg, hi (fig. 499), de ces perpendiculaires, seront les projections horizontales, la première du devant de la marche palière, et la seconde de celui de la marche de départ. On divisera la distance gi comprise entre ces deux droites fg, hi, en autant de parties égales que la rampe dont il s'agit a de marches moins une; par les points de division Y, V, T, R, P, on menera les droites YX, VU, TS, RQ et PO parallèles à la droite AD, qui seront les projections horizontales des devants des marches. On prolongera ces droites au-delà de la ligne de terre AB (fig. 500), jusqu'à ce qu'elles rencontrent les projections verticales des dessus des marches correspondantes; on dessinera les moulures comme on les voit dans l'épure, et la projection verticale de la rampe en question sera terminée. Pour terminer ce qui appartient à cette rampe, on abaissera enfin les projections horizontales de la moulure du devant de chaque marche.

Maintenant, pour avoir la projection horizontale de la première rampe, on fera les distances Kk, Fl (fig. 499) chacune égale à la distance Ng, et la droite kl menée par les points k, l sera la projection horizontale du devant de la marche palière. On fera la distance el égale à la distance ig, et on menera la droite em, par le point e, parallèlement à la droite AD, et cette droite em sera la projection horizontale du devant de la marche de départ. Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer jusqu'au bout la manière d'obtenir la projection demandée.

Je crois aussi qu'il est inutile que j'explique la manière d'obtenir la projection verticale de cette première rampe, l'inspection seule de cette projection (fig. 501) indiquant assez ce qu'il y a à faire.

Les figures 502 et 503 sont les élévations de l'escalier, la première vue par devant, et la seconde par derrière. Je n'expliquerai pas non plus la manière d'obtenir ces élévations, qui d'ailleurs ne sont pas nécessaires, mais qui montrent l'effet de l'escalier.

Maintenant il ne nous reste plus qu'à appareiller les paliers. Cet appareil, quoique simple, mérite qu'on fasse bien attention à la disposition que nous allons lui donner, parce qu'elle est la plus convenable à la solidité.

D'abord il faut observer que les marches se soutiennent par leur scellement dans les murs, et par leurs recouvremens, les unes sur les autres, en montant depuis la marche de départ, qui est posée sur un massif de maçonnerie, jusqu'à la marche palière pour la première rampe. Cette marche palière serait donc susceptible de soutenir une marche suivante, celle-ci une autre, et ainsi de suite : cette même marche palière pourra donc soutenir une partie

du premier palier, au moyen d'une crossette indiquée, dans la coupe de ce palier (fig. 501), par les lettres bcde. On fera la distance ab au moins de 11 centimètres (4 pouces), et on abaissera la projection horizontale no (fig. 499) de cette crossette bcde (fig. 501). Si les pierres étaient assez larges, on ferait, d'un seul morceau, la partie du palier dont la projection horizontale est le rectangle nrCo, en scellant ce morceau dans les deux murs de l'encoignure vers le point C, et en appuyant ce même morceau sur la crossette pratiquée sur le derrière de la marche palière. Si les pierres ne sont pas assez larges, on divisera la longueur nr en parties égales ou inégales, en deux parties, par exemple; par le point de division, on menera la droite pq, parallèle à BC, qu'on prolongera jusqu'au point g (fig. 501), et on fera la crossette fghi. La pierre, dont la partie visible a pour projection horizontale le rectangle pqCr (fig. 499), sera scellée dans les deux murs de l'encoignure située vers le point C, et portera la crossette fghi (fig. 501) sur le joint dont la projection horizontale est la droite pq (fig. 499). Quant au morceau du milieu, dont la projection horizontale est le rectangle npqo, il sera soutenu par la crossette du morceau dont nous venons de parler, et par celle de la marche palière, indépendamment de son scellement dans le mur. Ainsi la partie du palier dont la projection horizontale est le rectangle crCl sera parfaitement consolidée, et il ne nous restera plus qu'à disposer l'autre partie.

A cet effet, on divisera la distance Br (fig. 499) en autant de parties, égales ou inégales, que la largeur des pierres le permettra, et de manière que l'une zu, des droites menées, par les points de division, parallèlement à la droite AB, se trouve, par rapport à la projection horizontale gi du nu des têtes des marches de la seconde rampe, à une distance au moins égale à 22 centimètres (8 pouces), pour que la partie, de la pierre uzts, qui s'avance, au-delà de la face visible du palier dont la droite IK est la projection horizontale, pour former le commencement du rampant de la seconde rampe, ait assez de force pour résister à la pression latérale qui pourrait avoir lieu lors de la pose. La partie du rampant de la seconde rampe, dont je viens de parler, est indiquée en projection verticale par la droite gk (fig. 500). On déterminera la projection horizontale hb (fig. 499) de l'arrête inférieure de la crossette indiquée par la droite ak (fig. 500), pour avoir la limite de la partie du rampant de la seconde rampe que doivent faire les pierres, du palier, dont les projections horizontales sont les rectangles n°. 1, n°. 2, et la figure n°. 3. La pierre n°. 1 sera scellée dans les deux murs de l'encoignure située vers le point B, et portera une crossette sur le joint dont la projection ho-

rizontale est la droite vy; la pierre n°. 2 sera scellée dans le mur BC, s'appuyera sur la crossette de la pierre n°. 1, et portera une crossette sur le joint dont la projection horizontale est la droite uz. La pierre n°. 4 sera scellée dans le mur BC, s'appuyera sur une crossette pratiquée sur le bout de la partie faite du palier, dont la projection horizontale est la droite cr, et portera une crossette sur le joint indiqué par la droite st; enfin la pierre n°. 3 sera scellée dans le même mur, et s'appuyera d'un côté sur la crossette de la pierre n°. 2 et de l'autre sur celle de la pierre n°. 4. Comme les crossettes ne seraient pas agréables à voir sur les têtes visibles des pierres du palier, on ne les prolongera pas jusqu'au bout, ainsi qu'on le voit indiqué en projection horizontale. Telle est la manière de disposer les paliers de cette espèce d'escalier, qu'on répétera pour chaque palier en particulier, ainsi qu'on le voit indiqué dans les projections du palier d'arrivée au premier étage. Quant à la manière de tracer les marches et les pierres des paliers, elle est encore plus simple que pour celles des escaliers en vis-à-jour; ici on n'a pas besoin de panneau de projection horizontale, et un seul panneau de tête suffit pour toutes les marches courantes.

DES ESCALIERS SUSPENDUS, A DEUX RAMPES DROITES ET AVEC LIMON.

511. Cette espèce d'escaliers ne diffère de celle dont nous avons traité dans le numéro précédent, que dans ce qui est relatif au limon. Ainsi, on calculera la hauteur, le giron, la longueur et le nombre des marches, parfaitement comme nous l'avons expliqué au n°. 510. On décrira la projection verticale (fig. 505) et la projection horizontale (fig. 504) de la seconde rampe, ainsi que les deux projections de la première, de la même manière que nous avons expliquée dans le numéro précédent, sauf ce qui est relatif au limon, ainsi qu'on les voit indiqué dans l'épure. Quant à la disposition de l'appareil des paliers, elle est la même que celle que nous venons d'expliquer au numéro déjà cité, ce qui est exprimé dans la projection horizontale (fig. 504), et dans les projections verticales (fig. 505 et 506). Il résulte de là que nous n'avons plus à nous occuper que de ce qui est relatif au limon.

D'abord on observera qu'il est de rigueur que les projections horizontales ab, cd (fig. 504) des intersections des surfaces planes des dessous des rampes et des dessous des paliers coïncident avec celles des faces extérieures des limons des paliers, ou que les premières soient respectivement tangentes aux secondes, ainsi qu'on le voit en projection horizontale (fig. 504), et en projection verticale (fig. 505 et 506). On pourrait faire rencontrer à angles

droits les limons des rampes avec ceux des paliers, mais l'usage veut qu'on raccorde ces limons par des arrondissemens cylindriques circulaires, ainsi qu'on le voit en projection horizontale, et on peut même dire que ces arrondissemens donnent plus de grace au limon, et rendent plus douce à la main, la main courante de la rampe en fer. En effet, si l'on faisait rencontrer les limons à angles droits, la main courante offrirait des arrêtes à l'endroit de ces rencontres, qui pourraient blesser les personnes qui s'appuieraient dessus en montant, et surtout en descendant avec vitesse. Nous prendrons donc le parti de faire ces raccordemens par des arrondissemens.

Il ne faut pas que les traces horizontales de ces arrondissemens soient d'un trop grand ni d'un trop petit rayon : quand ce rayon est trop grand, la forme des têtes des marches qui aboutissent à l'arrondissement en souffre, et quand il est trop petit, l'arrondissement n'est pas sensible, et le limon n'a pas de grace. Les limites de ce rayon peuvent être établies depuis 16 centimètres (6 pouces), jusqu'à 33 centimètres (12 pouces).

Supposons que la distance ef (fig. 504), comprise entre les projections horizontales des faces extérieures des limons des deux rampes de l'escalier, soit au plus égale à 66 centimètres (24 pouces); dans ce cas, on pourra faire un seul arrondissement demi-circulaire, qui raccordera les limons des deux rampes, ainsi qn'on le voit. La droite cd étant la projection horizontale des intersections des surfaces planes des dessous des rampes et du premier palier, il faudra que la demi-circonférence de cercle ehf soit tangente à cette droite cd, ce qui est de rigueur, ainsi que nous l'avons déjà dit. Par le centre g, et avec le rayon gl, ou gi, on décrira la demi-circonférence lki, qui sera la projection horizontale de la face convexe du même raccordement.

Maintenant, il nous faut avoir les projections des joints des têtes des marches et de la pierre du palier qui doivent faire la partie du limon qui est arrondie. Pour cela, on observera que ce limon arrondi est du même genre que celui que nous avons expliqué au n°. 498; c'est-à-dire que les deux arrêtes de la face concave de ce limon ne sont autres choses que les intersections, avec cette face concave, 1°. de deux plans inclinés et parallèles, dont l'un est le dessous de la première rampe, et l'autre le dessus du limon de cette même rampe; 2°. de deux autres plans inclinés et parallèles, dont un est le dessous de la seconde rampe, et l'autre le dessus du limon de cette seconde rampe. Quant au dessus de ce limon arrondi, on l'engendrera par une ligne droite qui glissera sur l'arrête supérieure de la face concave de ce limon, en restant de niveau, et en glissant, en même temps, autour de l'axe vertical des faces cylindriques du même limon; de sorte que les projections ho-

rizontales, des diverses positions de la génératrice, seront des droites tendantes au centre g de la demi-circonférence ehf. Ce dessus ne se fait jamais que lors du ravalement, ainsi nous n'aurons pas besoin de nous en occuper; il nous suffira de donner les panneaux de tête qui doivent servir à tracer, sur les têtes des marches, les courbures des arrêtes de la face concave du limon, et les panneaux de projection horizontale qui doivent servir à tracer les têtes des mêmes marches.

On commencera par faire le développement de la face concave du limon (fig. 509), en opérant sur la projection horizontale ehf (fig. 504), et sur les projections verticales eh (fig. 506), et dc (fig. 505), comme nous l'avons expliqué au n°. 498, en prenant pour lignes de terre la droite mn (fig. 506), et la droite ab (fig. 505), pour avoir les ordonnées des courbes biln, kmo (fig. 509). Pour avoir ces lignes de terre, par les points m (fig. 506), on menera la droite mn parallèle à la ligne de terre CD; on menera la droite ab (fig. 505) parallèle à la ligne de terre AB, et à la hauteur om (fig. 506). Cela fait, par le point s (fig. 506), qui est le correspondant du point e, on abaissera, à la ligne de terre DC, la perpendiculaire ss', et la partie $s's^2$ (fig. 504), de cette perpendiculaire, sera la projection horizontale de l'arrête du derrière de la contre-marche palière, arrête qui est située sur la surface du dessous de la première rampe; cette droite $s's^2$ rencontrera la demi-circonférence de cercle ikl au point s', par lequel et le centre g on menera la droite s't, qui sera la projection horizontale de l'arrête inférieure de la partie du joint, du derrière de la contre-marche palière, qui se trouve dans le limon. On prendra la distance tf que l'on portera de b en d (fig. 509), et par le point d on élevera, à la droite ab, la perpendiculaire di, qui rencontrera la courbe biln, en un point i, à laquelle, par le point i on menera la normale ik; par le point k, où la droite ik rencontrera la courbe kmo, on abaissera, à la droite ab, la perpendiculaire kh; on prendra la distance dh que l'on portera de t en i^2 (fig. 504), et, si le point i^2 tombe sur la demi-circonférence ehf, par ce point i^2 et le centre g on menera la droite i^2i; et si ce point i^2 tombe sur la droite i^2i^5, par ce point i^2 on menera, à la droite i^2i^5, la perpendiculaire i^2i: cette droite i^2i sera la projection horizontale de l'arrête située sur le dessus du limon du joint qui nous occupe. On fera avancer la longueur de la marche palière jusqu'au milieu h de la demi-circonférence ehf, de sorte que la figure $i^2hkk^2i^4i^3i$ sera le panneau de projection horizontale de cette marche palière. Pour avoir le panneau de tête qui doit servir à tracer la direction des joints sur la tête concave de cette marche palière, comme le point h (fig. 504) est au milieu de la demi-circonférence de cercle ehf, par le milieu l (fig. 509)

du développement de la face concave du limon, on menera, à la courbe biln, la normale lm, et la figure ilmk sera le panneau de tête demandé. Si l'on veut avoir la projection horizontale uv (fig. 504) de l'arrête, située sur le dessus du limon, du joint qui répond à la droite hk, on fera la distance hu égale à la distance cg (fig. 509) du point c au pied de la perpendiculaire mg abaissée du point m sur la droite ab, et par le point u (fig. 504) et le centre g, on menera la droite uv, qui sera la projection demandée. Enfin, pour avoir la plus grande hauteur de cette marche palière, par le point t (fig 504), on élevera, à la ligne de terre DC (fig. 506), la perpendiculaire tt′, qui rencontrera la projection verticale du dessous de la première rampe au point t′ qui sera le plus bas de tous ceux de la marche palière; par ce point t′ on menera la droite ab parallèle à la ligne de terre DC, et la plus grande hauteur demandée sera la hauteur ig.

Pour avoir le panneau de projection horizontale uvkk′l′loz (fig. 504) du morceau du palier qui doit faire partie du limon arrondi, il ne reste plus à avoir que la projection horizontale l^2o de la limite du rampant de la seconde rampe que doit porter le premier palier, et celles oz, xy du joint qui se trouve dans le limon. Pour trouver ces projections, par le point o^2 (fig. 505), correspondant au point d, on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire o^2o, et la partie ol^2 (fig. 504), de cette perpendiculaire, sera la première des projections demandées. Par le point o, où la droite l^2o rencontre la demi-circonférence lki, et par le centre g, on menera la droite oz, qui sera la seconde des projections demandées. On prendra la distance ez que l'on portera de a en e (fig. 509); par le point e on élevera, à la droite ab, la perpendiculaire en; par le point n, où cette perpendiculaire rencontrera la courbe biln, on menera la normale no à cette dernière, et la figure lnom sera le panneau de tête qui servira à tracer, dans la tête concave de la pierre en question du limon, la direction des arrêtes de cette tête. Par l'extrémité o de la normale no, on abaissera, à la droite ab, la perpendiculaire of; on prendra la distance ef que l'on portera de z en x (fig. 504), et par le point x et le centre g, on menera la droite xy qui sera la projection horizontale de l'arrête supérieure du joint dont la projection horizontale de l'arrête inférieure est la droite oz.

Quant aux figures 507 et 508, elles n'ont d'autre objet que de donner l'idée de la forme de l'escalier. La première est l'élévation de face, et la seconde celle vue par derrière. Les lignes de construction indiquent assez la manière d'obtenir ces élévations, en se rappelant ce que nous avons dit au n°. 498 au sujet des projections verticales des arrêtes des limons courbes.

Maintenant, l'épure de l'escalier est terminée, car le panneau de projection horizontale $mo'pp'q^2q'q$ (fig. 504) de la marche palière du second palier, est parfaitement égal à celui $i^2hkk^2i^4i^3i$ de la première, et ces deux marches palières ont le même panneau de tête ilmk (fig. 509) pour être appliqué dans les têtes concaves de ces marches. Quant au panneau de tête qui doit servir à tracer le joint, de ces mêmes marches, qui est dans la prise du mur, il aura la forme efghiklmn (fig. 505). Expliquons donc, actuellement, la manière de tracer les différentes pierres qui doivent composer cet escalier, en laissant au lecteur le soin de tracer les marches courantes, ce qu'il fera sans peine au moyen du panneau de tête pqrstu (fig. 505), qui servira pour toutes.

1°. Supposons qu'il s'agisse de la contre-marche palière de la première rampe : on observera d'abord que la tête de cette marche doit faire une petite partie du limon arrondi, et s'avancer, en conséquence, jusqu'au point t, en projection horizontale (fig. 504). Pour atteindre à ce point t, on voit que le limon de la contre-marche palière sera plus épais que celui des marches ordinaires; mais, à cela près, on fera d'abord cette marche tout-à-fait comme s'il s'agissait d'une marche courante, et elle prendra la forme qu'indique la figure 510, sur une échelle double, et sans avoir égard à la longueur de la marche. Cela fait, on fera les distances cd, ol (fig. 510) respectivement égales aux distances et', di' (fig. 506); par les points d et l (fig. 510), on menera la droite ld; parallèlement à l'arrête inférieure ch de la tête de la marche, et sur la face de dessous, on menera la droite ef à une distance égale à la plus petite distance du point s' (fig. 504) à l'égard de la droite menée par le point t parallèlement à la droite i^2i^5 : cette droite ef (fig. 510) rencontrera l'arrête gi (dont la projection horizontale est la droite $s's^2$ (fig. 504)) en un point i par lequel et le point d on menera la droite id, dont la projection horizontale est la droite ts' (fig. 504), et, ensuite, on fera passer une surface gauche par les droites di, dl, lk (fig. 510), qui sera le joint qui doit se trouver dans le limon courbe. Maintenant, il faudrait refaire la tête de la marche pour lui donner la forme mixte qu'elle doit avoir, mais il est beaucoup plus convenable de ne faire cette tête que lors du ravalement. Dans la figure 510 on voit la partie cylindrique, de cette tête de marche, indiquée par les lettres dmn, et la partie plane par les lettres acmnb.

2°. Pour tracer et tailler la marche palière, on équarrira une pierre au panneau de projection horizontale $i^2hkk^2i^4i^3i$ (fig. 504), qui ait la hauteur ig (fig. 506), et elle prendra d'abord une forme primitive que le lecteur discernera dans la figure 511. Ensuite, avec le panneau de tête efghiklmn

(fig. 505), on tracera (fig. 511), sur le joint qui va dans le mur, la forme abcdefghi, et on fera toutes les faces indiquées par ce panneau de tête, que l'on prolongera dans toute la longueur de la pierre, sans interruption, excepté le dessus de la marche, qui passe par l'arrête bc, qu'il faudra terminer contre la face convexe du limon. Cela fait, on tracera, sur la face concave de la tête, la forme klmn au moyen du panneau de tête ikml (fig. 509), et le lecteur achevera cette marche palière, ainsi qu'il doit le concevoir d'après les explications précédentes.

3°. Si l'on veut tracer et tailler le morceau, du premier palier, qui porte une partie du limon courbe, on équarrira une pierre au panneau de projection horizontale ll'k'khzo (fig. 504), qui ait la hauteur du point x' (fig. 505) par rapport à la projection verticale cv du dessous du premier palier, et cette pierre prendra d'abord une forme primitive qu'on voit dans la figure 512. Ensuite, on tracera, sur le joint de la pierre, qui va dans le mur, le profil des crossettes qui doivent servir de points d'appui à cette pierre, ainsi que les lettres abcdefgh l'indiquent, en observant que la distance comprise entre les arrêtes ah, de doit être égale à l'épaisseur du palier, et on évidera ces crossettes, en ayant soin de ne les prolonger que jusqu'à la face convexe du limon, ainsi que le dessus, de cette pierre, qui passe par l'arrête de. On fera les hauteurs ml, no, respectivement égales aux hauteurs des points o^2 et z' (fig. 505) par rapport à la projection verticale cv du dessous du palier; par le point p (fig. 512), on menera la droite pk parallèle à la droite ah; on joindra les points k et l, l et o, par les droites kl, lo, par lesquelles et la droite kp on fera passer un plan qui sera la face de la partie du rampant de la seconde rampe que doit porter cette pierre; enfin, au moyen du panneau de tête lmon (fig. 509), on tracera la figure opqr (fig. 512) dans la face concave de cette pierre.

Quant aux autres morceaux du palier qui forment le rampant de la seconde rampe, ils n'offrent point de difficultés. La figure 513 représente le bout d'un de ces morceaux.

DES ESCALIERS SUSPENDUS, A TROIS RAMPES DROITES, SANS LIMON.

512. Supposons que le rectangle ABCD (fig. 514) soit le plan de la cage : on commencera par calculer (d'après les dimensions AB, BC de ce plan, et la hauteur, du premier étage, à laquelle doit monter l'escalier), on commencera, dis-je, par calculer le nombre, la hauteur, le giron et la longueur des marches qui doivent composer l'escalier.

Pour cela, on divisera la hauteur à laquelle l'escalier doit monter par 16

centimètres (6 pouces), et le quotient sera le nombre des marches de l'escalier ; si le quotient n'est pas exact, on prendra le nombre entier qui en approchera le plus, et qui, en même temps, pourra se partager (si la chose est possible) en trois nombres impairs, dont deux devront être égaux. Ces deux nombres impairs égaux seront les nombres des marches de la première et de la troisième rampe, l'autre nombre impair sera celui des marches de la seconde rampe. Ensuite, on redivisera la hauteur à laquelle doit monter l'escalier, non pas par la hauteur 16 centimètres (6 pouces), mais par le nombre des marches de l'escalier, que le premier calcul a donné, afin d'avoir exactement la hauteur qu'on doit donner aux marches. Cette hauteur des marches étant obtenue, on la retranchera de 49 centimètres (18 pouces), et le reste sera la grandeur du giron. On multipliera cette grandeur par le nombre des marches de chaque rampe, et les produits seront les distances EG, MN qu'il doit y avoir entre les projections horizontales EF et GH, LM et NO des nus des têtes du palier d'arrivée et de la seconde rampe, et des nus des têtes de la première et de la troisième rampe. Ces distances étant calculées, on retranchera la première EG de la profondeur AB de la cage, on divisera le reste par 2, et le quotient sera la longueur GB des marches de la seconde rampe, et la largeur AE du palier d'arrivée. On retranchera la seconde MN des distances dont il s'agit, de la largeur BC de la cage ; on divisera le reste par 2, et le quotient sera la longueur GK ou IH des marches de la première et de la troisième rampe. Pour que l'escalier soit parfaitement régulier, il faut que les longueurs KG, KM soient égales entre elles, mais on conçoit que cela ne peut être que dans le cas où les dimensions AB, BC du plan de la cage se prêtent naturellement aux calculs que nous venons d'expliquer, ou que ces dimensions sont déterminées d'après ces mêmes calculs. Si cette égalité n'a pas lieu, et que la différence ne soit pas trop grande, on n'y aura pas égard, et on laissera subsister les premiers calculs ; si cette différence était trop grande, alors on referait les calculs pour les modifier suivant le besoin, en augmentant ou en diminuant le nombre des marches, soit dans une rampe, soit dans toutes. On voit que la disposition de ce genre d'escalier exige souvent plusieurs combinaisons, plusieurs tâtonnemens, et quelquefois, malgré toute la sagacité qu'on puisse avoir, il est impossible d'arriver à une disposition qui satisfasse à toutes ces conditions.

Supposons donc qu'on soit parvenu à une disposition convenable, et qu'on ait, en conséquence, mené les droites LM et ON, parallèles à la droite AB ou DC, et les droites EF et GH, parallèles à la droite AD ou BC. On regardera ces droites LM, ON, EF et GH, comme étant à la fois, et les

projections horizontales des nus des têtes des rampes et des limons d'arrivée de l'escalier, et celles des intersections des surfaces planes des dessous des rampes et des paliers. Ensuite, on prendra une ligne de terre G'H' parallèle à la droite BC, et on déterminera la projection verticale des deux premiers palliers et de la seconde rampe (fig. 516), parfaitement comme nous l'avons expliqué au n°. 510. On prendra, de même, une ligne de terre A'B' parallèle à la droite AB, et on obtiendra la projection verticale du second palier, du palier d'arrivée, et de la troisième rampe (fig. 515); on y joindra celle de la première rampe et du premier palier, comme on le voit dans l'épure. Au moyen de ces projections verticales, on obtiendra les projections horizontales des marches de chaque rampe et des pierres de chaque palier, toujours par les moyens donnés au n°. 510, ainsi qu'on le voit dans l'épure.

Dans les projections verticales (fig. 515) du premier palier et de la première rampe, que nous avons remplies de hachures, on voit la forme des panneaux de tête des pierres de ce premier palier, et de la marche palière qui termine la première rampe. Les panneaux de tête des pierres de ce premier palier serviront pour tracer celles du second palier et celles de la première partie de celui d'arrivée, et le panneau de tête de la marche palière de la première rampe servira pour toutes les autres marches palières. Quant au panneau de projection horizontale de cette première marche palière, il aura la forme abcdeP (fig. 514), que l'on obtiendra en disposant l'appareil du premier palier, comme on le voit mieux indiqué dans la projection horizontale du second. La seconde marche palière aurait le même panneau de projection horizontale, mais celui de la troisième aurait la forme npoVqr. Si l'on veut raccorder les nus des têtes des rampes et du limon d'arrivée par des arrondissemens, alors le panneau de projection horizontale des deux premières marches palières aura la forme mfghikl, et celui de la dernière, la forme npsVqr. On remarquera bien, en projection horizontale (fig. 514), le détour que nous avons été obligé de faire prendre au devant de la marche palière de la seconde rampe, et à celui de la marche de départ de la troisième, pour donner aux têtes de ces marches une largeur convenable, et pour éviter les angles aigus qui auraient eu lieu si nous avions prolongé les devants de ces marches en ligne droite. Quant à la manière de tracer les marches palières, elle est la même que celle que nous allons expliquer dans l'exemple suivant, sauf ce qui est relatif au limon. Enfin, on remarquera que dans la figure 516 nous avons décrit, non-seulement la projection verticale de la seconde rampe et des deux premiers paliers, mais celle de l'escalier entier, afin de donner une idée de sa forme.

DES ESCALIERS SUSPENDUS, A TROIS RAMPES DROITES, AVEC LIMON.

513. Ce genre d'escaliers ne diffère du précédent que dans ce qui est relatif au limon; ainsi, on calculera la disposition de l'escalier absolument comme nous l'avons expliqué au nº. 511, en observant que les projections horizontales VS, YP, RQ, XF (fig. 517) des faces extérieures des limons des rampes et du palier d'arrivée, doivent coïncider avec celles des intersections des surfaces planes des dessous des rampes et des paliers. Ensuite, on prendra les deux lignes de terre G'H', A'B', respectivement parallèles aux droites BC, AB, et on obtiendra les projections verticales (fig. 518 et 519) de l'escalier, et on disposera l'appareil des paliers (fig. 517) exactement comme il a été dit au nº. 511, en ayant égard au limon dans les projections verticales.

Pour ce qui est relatif aux parties arrondies du limon, voici ce qu'il faut bien entendre, pour que le dessous de l'escalier ait une forme bien caractérisée, au lieu de ces formes indécises qu'on donne assez généralement en cet endroit des escaliers, faute de sentir celle qui est, suivant moi, la seule convenable.

D'abord les arrêtes de la face concave de chaque arrondissement seront ici de véritables hélices, et la surface du dessus une véritable hélicoïde, mais le dessous doit être une petite surface dont la projection horizontale est le triangle mixte QaPI ou SbRK (fig 517); de sorte que cette surface se raccordera avec les arrêtes d'intersection des dessous des rampes et des paliers dont les droites PI et IQ, ou SK et RK sont les projections horizontales, et avec l'hélice qui est l'arrête inférieure de la face concave de cet arrondissement : les lettres abcd (fig 518) indiquent la forme de la projection verticale de cette petite surface.

Pour trouver les projections horizontales des joints qui sont dans le limon arrondi, on s'y prendra comme nous l'avons expliqué au nº. 510, ainsi que pour avoir le panneau de tête abcd (fig. 520) qui doit servir à tracer, dans la tête concave de la marche palière, la direction des joints et des arrêtes hélices de la même tête.

Pour que la hauteur du limon du palier d'arrivée soit égale à la hauteur ab (fig. 519), prise d'équerre à la rampe, en faisant le développement de l'arc de cercle VX (fig. 517) comme nous l'avons expliqué au nº. 510; après avoir dessiné la courbe lfd (fig. 521), on fera l'ordonnée lm égale à la hauteur verticale cd (fig. 519), et la hauteur ln (fig. 521) égale à la hauteur ab (fig. 519) perpendiculaire à la rampe, et on divisera la distance nm

(fig. 521) en autant de parties égales qu'on aura divisé l'arc de cercle VX (fig. 517), ou son développement lr (fig. 521); on prendra la hauteur lm moins une division de mn, que l'on portera de k en i; la hauteur lm moins deux divisions de mn, que l'on portera de f en h; la hauteur lm moins trois divisions de mn, que l'on portera de e en g, enfin la hauteur ln, que l'on portera de d en c, et par les points m, i, h, g et c, on fera passer la courbe mihgc, qui sera le développement de l'arrête supérieure de la face concave du limon courbe qui se raccorde avec celui du palier d'arrivée. Du reste, on trouvera le panneau de tête abcd (fig. 521) qui doit servir à donner la direction des joints sur la tête concave de la marche palière en question, de la manière que nous avons expliquée au nº. 511.

Pour tracer l'une des marches palières des premières rampes, on équarrira une pierre, comme à l'ordinaire, au moyen du panneau de projection horizontale cdefghik (fig. 517), qui aura la hauteur ef (fig. 518), et cette pierre prendra la forme primitive qu'on discernera facilement dans la figure 522. Ensuite, avec le panneau de tête efghiklmn (fig. 519), on tracera le joint abcdefghi (fig. 522), et on fera, à la pierre, toutes les faces qu'indique ce panneau de tête, en ne les prolongeant que jusqu'à la rencontre de la face convexe du limon, excepté les faces indiquées par les droites fe et ed, qu'on prolongera dans toute la longueur de la pierre.

Sur la face fkne, du dessous du palier, on fera la distance km égale à hm (fig. 517), et, par le point m (fig. 522), on menera la droite mo d'équerre à la droite oe; par le point o, où la droite mo rencontrera la droite oe, on menera la droite oq, d'équerre à la même droite oe; sur la partie oedq, du dessous de la rampe, que porte la marche palière, on fera la hauteur kr égale à la hauteur gh (fig. 518); par les points r et m (fig. 522), on menera la droite rm; par les droites mr, mo, on fera passer un plan rmop, que l'on arrêtera à la droite op parallèle à l'arrête mr; avec le panneau de tête abcd (fig. 520), on tracera, sur la tête concave de la pierre, la figure pstu (fig. 522); par les droites po, oq, et la courbe pu, on fera passer une surface régulière, et on terminera la pierre ainsi qu'on le conçoit. Je ne crois pas que le lecteur ait besoin que j'explique la manière de tracer les autres pierres.

Il conviendrait, maintenant, d'expliquer la manière de faire les escaliers dont les dispositions sont indiquées par les figures 421, 422, 423 et 424 de la planche 82; mais en voulant tout dire on devient ennuyeux, défaut dans lequel je ne suis peut-être que trop tombé; c'est pour cela que je me bornerai à des considérations générales sur ces sortes d'escaliers.

1°. Dans ceux qu'indique la figure 421, on observera que les projections horizontales, des intersections des dessous des rampes et des paliers, doivent être des droites eg, ef, ad, ab, hk, hi, etc., menées par les sommets e, a, h, etc., de la projection horizontale de la face extérieure du limon, perpendiculairement aux faces des murs, et on regardera les longueurs ea, ah, etc., comme étant celles des rampes successives, sur lesquelles longueurs on opérera, comme nous l'avons expliqué au n°. 510, sur la longueur GE (fig. 499).

2°. Dans les escaliers indiqués par la figure 422, on observera que les dessous des rampes seront des surfaces gauches qui se rencontreront successivement suivant des droites horizontales dont les projections horizontales seront les diagonales ah, bi, ck, dl, em, etc., et que les dessous des paliers seront des plans horizontaux. Ces sortes d'escaliers ont beaucoup d'analogie avec les escaliers en vis-à-jour.

3°. Quant à ceux indiqués par la figure 423, ils sortent tout-à-fait de l'ordre ordinaire, et leur commodité, ainsi que leur forme, dépend absolument de la sagacité et du goût de ceux qui les exécutent : tout ce que j'en puis dire se réduit à engager le lecteur à s'approcher des règles établies jusqu'ici, autant qu'il lui sera possible.

4°. Enfin, ceux indiqués par la figure 424, participent, à la fois, des escaliers à rampes droites, et de ceux en vis-à-jour; et, en conséquence, ils ne peuvent présenter que des difficultés que nous savons surmonter.

CHAPITRE XXXV.

De la Pose.

Dans les chapitres précédens nous avons donné les méthodes nécessaires pour tracer les épures et les pierres de tous les ouvrages d'architecture de quelque importance ; dans celui-ci, nous allons donner la manière de poser chacune de ces espèces d'ouvrages. Jusqu'à présent, on n'a rien écrit, que je sache, de circonstancié sur cette partie de la coupe des pierres; cependant on va voir qu'il y avait beaucoup de choses utiles à dire. En parlant de la pose, je ne m'occuperai point de la manière de faire les ceintres en charpente ni de ce qui regarde le transport des pierres sur le tas, parce que ces choses

sont étrangères à mon sujet, et sont susceptibles d'un trop grand développement, pour être traitées ici d'une manière convenable.

L'objet que je me propose, dans ce chapitre, est uniquement d'indiquer les précautions à prendre et les méthodes à suivre, pour que les pierres des murs, des voûtes, des escaliers soient mises en place de manière que l'ouvrage soit solide et en même temps correct de forme. Parmi les précautions que j'ai à indiquer, les unes sont générales, et les autres particulières : il ne sera question de ces dernières qu'à mesure que les circonstances se présenteront.

PRÉCAUTIONS GÉNÉRALES.

514. L'appareilleur doit veiller avec le plus grand soin à ce que les tailleurs de pierres, à l'exemple des anciens, dressent parfaitement les lits, les coupes, et généralement toutes les faces portantes des pierres, afin qu'étant posées les unes sur les autres, il n'y ait entre elles que le moins de vide possible; car la parfaite juxtà-position des pierres est très-importante à la solidité. Quant aux faces apparentes, comme, quelque précaution que l'on prenne à les tracer, à les tailler et à les mettre en place, il en résulte toujours assez d'imperfection pour que le ravalement soit indispensable quand on veut soigner l'ouvrage, on se contentera de les ébaucher, avec soin, à environ 1 centimètre (4 lignes) près de la véritable surface qu'on doit avoir en définitive, quand il s'agit de pierres tendres, et de plus près lorsque la pierre est dure. Il faut observer qu'il ne faut jamais unir ces paremens au riflard ou à la ripe, et à plus forte raison au grès, car, non-seulement cette main-d'œuvre est perdue, puisqu'il faut refaire ces paremens lors du ravalement, mais encore l'action de l'air et de la pluie forme une croûte sur ces surfaces qu'on ne peut enlever qu'avec peine, et qui occasionne assez souvent de petits arrachemens qui dégradent l'ouvrage. Cela n'a plus lieu quand on laisse la marque des coups de marteau sur ces paremens.

Cet excès de pierre qu'on doit laisser sur les paremens, pourrait induire en erreur, soit l'appareilleur, soit le tailleur de pierre, soit le poseur. On évitera cet inconvénient en ayant égard à cet excédant de pierre en faisant les épures, et en traçant les pierres, d'après ces épures, avec la même précision que si l'ouvrage devait rester dans cet état. Au moyen de cette précaution, il n'y aura aucune espèce d'embarras, soit en traçant les pierres, soit en les mettant en place; et si, par défaut d'exactitude, il se trouve quelque pierre un peu courte, ou dont le parement ou la douëlle soit un peu gauche, ces défauts n'altéreront pas la forme que devra avoir, en dernier lieu, l'ouvrage qu'on exécutera.

Pour soulager sa mémoire et éviter des courses inutiles, l'appareilleur ne se contentera pas de faire l'épure en grand de l'ouvrage à exécuter, il en fera une seconde toute semblable, en petit, sur une feuille de papier, qu'il aura toujours sur lui, et sur laquelle il cotera toutes les mesures nécessaires (prises sur l'épure en grand) pour tracer les pierres. A cette épure en petit, que l'on appelle *calepin*, il joindra tous les panneaux de tête et de projection horizontale, ainsi que les cerces qu'il jugera nécessaires, qu'il levera sur l'épure en grand. Enfin, il prendra, sur cette dernière épure, les plus grandes dimensions de chaque pierre, d'après lesquelles il fera sa commande à la carrière, ou il débitera, sur le chantier, les blocs qu'il aura à sa disposition, en cherchant tous les moyens possibles d'éviter le déchet. Toutes ces précautions étant prises, il pourra commencer à faire tailler les pierres. A mesure qu'une pierre sera faite, il l'indiquera, sur son calepin, au moyen des lettres de l'alphabet ou d'autres marques, et il tracera la même marque sur la pierre même pour la reconnaître parmi les autres dans le chantier.

Enfin, pour guider le poseur, il indiquera, au moyen des marques indiquées dans la note de la planche 99, le lit de pose et celui de dessus de chaque pierre.

Passons, actuellement, à l'explication des moyens qu'on doit employer pour poser avec exactitude les pierres des différentes espèces de murs, de voûtes et d'escaliers.

DE LA POSE DES MURS.

Sous le rapport de la pose, ainsi que nous l'avons fait sous celui des épures, nous distinguerons les murs droits, les murs en talus, les murs gauches, les murs cylindriques droits, les murs cylindriques obliques, les murs coniques droits, et les murs coniques obliques.

DE LA POSE DES MURS DROITS.

512. On commencera par consolider le terrain des fondations, par des moyens dont le développement n'est pas de mon sujet, et on posera une première assise de libages d'une largeur plus grande que l'épaisseur du mur, au moins de 10 centimètres (4 pouces), pour former empatement sur chaque face du mur. Cette première assise étant posée en ligne droite et bien de niveau, tant dans le sens de la longueur que dans celui de la largeur, on en posera une seconde, en liaison sur la première, dont les pierres seront assises sur un bain de mortier fin, d'environ un centimètre $\frac{1}{2}$ (5 à 6 lignes)

d'épaisseur, bien serrées en joints par tête, et placées en ligne droite, les unes à la suite des autres. Pour bien asseoir ces pierres sur leurs lits, on les battra jusqu'au refus d'une demoiselle de bois, non ferrée en dessous, ce qui fera refluer le mortier surabondant, et comprimera fortement celui qui restera pour remplir les inégalités des lits. La pose de cette seconde assise étant terminée, on en dérasera le lit de dessus bien de niveau, tant dans le sens de la longueur que dans celui de la largeur, et on continuera de poser, de la même manière, de nouvelles assises les unes sur les autres, jusqu'à la hauteur d'environ 10 centimètres (3 $\frac{1}{2}$ pouces) en contre bas du niveau du sol. Si l'on avait plusieurs murs à faire, et que ces murs se rencontrassent de diverses manières quelconques, on poserait des assises générales, de même hauteur, sur tous ces murs, pour rendre les tassemens uniformes, et, par là, empêcher la désunion de ces murs, qui aurait nécessairement lieu, d'une manière plus ou moins sensible, si on les montait les uns après les autres.

Après avoir terminé la pose des fondations, et avoir dérasé, bien de niveau, le lit de dessus de la dernière assise, on tracera dessus les traces horizontales des faces des murs, pour diriger la pose des assises qui devront s'élever au-dessus du sol. Pour poser convenablement ces assises, on posera d'abord les pierres des encoignures, en dirigeant les paremens de ces pierres suivant les traces horizontales des murs, pour la première assise, et en les raccordant avec les paremens des assises déjà posées, pour les autres assises, et en mettant toujours le lit de dessus bien de niveau. Enfin, on asseoira solidement ces pierres sur un bain de mortier d'un centimètre (3 lignes) d'épaisseur, plus ou moins, suivant le genre de l'édifice, en les battant avec la demoiselle. Ces pierres étant posées, on fera tendre fortement une ficelle (à laquelle on donne le nom de *ligne* ou de *cordeau*), en l'attachant à ces pierres d'encoignure, qui servira de guide au poseur pour aligner les paremens des pierres intermédiaires.

Comme les paremens des pierres d'encoignures pourraient ne pas être parfaitement dans les faces des murs, au lieu de s'en rapporter à ces paremens pour faire tendre le cordeau, on posera une forte règle à chaque extrémité des murs, de manière que le côté dressé de la règle se trouve, non pas dans le plan de la face du mur auquel cette règle correspondra, mais dans un plan parallèle à celui-là, mené à une distance telle, qu'entre la règle et la face du mur, il y ait l'épaisseur du cordeau, et un intervalle en plus, pour que le cordeau ne touche pas le mur, et que rien ne gêne sa rectilignité. On conçoit que ces règles doivent être fixées assez solidement pour qu'elles

puissent résister à une assez forte tension du cordeau. Si la longueur des murs permettait de se servir d'une règle au lieu d'un cordeau, alors on ferait toucher au mur les règles directrices, sur lesquelles glisserait la règle génératrice, qui remplacerait le cordeau. Dans le cas où les murs auraient une longueur considérable, on pourrait encore se servir d'une règle au lieu d'un cordeau, en plaçant une ou plusieurs règles directrices intermédiairement.

DE LA POSE DES MURS EN TALUS.

516. La pose des murs en talus ne diffère de celle des murs droits que dans la manière de placer les règles directrices. On conçoit comment il faudrait s'y prendre, au moyen des sections droites des murs en talus, pour disposer ces règles directrices avec exactitude. Du reste, on prendra les mêmes précautions que dans les murs droits en posant les pierres, en dérasant les lits de dessus de chaque assise, et en observant, dans le cas où les lits seraient à facettes vers la face en talus, de niveler l'arrête supérieure de cette facette, et de bien dresser son plan.

DE LA POSE DES MURS GAUCHES.

517. Supposons que la face gauche, de ces murs, soit engendrée comme nous l'avons toujours supposé dans le cours de cet ouvrage. Pour poser convenablement cette sorte de murs, on placera des règles directrices de manière qu'elles coïncident avec les directrices mêmes de la surface gauche de chaque mur, dont on déterminera la position dans l'espace au moyen de l'épure du mur qu'on voudra poser. Dans les murs gauches, et aussi dans les murs en talus, on ne peut pas se servir de cordeau pour aligner les paremens des assises, parce que, quelque bien tendu que soit un cordeau, surtout lorsqu'il a une longueur un peu considérable, il s'infléchit de haut en bas, dans un plan vertical suivant une certaine courbe approchant de la chaînette, ce qui ne fait rien pour les murs droits, mais ce qui induirait nécessairement et évidemment en erreur dans les murs en talus et dans les murs gauches; au lieu donc de se servir d'un cordeau, on se servira d'une règle génératrice que l'on fera glisser horizontalement sur les règles directrices. Si ces dernières sont trop écartées l'une de l'autre, on supposera une ou plusieurs sections verticales, faites par des plans perpendiculaires à la trace horizontale de la surface gauche; on déterminera les courbes de ces sections sur l'épure, et on fera tailler de fortes cerces suivant ces courbes, que l'on posera chacune dans un plan vertical convenablement à sa place. Comme ces règles ou cerces directrices pourraient se déranger de leur place, on aura

soin de les vérifier au moins deux ou trois fois par jour, afin d'être sûr qu'elles donneront toujours la forme que doit avoir la face du mur. Du reste, on posera les pierres avec les mêmes précautions que celles des murs droits et celles des murs en talus.

DE LA POSE DES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

518. Quelles que soient les traces horizontales des faces d'un mur cylindrique droit, après avoir dérasé, bien de niveau, le lit de dessus de la dernière assise des fondations, on tracera ces courbes sur ce lit avec toute la précision possible; ensuite, on marquera des points à volonté sur chacune de ces courbes, qui seront les pieds des règles directrices qui devront coïncider avec les génératrices des faces du mur qui passent par les mêmes points, et on taillera des cerces, sur les mêmes courbes, assez longues pour aller d'une règle directrice à l'autre. On remarquera que si le mur est circulaire, une seule cerce pour chaque face suffira, mais que si le mur est elliptique, parabolique, etc., il faudra, sur chaque face, une cerce particulière pour aller d'une règle directrice à l'autre; mais entre deux règles directrices, la même cerce servira pour toutes les assises du mur. Outre qu'il faut une cerce particulière, d'une règle directrice à l'autre, quand le mur n'est pas circulaire, il faut bien prendre garde de ne pas tourner ces cerces bout par bout, et de ne pas les faire glisser dans le sens de leur longueur sur les règles directrices, à cause que ces cerces changent de courbure à chaque point. Pour éviter toute erreur, à cet égard, on clouera un petit tasseau sur le bout de la cerce, lequel viendra glisser le long de l'une des règles directrices.

DE LA POSE DES MURS CYLINDRIQUES OBLIQUES.

519. La manière de poser cette sorte de mur ne diffère de la précédente que dans la direction des règles directrices, qui, au lieu d'être verticales comme dans les murs cylindriques droits, doivent être inclinées de manière à coïncider chacune avec une génératrice de la surface oblique. Pour poser ces règles avec précision, on déterminera, dans l'épure qui aura servi à tracer les pierres, l'inclinaison des génératrices par rapport au plan horizontal, ainsi que la direction des projections horizontales de ces mêmes génératrices, que l'on tracera sur le lit de dessus de la dernière assise des fondations, et ensuite, on posera les règles directrices dans des plans verticaux élevés sur ces projections horizontales, comme s'il s'agissait d'un mur en talus.

DE LA POSE DES MURS CONIQUES.

520. Que le mur conique en question soit oblique ou non, à base circu-

laire ou elliptique, on tracera d'abord cette base sur le lit de dessus de la dernière assise des fondations; on fixera les pieds des règles directrices, tant sur le lit de dessus de la dernière assise des fondations, que sur l'épure qui aura servi à tracer les pierres; on cherchera, dans cette épure, l'inclinaison de chacune de ces règles directrices, et on les fixera chacune à sa place dans l'espace. Ensuite, on taillera des cerces, pour chaque assise du mur, pour aller d'une règle directrice à l'autre, en observant, dans le cas où la trace horizontale de la face conique n'est pas circulaire, qu'il faut, pour chaque assise en particulier, autant de cerces différentes qu'il y a d'entre-deux de règles directrices, et qu'il faut avoir l'attention de ne pas tourner ces cerces bout par bout, et de ne pas les faire glisser dans le sens de leurs longueurs. Pour avoir les longueurs de ces cerces, on tracera, dans l'épure, les projections horizontales des règles directrices, et les portions des projections horizontales des arrêtes des paremens des assises, comprises entre celles des règles directrices, seront les courbures et les longueurs des cerces dont il s'agit. Enfin, on aura la précaution de tailler en biseaux les cerces et les règles qui servent à la pose des murs gauches, cylindriques ou coniques, afin que leur épaisseur ne nuise pas à la pureté de la forme des murs à poser.

DE LA POSE DES VOUTES EN GÉNÉRAL.

521. Les coupes des voussoirs de toutes les espèces de voûtes, sans exception, doivent être dressées avec une minutieuse attention, pour que les voussoirs puissent être posés, les uns sur les autres, immédiatement sur leurs coupes, sans cales ni mortier, afin d'éviter toute espèce de tassement dans les voûtes. On doit éviter ces tassemens avec d'autant plus de soin, qu'ils peuvent occasionner la chute de la voûte, lors du décintrement, ou l'écrasement de quelques voussoirs qui ne porteraient pas uniformément sur leurs coupes, et qu'ils changent nécessairement la forme qu'on voulait donner à la voûte, alors même que l'on tient compte de ces tassemens en taillant et en posant les voussoirs, parce qu'on ne peut en tenir compte que par des approximations plus ou moins grossières. Pour remplir les petits vides que l'imperfection des coupes pourrait laisser entre elles, on coule du mortier ou du plâtre clair, qu'on introduit au moyen de petites rigoles que l'on pratique dans les coupes des voussoirs, sans les prolonger jusqu'aux faces apparentes. Quant à la manière de poser les voussoirs de sorte que leur ensemble donne exactement à la voûte la forme qu'elle doit avoir, elle varie suivant la nature des voûtes.

DE LA POSE DES PLATES-BANDES.

522. Supposons que la plate-bande à poser soit celle représentée par la figure 523. Après avoir monté les jambages jusqu'au niveau de l'intrados de la plate-bande, d'après les procédés précédemment expliqués pour chaque espèce de murs, on posera les deux sommiers par les mêmes procédés, en observant que leurs lits soient bien de niveau, et que leurs coupes soient bien dans la direction qui leur convient, tant dans le sens de l'épaisseur du mur que dans celui de leur inclinaison. Cela fait, on soutiendra horizontalement un pièce de bois ab vers chaque face du mur, au moyen de deux étais IK, LM, de manière que ces deux pièces horizontales ab soient en contre bas de l'intrados de la plate-bande, d'environ 5 centimètres (2 pouces), pour pouvoir placer des cales entre les douëlles des claveaux de la plate-bande et ces pièces de bois horizontales. Ces cales sont nécessaires pour la pose des claveaux, et sont indiquées par la lettre v. J'insiste pour qu'on mette deux pièces de bois horizontales, une près de chaque face du mur, parce que, lorsqu'on n'en met qu'une au milieu de la longueur des claveaux, il arrive trop souvent que les claveaux font la culbute avant que la pose ne soit terminée, soit parce qu'on s'appuye dessus, sans y penser, soit parce que les claveaux tournent d'eux-mêmes en glissant sur leurs coupes, n'ayant qu'un point d'appui au milieu de la longueur de la douëlle ; ils tombent sur l'échafaudage qu'ils font crouler, et les malheureux poseurs en sont souvent la victime. Ces précautions étant prises, on posera les deux premiers claveaux, de droite et de gauche, sur les sommiers bien assujétis; puis les deux seconds, sur les deux premiers, et ainsi de suite jusqu'aux deux contre-clefs. En posant ces claveaux, on aura soin de tenir la douëlle bien de niveau, dans le sens de l'épaisseur du mur, et à la règle, dans celui de la largeur de la porte, laquelle règle devra passer par les points C et F situés sur la face la plus apparente du mur, au niveau de l'intrados de la plate-bande. Si les coupes ne sont pas assez bien faites, pour que les douëlles soient ainsi dirigées, on corrigera ces coupes en enlevant de la pierre où il faudra, afin qu'elles portent également bien dans toute leur étendue. Il faut bien veiller que les poseurs, pour avoir plutôt fait, et s'épargner la peine de sortir le claveau de sa place pour y retoucher, ne se contentent pas de mettre des cales à l'endroit où les coupes ne sont pas en contact; car souvent une plate-bande obéit à la charge qu'elle soutient, non pas parce qu'elle n'a pas assez d'épaisseur entre l'intrados et l'extrados, mais seulement parce que les coupes des claveaux ont été égalisées au moyen de cales. Quant aux têtes de ces claveaux, on les

raccordera avec la face du mur, comme nous l'avons expliqué pour chaque espèce de murs.

Les contre-clefs étant mises en place, on mettra de petits étais entre leurs coupes, pour les contenir jusqu'à ce que la clef soit posée. Ensuite, on prendra bien exactement la mesure de cette clef, et pour bien en diriger les coupes d'après la douëlle, on aura un morceau de planche bien dressé sur une face et sur un côté; on appuyera le côté dressé de cette planche ruts sur les sommets l et o des contre-clefs, en tenant la face de la planche verticalement; au moyen d'une règle qu'on appliquera sur les coupes de ces contre-clefs, on tracera, sur la face de cette planche, le prolongement des coupes ml, no, et, en transportant cette planche sur le morceau de pierre destiné pour faire la clef, on tracera les coupes au moyen des droites lp, oq. Ce moyen est très-simple et très-exact quand le mur est droit; on conçoit comment il faudrait s'en servir pour les autres espèces de murs. La clef étant finie, on la fera entrer à sa place avec précaution, et avec un peu de force, en la frappant à petits coups par dessus, jusqu'à ce que sa douëlle se raccorde avec celles des autres claveaux. Enfin, pendant qu'on frappera la clef, on jetera de l'eau sur la plate-bande, pour faire tomber la poussière qui pourrait se trouver entre les coupes, afin que les claveaux, pressés latéralement par la clef, portent bien immédiatement les uns sur les autres.

DE LA POSE DES BERCEAUX ORDINAIRES.

523. Supposons qu'on ait monté les jambages jusqu'au niveau des naissances du berceau qu'il s'agit de poser, et qu'on ait dérasé les lits de dessus à ce niveau. Cela fait, on établira de chaque côté, immédiatement sur ces jambages, la première assise de la voûte, en ayant l'attention, 1°. de faire raccorder l'arrête inférieure de la douëlle avec l'arrête supérieure des tableaux des jambages; 2°. de tenir bien de niveau le lit de dessus des voussoirs de cette première assise; 3°. de raccorder leurs têtes avec les faces du mur au travers duquel le berceau est pratiqué, comme s'il s'agissait de simples pierres de ce mur, et 4°. si l'arrête supérieure de la douëlle n'avait pas la saillie qu'elle devrait avoir, de faire avancer le voussoir, vers l'intrados, de tout ce qu'il faudrait, pour lui donner cette saillie, et de laisser toujours le lit de dessus de niveau. On pourrait poser encore une assise de la même manière sur la première, de chaque côté, et même quelquefois deux, mais il vaut mieux, pour éviter tout accident, établir de suite les ceintres en charpente qui doivent soutenir les voussoirs jusqu'à ce que la pose soit terminée, en les plaçant de distance en distance dans la longueur du berceau.

Le nombre de ces ceintres est proportionné à la longueur de la voûte, mais le moins qu'on puisse en mettre c'est deux, que l'on place vers les ceintres de face de la voûte.

Pour avoir la courbure ABC (fig. 524) des ces ceintres en charpente, on cherchera, dans l'épure, l'intersection, avec l'intrados du berceau, d'un plan vertical dont la direction s'approchera, le plus possible, de celle du ceintre de face. Ayant obtenu la courbe aDb de cette intersection, on décrira, intérieurement à cette courbe, une autre courbe ABC qui lui sera parallèle; la distance BD entre ces deux courbes, sera depuis 5 jusqu'à 22 centimètres (de 2 à 8 pouces), suivant la grandeur du diamètre de la voûte, le poids des voussoirs et le nombre des ceintres placés dans la longueur de la voûte. Dans cette distance seront comprises l'épaisseur des solives (qu'on appelle *couchis*) que l'on fait porter d'un ceintre de charpente à l'autre, et celle des cales qu'on doit mettre entre le dessus du ceintre et le dessous des couchis, pour que ces derniers touchent immédiatement les douëlles des voussoirs qu'ils doivent soutenir, et pour faciliter le décintrement, qui serait très-difficile à opérer, si les couchis portaient immédiatement sur les ceintres.

La courbure des ceintres en charpente étant décrite, on cherchera le système de pièces de bois qu'on jugera le plus convenable, suivant les circonstances, pour sa construction. Je n'expliquerai pas les différens systèmes qu'on peut adopter, pour ne pas sortir de mon sujet, mais je dirai que tous ces systèmes doivent être tels, que la charge successive des assises des voussoirs ne puisse jamais faire changer leur forme, leur courbure; car si cette courbure changeait, les assises de voussoirs déjà posées seraient dérangées de leurs places, et, par conséquent, quelque soin qu'on apportât à la pose, la voûte n'aurait jamais la forme qu'on voudrait lui donner.

Supposons donc que l'on sache construire ces ceintres, et qu'on en ait posé au moins deux dans la longueur de la voûte, et dans les plans verticaux qui ont servi à trouver leur courbure, à environ 16 centimètres (6 pouces) près des deux ceintres de faces du berceau, et voyons comment ensuite on doit poser chaque assise de la voûte, pour avoir toute l'exactitude possible.

Au niveau de la naissance de la voûte, on posera solidement une forte règle ab bien dressée et qu'on disposera bien horizontalement, dans la direction du plan vertical qui, par son intersection avec l'intrados de la voûte, a servi à trouver la courbure des ceintres en charpente; sur cette règle, on portera les saillies des douëlles, prises dans l'épure, sur la trace horizontale

du plan vertical dont nous venons de parler, ainsi que les numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 l'indiquent, en partant de chacun des points a et b. Sur une autre règle, représentée par la figure 525, on portera, à partir de son extrémité o, toutes les ordonnées du ceintre principal du berceau, comme les numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 l'indiquent sur cette règle. Au moyen de ces deux règles, on pourra déterminer la saillie et la hauteur de l'arrête supérieure de chaque assise, ainsi que nous l'expliquerons tout-à-l'heure; mais cela ne suffit pas, il faut, de plus, déterminer l'inclinaison de la coupe du lit de dessus de chaque assise. Pour cela, il faut construire exprès pour le berceau dont il s'agit, un instrument représenté par la figure 526, qu'on appelle *inclinateur*. Cet inclinateur, dont j'ai vu faire usage pour la pose des ponts en pierre de taille, doit être fait, avec beaucoup de soin, de la manière suivante : on fera faire, par un menuisier, un châssis abcd (fig. 526) parfaitement carré, d'un bois bien sec et avec des ais de 2 $\frac{1}{2}$ centimètres (1 pouce) d'épaisseur, au moins, sur 5 centimètres (2 pouces) de largeur et assemblé solidement aux angles. Sur les deux côtés contigus da, dc de ce châssis, on assemblera un morceau de bois de mêmes largeur et épaisseur que le châssis, corroyé en quart de cercle, comme les lettres iklm l'indiquent. Sur les milieux des côtés da, dc, on menera les droites io, ko, qui se rencontreront, sur la diagonale menée par les points d et b, au point o, où l'on percera un petit trou rond, dans lequel on fera passer le bout d'un fil à-plomb, qu'on nouera par derrière pour l'empêcher de sortir. Cela fait, on transportera le côté ab de l'instrument, successivement sur chaque coupe du ceintre principal du berceau (dans l'épure), et par le point o, de suspension du fil à-plomb, on abaissera une perpendiculaire à la ligne de terre, qu'on tracera sur le quart de cercle de l'inclinateur, à chaque fois que l'on passera d'une coupe à l'autre, ce qui donnera, sur l'inclinateur, les droites marquées par les numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7, et l'instrument sera terminé. Quand on voudra vérifier si la coupe de la première assise a l'inclinaison qui lui convient, on posera le côté ab de l'inclinateur sur le plan de cette coupe, dans une direction perpendiculaire à l'arrête de douëlle, et si le fil à-plomb bat sur la droite marquée par le numéro 1, du quart de cercle du déclinateur, la coupe aura l'inclinaison qu'elle doit avoir. Pour la coupe de la seconde assise, le fil à-plomb devrait tomber sur la droite numéro 2, pour celle de la troisième assise, sur la droite numéro 3, et ainsi de suite, comme la figure 524 l'indique pour la coupe de la quatrième assise, où l'inclinateur est indiqué par les lettres a'b'c'd', et le fil à-plomb par les lettres o'p'. Voici, maintenant, comment on procédera à la pose du berceau :

Après avoir posé la première assise comme il a été dit précédemment, on dérasera la coupe et le lit supérieurs bien de niveau, et de manière que la coupe ait l'inclinaison qu'elle doit avoir, ce qu'on déterminera au moyen de l'inclinateur. Cela fait, on posera la seconde assise, et pour déterminer la hauteur et la saillie de l'arrête supérieure de la douëlle de cette assise, 1°. pour vérifier la saillie, on fera tomber un fil à-plomb plus bas que la règle ab (fig. 524) que l'on appuyera contre l'arrête en question : si cette arrête a la saillie qu'il lui faut, le fil à-plomb battra sur la droite numéro 2 de la règle ab. 2°. Pour vérifier la hauteur, on posera le bout o de la règle indiquée par la figure 525, verticalement sur la règle horizontale ab (fig. 524), et si l'arrête dont il s'agit répond juste au numéro 2 de la règle des hauteurs, cette arrête sera bien disposée. Ensuite, on vérifiera l'inclinaison de la coupe avec l'inclinateur, et si la coupe a trop d'inclinaison, on tâchera de corriger ce défaut, sans mettre de cales par derrière, en retouchant, soit la coupe de dessous, soit celle de dessus, soit en les retouchant toutes les deux, suivant le cas. Si la coupe n'a pas assez d'inclinaison, et que d'ailleurs la douëlle soit bien disposée, on laissera la pierre excédente en haut de la coupe, pour l'ôter en dérasant la coupe entière de l'assise. Pour qu'une assise soit bien posée, outre les trois choses que nous venons d'expliquer, il faut que les arrêtes des douëlles soient bien en ligne droite dans toute la longueur du berceau, et que les têtes des voussoirs des extrémités se raccordent avec les faces extérieures du mur au travers duquel le berceau est pratiqué, ce qu'on fera comme s'il s'agissait simplement des pierres de ce mur. On continuera de poser successivement les autres assises de la même manière, en ayant toujours soin de déraser la coupe supérieure de chaque assise, dès qu'elle sera mise en place, et qu'on aura coulé du mortier ou du plâtre clair dans la coupe inférieure, pour empêcher que la poussière n'entre. Ce coulage ne peut se faire, à mesure de la pose, que pour les premières assises : quand on arrive près de la clef, il ne faut couler qu'après avoir terminé la pose de la voûte, et avant le décintrement. Il y a encore une précaution importante à avoir, en posant un berceau, surtout quand il s'agit d'une grande voûte, telle qu'une arche de pont : c'est de poser de manière que le ceintre en charpente soit chargé le plus uniformément possible, c'est-à-dire qu'après avoir posé une assise à droite, il faut poser sa correspondante à gauche, et ne jamais poser deux assises de suite du même côté : de cette manière, si le ceintre en charpente est bien fait, il ne changera pas de forme, ou s'il tend à en changer, il sera facile de le contenir en le chargeant d'un certain poids au sommet B (fig. 524), qu'on allégira à mesure

que la pose s'approchera de la clef. Quand les deux contre-clefs seront posées, on prendra la mesure de la clef, on la taillera, et on la posera, comme nous l'avons expliqué pour les plates-bandes.

Telle est la manière de poser les berceaux, quels que soient leur ceintre principal et les murs au travers desquels on les pratique. On conçoit qu'il est des circonstances dans lesquelles on pourrait simplifier ce procédé général; je n'expliquerai point ces simplifications, parce qu'elles sont faciles à imaginer, et je terminerai là ce qui est relatif à la pose des berceaux.

DE LA POSE DES BERCEAUX EN DESCENTE.

524. Si l'on se rappelle la remarque que nous avons faite au nº. 431 sur les descentes en général, on verra que la pose de cette espèce de voûtes, faites comme elles doivent l'être, ne diffère presque en rien de celle des berceaux ordinaires. En effet, les descentes devant se composer de deux berceaux ordinaires situés vers les faces du mur, et réunis par un berceau en descente de la plus grande simplicité, il est clair qu'une fois que les assises des berceaux ordinaires seront posées comme nous l'avons expliqué au numéro précédent, il suffira d'une règle pour poser celles du berceau en descente, en se raccordant, tant pour les douëlles que pour les coupes, avec celles des premiers berceaux. Ces raccordemens à la règle auront lieu, tant pour la pose des voussoirs, que pour le dérasement des coupes, que l'on doit toujours faire avec soin.

DE LA POSE DES PORTES CONIQUES.

525. Dans la pose des portes coniques, les ceintres en charpente n'ont entre eux ni la même courbure, ni le même diamètre. Pour avoir ces courbures, on déterminera, dans l'épure, les intersections, avec l'intrados de la voûte, de deux plans verticaux, parallèles entre eux, et menés aux endroits où l'on voudra placer les ceintres en charpente. Ensuite, on menera, dans les courbes d'intersection, des courbes parallèles, comme nous l'avons expliqué pour les berceaux ordinaires. En construisant ces ceintres, il n'est pas nécessaire d'avoir égard à la forme conique de l'intrados de la voûte; il suffira de faire en forme de coins, les cales qu'on doit placer entre ces ceintres et les couchis.

Pour construire l'inclinateur des coupes, on déterminera la section faite dans la voûte, par un plan vertical perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe de l'intrados, et on déterminera, dans cette section, la direction des coupes de cette voûte. Ensuite, on construira cet inclinateur, en opérant

sur cette section; comme nous l'avons expliqué au n°. 523 sur le ceintre principal des berceaux ordinaires. Pour se servir de cet inclinateur, on tracera, tout autour des voussoirs, l'intersection du plan vertical perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe de l'intrados de la porte, dont nous venons de parler, parce que le côté ab (fig. 526) de cet instrument, ne devra plus être dirigé, sur la coupe qu'on voudra vérifier, perpendiculairement à l'arrête de la douëlle, mais parallèlement à l'intersection, avec cette coupe, du plan vertical dont il vient d'être question. Quant aux saillies et aux hauteurs des arrêtes des douëlles, on les déterminera dans le même plan vertical, au moyen de deux règles, comme nous l'avons indiqué pour les berceaux ordinaires.

Comme les arrêtes de douëlles ne sont pas horizontales, on déterminera une seconde section dans la voûte, par un autre plan vertical perpendiculaire à la projection horizontale de l'axe de l'intrados, sur laquelle on prendra de nouvelles saillies et de nouvelles hauteurs, qu'on portera respectivement sur deux autres règles, que l'on disposera convenablement, dans la porte, à l'endroit de la section, qu'on aura soin de tracer de même autour des voussoirs. Du reste, on prendra les précautions générales précédemment indiquées, et celles que les circonstances pourront suggérer.

DE LA POSE DES TROMPES CONIQUES.

526. La pose des trompes est presque entièrement semblable à celle des portes coniques; aussi je crois inutile d'entrer dans aucun détail à cet égard.

DE LA POSE DES VOUTES PLATES.

527. 1°. Si le plan de la salle est carré ou rectangulaire, on disposera horizontalement deux pièces de bois suivant les diagonales de ce plan, que l'on entaillera à demi-épaisseur à l'endroit où elles se rencontreront, et que l'on soutiendra par des étais verticaux, vers les angles et au milieu de la salle. Sur ces pièces diagonales, viendront s'appuyer, par les deux bouts, des couchis dirigés suivant les douëlles de chaque assise, et qu'on ne placera qu'à fur et mesure de la pose, qui devra avoir lieu dans cet ordre :

Après avoir dérasé, bien de niveau, le lit de dessus de la dernière assise des murs de la salle, on posera tout autour l'assise des sommiers. En posant ces sommiers, on aura l'attention que les lits de dessus soient bien de niveau, et que l'arrête inférieure forme un carré ou un rectangle de même forme et de mêmes dimensions que le plan de la salle. Après avoir consolidé cette assise de sommiers, on dressera bien la coupe et la crossette à la règle, en donnant à la coupe l'inclinaison qu'elle devra avoir. Ensuite, on posera

la première assise de claveaux, en commençant par les morceaux d'angle, ainsi que pour les sommiers, et après avoir rempli les intervalles entre ces morceaux d'angle, on coulera du mortier clair dans la coupe adjacente aux sommiers, et dans les joints par tête. Puis, on redressera la coupe de dessus, ainsi que la crossette, et on continuera la pose dans le même ordre, jusqu'à la clef, en ayant soin de tenir la douëlle de toutes les assises dans le plan horizontal qui est l'intrados de la voûte, sans mettre des cales dans les coupes. Enfin, dans la crainte que la voûte ne s'affaissât un peu lors du décintrement, on fera bien de donner un peu de relèvement aux douëlles de chaque assise, de sorte que la clef se trouve d'environ un centimètre $\frac{1}{2}$ (4 à 5 lignes) au-dessus du plan d'intrados.

2°. Si le plan de la salle était un polygone d'un plus grand nombre de côtés, on s'y prendrait d'une manière semblable, en ayant égard à la forme de ce polygone, en dérasant les coupes de dessus des assises successivement posées.

3°. Si le plan de la salle était circulaire, on aurait soin de tenir bien circulaire l'arrête inférieure de la coupe de dessus de chaque assise mise en place, soit au moyen de cerces levées sur la projection horizontale de la voûte, soit en plaçant une broche cylindrique en fer, sur la charpente du ceintre, au centre de l'intrados, contre laquelle broche on ferait tourner le bout d'une tringle de bois d'une longueur égale au rayon de la projection horizontale de l'arrête inférieure de la coupe de dessus de l'assise qu'on viendra de poser. On donne à cette tringle de bois le nom de *simbleau*. La broche cylindrique autour de laquelle tourne le simbleau doit être posée bien verticalement, et bien solidement.

4°. Enfin, si le plan de la salle était elliptique, pour contenir les arrêtes des douëlles des assises successives dans les courbures des ellipses semblables qui sont les projections horizontales de ces mêmes arrêtes, il faudrait, 1°. lever des cerces convexes sur ces projections horizontales, égales aux quarts de ces ellipses; 2°. avoir deux règles, l'une égale au grand et l'autre au petit axe du plan de la salle, sur lesquelles on marquerait les points où les projections horizontales des arrêtes des douëlles viennent rencontrer ces axes; 3°. placer sur l'extrados de la voûte, ou en contre-bas de la charpente du ceintre, et horizontalement, chacune de ces règles dans la direction de l'axe auquel elle serait égale, et avec un fil à-plomb appliqué successivement aux points marqués sur ces règles, on déterminerait, sur l'assise qu'on viendrait de poser, les extrémités des axes de l'ellipse qui serait la courbure de l'arrête inférieure de la coupe de dessus de cette assise; 4°. Enfin, au

moyen de la cerce convexe, égale au quart de cette ellipse, qu'on appliquerait sur l'assise en question, de la manière qui convient, on vérifierait l'arrête dont il s'agit, et ainsi des autres.

Dans le cas où la salle est circulaire ou elliptique, on disposera la charpente du ceintre, à peu près comme il va être expliqué pour les voûtes coniques.

Quant aux voûtes plates, dont les épures sont dans la planche 37, on conçoit comment on doit se conduire pour les poser convenablement.

DE LA POSE DES VOUTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS DES SALLES CIRCULAIRES OU ELLIPTIQUES.

528. Pour poser ces sortes de voûtes, on disposera quatre, ou six, ou huit solives, répondant, sur la courbe de naissance, à des points également espacés, qu'on dirigera parallèlement aux génératrices de l'intrados qui répondront aux mêmes points de la courbe de naissance. L'intervalle entre chaque solive et la génératrice correspondante servira pour le passage des couchis et des cales qu'on doit mettre entre ces derniers et les solives. Comme les assises de la voûte sont courbes, et que les couchis sont droits, il ne faut pas que ces derniers soient trop longs, pour qu'ils puissent soutenir les voussoirs qui leur correspondent, ce qui exige plus ou moins de solives pour les soutenir eux-mêmes. Toutes ces solives seront soutenues par des étais vers le mur, et viendront s'assembler à tenons dans des mortaises pratiquées dans un poteau vertical placé au centre de la salle. Si la salle est elliptique, on fera en sorte qu'il réponde une de ces solives à chaque extrémité des axes de l'ellipse de naissance. Cette charpente n'a pas besoin d'être très-forte, par la raison qu'une fois que la pose d'une assise est terminée, cette assise tient d'elle-même sur celles déjà posées.

Pour poser les voussoirs de chaque assise avec précision, sur le sommet du poteau vertical placé au centre de la salle, on plantera verticalement un petit cylindre à base circulaire, en bois, surmonté d'une espèce de chapeau conique concave en dessous, et dont les génératrices, comme ba, cd (fig. 527) seront sur l'intrados de la voûte. Ce chapeau, il suffira qu'il déborde, par rapport à la surface du petit cylindre qui doit le porter, d'environ 3 centimètres (un pouce). J'engage beaucoup les constructeurs à faire usage de ce petit cylindre, avec son chapeau conique, parce qu'il simplifiera beaucoup la pose, en même temps qu'il donnera la plus grande exactitude, ainsi qu'on va le voir, et que d'ailleurs on pourra le faire construire en bois, à peu de frais, par un tourneur.

Ce cylindre étant mis en place avec précision et solidité, on dérasera

la première assise de claveaux, en commençant par les morceaux d'angle, ainsi que pour les sommiers, et après avoir rempli les intervalles entre ces morceaux d'angle, on coulera du mortier clair dans la coupe adjacente aux sommiers, et dans les joints par tête. Puis, on redressera la coupe de dessus, ainsi que la crossette, et on continuera la pose dans le même ordre, jusqu'à la clef, en ayant soin de tenir la douëlle de toutes les assises dans le plan horizontal qui est l'intrados de la voûte, sans mettre des cales dans les coupes. Enfin, dans la crainte que la voûte ne s'affaissât un peu lors du décintrement, on fera bien de donner un peu de relèvement aux douëlles de chaque assise, de sorte que la clef se trouve d'environ un centimètre $\frac{1}{2}$ (4 à 5 lignes) au-dessus du plan d'intrados.

2°. Si le plan de la salle était un polygone d'un plus grand nombre de côtés, on s'y prendrait d'une manière semblable, en ayant égard à la forme de ce polygone, en dérasant les coupes de dessus des assises successivement posées.

3°. Si le plan de la salle était circulaire, on aurait soin de tenir bien circulaire l'arrête inférieure de la coupe de dessus de chaque assise mise en place, soit au moyen de cerces levées sur la projection horizontale de la voûte, soit en plaçant une broche cylindrique en fer, sur la charpente du ceintre, au centre de l'intrados, contre laquelle broche on ferait tourner le bout d'une tringle de bois d'une longueur égale au rayon de la projection horizontale de l'arrête inférieure de la coupe de dessus de l'assise qu'on viendra de poser. On donne à cette tringle de bois le nom de *simbleau*. La broche cylindrique autour de laquelle tourne le simbleau doit être posée bien verticalement, et bien solidement.

4°. Enfin, si le plan de la salle était elliptique, pour contenir les arrêtes des douëlles des assises successives dans les courbures des ellipses semblables qui sont les projections horizontales de ces mêmes arrêtes, il faudrait, 1°. lever des cerces convexes sur ces projections horizontales, égales aux quarts de ces ellipses; 2°. avoir deux règles, l'une égale au grand et l'autre au petit axe du plan de la salle, sur lesquelles on marquerait les points où les projections horizontales des arrêtes des douëlles viennent rencontrer ces axes; 3°. placer sur l'extrados de la voûte, ou en contre-bas de la charpent du ceintre, et horizontalement, chacune de ces règles dans la direction l'axe auquel elle serait égale, et avec un fil à-plomb appliqué successivem aux points marqués sur ces règles, on déterminerait, sur l'assise viendrait de poser, les extrémités des axes de l'ellipse qui serait la co de l'arrête inférieure de la coupe de dessus de cette assise; 4°. En

bien de niveau, comme à l'ordinaire, le lit de dessus de la dernière assise du mur de la salle; sur ce lit on posera l'assise de sommiers, avec toute la précision possible. Pour déterminer la courbure de l'arrête inférieure de la coupe de cette assise de sommiers, on aura une seule règle, dans le cas où la salle sera circulaire, dont la longueur sera égale à celle qui est commune à toutes les génératrices de l'intrados de la voûte, moins la génératrice d'une petite surface conique semblable à cet intrados, et dont la base sera celle du petit cylindre à chapeau conique. L'un des bouts de cette règle sera coupé obliquement et cylindriquement, de manière à pouvoir s'adapter sur la surface du petit cylindre, et en même temps glisser dans la surface conique concave du chapeau qui répond à l'intrados de la voûte : l'autre bout sera coupé carrément. On conçoit comment au moyen de cette règle, on déterminera la courbure de l'arrête en question. Cette règle servira pour toutes les assises, à déterminer la direction des douëlles, la courbure des arrêtes de ces dernières, et l'inclinaison des coupes au moyen d'une équerre. Pour cela, il faudra lui faire jouer le rôle de la génératrice de l'intrados de la voûte, et tracer dessus les largeurs des douëlles. Si la salle était elliptique, on conçoit les modifications qu'il faudrait apporter à ce procédé.

Si la voûte devait se terminer en voûte plate, on poserait la partie conique comme nous venons de l'expliquer, jusqu'à l'assise qui devrait servir de sommier à la voûte plate, et ensuite, on déferait la charpente du ceintre sans aucune espèce de crainte, pour la refaire convenablement à la voûte plate, qu'on poserait, ensuite, comme il a été dit pour ces sortes de voûtes.

DE LA POSE DES VOUTES EN ARC DE CLOÎTRE.

529. La pose des voûtes en arc de cloître participe à la fois de celle des berceaux ordinaires, et de celle des voûtes plates sur un plan carré ou rectangulaire. On se servira d'un inclinateur pour vérifier l'inclinaison des coupes de la voûte, et de deux règles pour déterminer la saillie et la hauteur des arrêtes des douëlles, comme nous l'avons expliqué au n°. 523. Si le plan de la salle était carré ou si la voûte était faite comme l'indique la figure 265 (pl. 39), il ne faudrait qu'un inclinateur, une règle pour les saillies, et une pour les hauteurs; mais si ce plan était rectangulaire, il faudrait un inclinateur et une règle pour les saillies, pour chaque berceau de la voûte; quant à la règle qui donne les hauteurs, elle servirait pour toutes; du reste on modifiera ce procédé suivant la forme de la voûte.

Quant aux ceintres en charpente, on en disposera deux suivant les intersections des berceaux de la voûte, dont on déterminera la courbure au moyen

de la courbe de ces intersections, comme nous l'avons expliqué en parlant de la pose des berceaux ordinaires, sur lesquels viendront poser les couchis. Si les couchis des premières assises étaient d'une trop grande longueur par rapport à leur grosseur, on les étayerait dans le milieu jusqu'à ce que l'assise qu'ils soutiendraient serait terminée; ensuite, on enleverait les étais, si on le jugeait nécessaire, sans le moindre danger, parce que les assises successives tiennent d'elles-mêmes les unes sur les autres dès que la pose de chacune est terminée.

DE LA POSE DES VOUTES EN ARRÊTIERS.

La pose de cette espèce de voûtes ne diffère pas assez de celle des berceaux ordinaires pour qu'il soit nécessaire que je l'explique ici en détail. Je m'en rapporterai donc à l'intelligence du lecteur à ce sujet, persuadé qu'il imaginera les précautions particulières qu'exige la pose de cette espèce de voûtes, pour le cas même où elles sont à doubles arrêtiers, avec ou sans arc-doubleau.

DE LA POSE DES VOUTES SPHÉROÏDES.

530. La charpente du ceintre des voûtes de ce genre est à peu près la même que celle que nous avons indiquée au n°. 528 pour les voûtes coniques; la différence qu'il y a, c'est que, au lieu des solives droites qui vont de la courbe de naissance au sommet des voûtes coniques, il faut des cerces prises sur une courbe parallèle à la génératrice de l'intrados de la voûte sphéroïde, quand il s'agit de ces dernières voûtes.

Si le diamètre du cercle de naissance, et l'élévation du sommet d'une voûte sphéroïde n'étaient pas considérables, on pourrait poser cette voûte de la même manière que les voûtes coniques, en substituant, à la règle génératrice de la voûte conique, une cerce levée sur la courbe génératrice même de l'intrados de la voûte sphéroïde, en traçant, sur cette cerce, les largeurs de toutes les douëlles.

Si la cerce génératrice devient trop difficile à manier, à cause de sa grandeur, on placera, au niveau de la naissance de la voûte, autant de règles horizontales qu'on le jugera nécessaire, que l'on scellera dans le mur ou qu'on soutiendra par un moyen quelconque du côté de la naissance de la voûte, et qu'on assemblera dans le poteau vertical placé au centre de la salle; sur ces règles horizontales on tracera les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte, pour déterminer, au moyen d'un fil à-plomb, la saillie de ces mêmes arrêtes. Pour déterminer les hauteurs de

ces mêmes arrêtes, on se servira d'une règle, sur laquelle ces hauteurs seront marquées comme nous l'avons expliqué pour les berceaux, dont on appuyera le bout inférieur sur les règles horizontales qui donneront les saillies. Quant à l'inclinaison des coupes, on la déterminera de distance en distance avec un inclinateur que l'on construira sur la projection verticale de la voûte, comme nous l'avons dit au n°. 523. Par ces moyens réunis, on se donnera autant de repaires qu'on le jugera nécessaire, et ensuite, avec des cerces convenables, on fera le dérasement des coupes.

DE LA POSE DES NICHES.

531. En supposant une charpente convenablement disposée pour maintenir les voussoirs des niches pendant la pose, pour faire cette pose avec exactitude, il faudra 1°. placer une règle horizontale au niveau de la naissance à l'à-plomb du ceintre de face de la niche, et une autre à l'à-plomb du ceintre de face du trompillon, sur lesquelles on tracera les saillies des arrêtes des douëlles prises sur ces deux ceintres; 2°. deux autres règles sur lesquelles on tracera les hauteurs de ces mêmes arrêtes prises dans les mêmes ceintres, et 3°. un inclinateur pour les coupes. Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer l'usage qu'on devra faire de ces instrumens. Si les assises de la trompe se composent de plusieurs voussoirs, on les raccordera en outre au moyen de cerces convexes, levées sur les panneaux des joints. Du reste, on aura égard à la face du mur dans lequel la niche sera pratiquée, comme il a été dit pour les autres voûtes pratiquées au travers des murs.

DE LA POSE DES VOUTES ANNULAIRES.

532. Pour poser convenablement les voûtes annulaires, on disposera, d'un mur à l'autre, des règles horizontales au niveau des naissances, et dirigées vers le centre commun des circonférences de naissances, sur lesquelles on tracera les projections horizontales des arrêtes des douëlles, au moyen de l'épure, qui serviront, au moyen d'un fil à-plomb, à donner, de distance en distance, la saillie qui convient à chaque assise; on tracera, sur une nouvelle règle, les hauteurs des douëlles, et elle servira à fixer les hauteurs successives des arrêtes des assises, en appuyant le bout inférieur de cette règle des hauteurs, sur chacune des règles des saillies, passant par les naissances. Enfin, on construira un inclinateur pour donner, de distance en distance, l'inclinaison des coupes. Pour achever de donner aux arrêtes des douëlles la courbure qui leur convient, on réunira, par des cerces levées sur la projection horizontale de la voûte, les repaires qu'on aura obtenus par les moyens que nous venons d'indiquer.

On s'y prendrait d'une manière semblable, s'il s'agissait de poser une voûte annulairoïde, en observant que si l'on voulait faire usage d'inclinateurs, il en faudrait autant que l'on voudrait avoir de repaires sur une coupe, et il faudrait les construire sur les sections faites dans la voûte, par des plans verticaux dirigés comme on le jugerait convenable.

DE LA POSE DES VOUTES ELLIPSOÏDES.

533. La pose des voûtes ellipsoïdes est la même que celle des voûtes sphéroïdes : on disposera, de même, des règles horizontales au niveau de la naissance de la voûte, sur lesquelles on tracera les projections horizontales des arrêtes des douëlles, pour déterminer, au moyen d'un fil à-plomb, les saillies des arrêtes des douëlles. On joindra les repaires, qu'on obtiendra de cette manière sur ces arrêtes, au moyen de cerces locales levées dans l'épure sur les projections horizontales de ces mêmes arrêtes. Quant aux hauteurs, on les déterminera comme il a été dit plusieurs fois.

DE LA POSE DES TROMPES ET DES PORTES EN VOUSSURE.

534. D'après ce qui précède sur la pose, je ne crois pas avoir besoin d'expliquer la manière de poser ces sortes de voûtes : le lecteur doit connaître maintenant les moyens les plus convenables à employer pour les poser avec exactitude, quelle que soit leur forme.

DE LA POSE DES VOUTES COMPOSÉES QUI RÉSULTENT DES PÉNÉTRATIONS RÉCIPROQUES DES VOUTES SIMPLES.

535. Il est clair que les moyens de poser ces sortes de voûtes sont la réunion de ceux que nous avons expliqués pour la pose des voûtes simples qui les composent en se pénétrant; et, par conséquent, des explications particulières sur ce sujet seraient plus ennuyeuses qu'utiles.

DE LA POSE DES PENDENTIFS.

536. Quand le pendentif est sans arc-doubleau, et que les murs de la salle s'élèvent jusqu'à leurs rencontres avec la voûte, la pose participe entièrement de celle des voûtes sphéroïdes et des murs droits; et dans le cas où il y a des arcs-doubleaux, cette pose participe en même temps de celle des berceaux.

DE LA POSE DES PIÉDESTAUX, DES COLONNES, DES ENTABLÈMENS ET DES FRONTONS.

537. La pose des piédestaux est si facile, sous le rapport des formes, qu'il est inutile que j'en parle : elle est la même que celle des murs droits.

Quant à celle des colonnes, toute la difficulté consiste à tenir l'axe bien vertical. Pour cela, l'appareilleur aura l'attention de tracer des droites perpendiculaires entre elles sur les lits des tambours, de manière que ces deux droites se croisent au centre de ces lits. Il joindra les extrémités correspondantes de ces droites, par d'autres droites génératrices sur le parement du tambour. Si le tambour se compose de plusieurs morceaux, il tracera les deux perpendiculaires dont nous venons de parler, de manière que les morceaux étant réunis, ces deux droites se trouvent sur le lit, comme si le tambour était d'un seul morceau. Ces deux perpendiculaires, avec les droites qui en réunissent les extrémités sur le parement, serviront de guides au poseur, en s'y prenant de la manière suivante :

Après avoir posé la base à la place qu'elle doit occuper, et bien de niveau dans les deux sens en lit de dessus, il posera dessus le premier tambour, en ayant soin de faire coïncider les droites perpendiculaires tracées sur le lit de pose de ce tambour, avec celles tracées sur le lit de dessus de la base. Ensuite, il mettra une règle successivement sur chacune des droites perpendiculaires tracées sur le lit de dessus, et avec un fil à-plomb qu'il approchera de cette règle, et en bornayant, il s'assurera si les droites tracées sur le parement se trouvent dans des plans verticaux : en continuant de poser les autres tambours de la même manière, et en ayant soin, en outre, de tenir toujours les lits bien de niveau, les droites correspondantes tracées sur les paremens se trouveront toutes dans des plans verticaux qui se rencontreraient suivant l'axe de la colonne, et par conséquent cet axe sera vertical, ainsi que cela doit être. Il ne faut pas oublier que les cales doivent être rejetées sévèrement de la pose des colonnes, surtout quand elles doivent soutenir des charges considérables.

Pour la pose des entablemens et celle des frontons, il suffira de se rappeler ce que nous avons dit au n°. 522 sur celle des plates-bandes, et sur la manière d'appareiller ces deux genres d'ouvrages, aux n°s. 459 et 460.

DE LA POSE DES PERRONS.

538. La pose des perrons n'offre pas assez de difficulté pour qu'il soit nécessaire d'en donner une explication détaillée. Toute l'attention qu'il faut avoir, c'est de poser les marches immédiatement les unes sur les autres sans cale ; de les tenir de même hauteur et de même giron ; de poser le dessus bien de niveau, dans le sens de la longueur, et de leur donner un peu de pente en avant dans le sens du giron. Cette pente ne doit pas dépasser 2 millimètres (une ligne), et on doit y avoir égard en taillant les marches,

parce que cette pente en augmenterait la hauteur. C'est surtout quand le devant des marches est cylindrique, ou que le perron est à plusieurs montées en retour, qu'il est indispensable de donner cette pente en taillant les marches.

DE LA POSE DES ESCALIERS A REPOS ENTRE DEUX MURS, SOIT A RAMPES DROITES, SOIT A RAMPES COURBES.

539. Pour poser, avec précision, les marches de ces deux genres d'escaliers, on tracera, sur les faces des deux murs, dans lesquels les marches doivent être scellées, le profil de toutes les marches et de tous les paliers, afin d'être sûr de ne pas arriver trop haut, ni trop bas, ni trop en avant ni trop en arrière. Comme en perçant les trous dans lesquels les marches doivent être scellées, on efface ces profils, on aura l'attention de prolonger les horizontales qui passent par les dessus des marches et des paliers, et les verticales qui passent par les devants, parce que ces lignes serviront de guides au poseur, tant pour les hauteurs que pour les girons. Du reste on conçoit les précautions qu'il faut avoir.

DE LA POSE DES LIMONS HÉLICOÏDES.

540. Si le dessus du limon est formé par le bout des assises du mur, la pose de ces limons ne diffère pas assez de celle des murs cylindriques droits, pour que j'aie besoin de l'expliquer en détail : on conçoit qu'il faut raccorder la surface hélicoïde, en même temps que les surfaces cylindriques. Pour raccorder cette surface hélicoïde, on tracera, sur la face apparente même de la première assise du mur, l'intersection d'un plan horizontal avec cette face; sur cette intersection, on marquera les projections horizontales (au moyen de l'épure) des points où les facettes des lits des pierres viennent rencontrer l'arrête hélice située dans la même face du mur; par ces points on élevera des verticales dans cette même face, à fur et mesure de la pose, lesquelles indiqueront au poseur jusques où doivent s'avancer les pierres, pour que la surface hélicoïde soit bien formée, ce qui exige encore que les lits soient bien de niveau.

Si cette surface hélicoïde est destinée seulement à servir de lit à un couronnement, à un limon hélicoïde, on commencera par poser les assises du mur comme il vient d'être dit, et ensuite, on dérasera la surface hélicoïde qui doit servir de lit au limon, comme il sera dit pour faire le ravalement de ces sortes de surfaces; cela fait, la pose du limon ne présentera plus de difficulté.

Enfin, s'il s'agissait d'un limon dont le dessus et le dessous seraient deux plans inclinés et parallèles entre eux, la pose serait encore plus facile, ainsi qu'on doit le concevoir.

DE LA POSE DES ESCALIERS VOUTÉS ENTRE DEUX MURS, ET A RAMPES DROITES.

541. La pose des marches de ce genre d'escaliers ne diffère presque pas de celle que nous venons d'expliquer au numéro précédent : la seule différence qu'il y ait, c'est qu'il faut remplir, de maçonnerie, l'intervalle qu'il y a entre le dessous des marches et l'extrados de la voûte. Quant à la pose de cette dernière, elle est la même que celle que nous avons expliquée au n°. 523 pour les berceaux ordinaires, et au n°. 524 pour les berceaux en descente. S'il s'agissait de la vis Saint-Gilles carrée ou octogone, on poserait d'abord les pierres des angles, en déterminant les saillies des douëlles au moyen d'une règle de niveau placée d'un angle à l'autre, à la hauteur des naissances en cet endroit. Ces pierres d'angle serviront à déterminer la place des autres.

DE LA POSE DES ESCALIERS VOUTÉS EN ENCORBELLEMENS CYLINDRIQUES SOUS LES RAMPES, ET EN ARC DE CLOÎTRE OU EN TROMPE SOUS LES PALIERS.

542. La pose de ce genre d'escaliers est la même que la précédente, quant aux marches et aux paliers; quant à la voûte, on se rappelera ce qui a été dit sur la pose des berceaux en descente, et sur celle des voûtes en arc de cloître ou des trompes.

DE LA POSE DES VIS SAINT-GILLES RONDES.

543. Que la vis Saint-Gilles participe des voûtes annulaires ou des voûtes annulairoïdes, pour la poser avec exactitude, 1°. on dérasera, avec soin, la surface hélicoïde sur laquelle on doit poser la première assise sur chaque mur; 2°. on posera des règles horizontales dans des directions tendantes à l'axe des faces des murs, et dont les extrémités passeront par les hélices de naissance; 3°. sur ces règles, qui seront d'autant plus nombreuses que l'on voudra plus d'exactitude, on tracera les projections horizontales des arrêtes des douëlles, comme nous l'avons dit pour les voûtes annulaires et pour les voûtes annulairoïdes, ce qui donnera, au moyen d'un fil à-plomb, les saillies et le tournant de ces arrêtes; 4°. on aura une règle pour les hauteurs de ces mêmes arrêtes, que l'on posera verticalement sur les règles de niveau qui donnent les saillies, et 5°. on construira des inclinateurs sur les

sections verticales faites par des plans verticaux élevés aux endroits où l'on aura placé les règles horizontales qui donnent les saillies des douëlles, pour déterminer l'inclinaison des coupes. Si la vis Saint-Gilles participe des voûtes annulaires, il ne faudra qu'un seul inclinateur; mais si elle participe des voûtes annulairoïdes, il en faudra autant que l'on aura de sections verticales.

DE LA POSE DES ESCALIERS EN VIS A JOUR.

544. On commencera par tracer, sur la face intérieure de la cage, le profil de toutes les marches et celui des paliers, s'il y en a, comme nous l'avons déjà dit au nº. 539, afin d'être sûr qu'en posant les marches les unes sur les autres, on arrivera juste à la hauteur et à l'endroit qu'il faut. Ensuite, sur un morceau de planche blanchi au rabot, on décrira le cercle ou l'ellipse qui sera la projection horizontale, ou de la saillie de la moulure des têtes des marches, dans le cas où l'escalier est sans limon, ou de la face extérieure du limon, dans le cas contraire. Sur cette circonférence de cercle ou d'ellipse, on plantera, dans la planche, des clous aux points où les projections horizontales de la saillie des moulures du devant des marches viennent rencontrer l'une ou l'autre de ces deux courbes. Cela fait, on placera horizontalement cette planche en haut de la cage, de manière que le centre de la courbe sur la circonférence de laquelle on aura planté les clous, soit parfaitement sur l'axe de la cage, et que le clou qui répond à la saillie de la moulure du devant de la marche de départ, réponde bien verticalement à cette saillie. Puis, on suspendra au premier clou, un long fil à-plomb, un peu lourd, que l'on attachera successivement à chacun des clous, à mesure que l'on aura posé la marche répondante au clou auquel le fil à-plomb sera d'abord suspendu. On conçoit que l'usage de ce fil à-plomb est de déterminer, et la direction du devant, et l'avancement de la tête de chaque marche. Du reste, on posera les marches de niveau dans le sens de la longueur, et on leur donnera une petite pente sur le devant, qu'on observera en taillant les marches, afin que la surface hélicoïde du dessous de l'escalier ne soit pas altérée, et on les scellera solidement dans le mur, avec du plâtre gâché fort, et des morceaux de tuileaux durs, enfoncés à coups de marteau.

DE LA POSE DES ESCALIERS SUSPENDUS A RAMPES DROITES.

545. Pour poser ce genre d'escaliers avec exactitude, on tracera, comme nous l'avons déjà dit, le profil de toutes les marches et de tous les paliers, contre les faces intérieures des murs de la cage, pour fixer sûrement et exactement la hauteur et le giron des marches. Pour diriger les devants et

les têtes de ces marches, on pourrait se servir d'un moyen semblable à celui que nous venons de proposer pour les escaliers en vis à jour, en disposant horizontalement des planches en haut de la cage, sur lesquelles on tracerait la projection horizontale du limon et d'une partie des devants des marches, et on planterait des clous comme nous l'avons dit pour les escaliers en vis à jour. Du reste, on tiendrait les marches bien de niveau dans le sens de la longueur, un peu en pente sur le devant, et on les scellerait solidement dans les murs, avec du bon plâtre et de bons tuileaux, comme il a été dit précédemment. Quant à l'ordre qu'on doit suivre dans cette pose, il est assez déterminé par la disposition d'appareil que nous avons dit être la plus convenable, en traitant de ces escaliers.

CHAPITRE XXXVI.

Du Ravalement.

Nous avons déjà fait remarquer que quelque soin qu'on apportât à tailler et poser les pierres d'un ouvrage quelconque, jamais les surfaces apparentes n'avaient exactement la forme qu'on voulait leur donner, et, à cause de cela, nous avons conseillé de faire les épures de manière à laisser un excédant de pierre sur toutes ces surfaces. Le ravalement a pour objet d'atteindre à ces mêmes surfaces avec le plus de précision possible, après que la pose est terminée. Nous allons indiquer les moyens les plus sûrs de réussir dans cette opération, pour toutes les espèces d'ouvrages dont nous avons traité dans ce livre.

DU RAVALEMENT DES MURS DROITS.

546. Avant d'attaquer les faces de ces murs, on se rendra compte de leur état, au moyen d'un fil à-plomb, et d'un cordeau. Quand on aura reconnu les défauts de la face qu'on voudra ravaler, on fera un repaire, en haut ou en bas, à chaque extrémité de la longueur du mur, de manière que le plan vertical mené par ces deux repaires puisse atteindre aux endroits les plus creux de cette face. Cela fait, on fera descendre un fil à-plomb depuis le haut jusqu'au bas du mur, à chaque extrémité, à l'endroit de chaque repaire. Au lieu de faire toucher ce fil à-plomb au mur, on l'écartera du

repaire correspondant d'une quantité arbitraire, et quand le plomb n'oscillera plus, on attachera les extrémités du fil à deux broches en fer plantées dans les joints des lits des assises, de manière que ce fil soit bien tendu verticalement. Ensuite, on taillera, à angle droit, un morceau de bois comme l'indiquent les lettres abc (fig. 528), de manière que la distance ab soit égale à celle comprise entre le fil à-plomb immobile et le repaire, plus l'épaisseur de ce fil et un léger excès. Les ouvriers donnent à ce petit morceau de bois le nom d'*échantillon* ou de *gigadou*. Au moyen de cet échantillon, qu'on approchera de temps en temps du fil à-plomb sans le toucher, dans la crainte de l'agiter, on fera de nouveaux repaires de deux en deux mètres de distance les uns au-dessus des autres, dans toute la hauteur du mur, et à ses deux extrémités. Puis, on ôtera le fil à-plomb, et on réunira tous ces repaires par une rigole verticale, qu'on dressera bien à la règle, et qu'on prolongera depuis le bas jusqu'au haut du mur. D'après ces deux rigoles verticales, et au moyen d'un échantillon et d'un cordeau bien tendu horizontalement, on se donnera d'autres repaires sur plusieurs files horizontales dans la hauteur du mur, et d'après ces nouveaux repaires, on fera de nouvelles rigoles à la règle, dont les unes seront verticales, et les autres horizontales, et on achevera de dresser la face en question, à la règle, au moyen de toutes ces rigoles, qui serviront de directrices.

Pour faire les files horizontales de repaires, au lieu de se servir d'un cordeau, on fait assez souvent usage avec succès, quand on a l'œil exercé à ce genre d'opérations, de trois voyans d'égale hauteur. On place un de ces voyans à chaque extrémité du mur dans la rigole verticale, et on promène le troisième entre les deux autres, pour l'appliquer à tous les points où l'on veut avoir des repaires. Pour faire cette opération, il faut être trois personnes; une est chargée de tenir immobile le voyant placé à une des extrémités du mur, la seconde de transporter le voyant intermédiaire à tous les endroits où l'on veut avoir un repaire, et la troisième, qui dirige l'opération, tient le troisième voyant à l'autre extrémité du mur, et en fermant un œil, elle regarde si les trois voyans se confondent sur la même ligne droite. Ce moyen s'emploie aussi très-souvent pour la pose.

DU RAVALEMENT DES MURS EN TALUS.

547. Le ravalement des murs en talus ne diffère de celui des murs droits, que dans la manière de faire les rigoles des extrémités. Pour faire ces rigoles comme il faut, après s'être rendu compte de l'état de la face en talus, on fera deux repaires aux extrémités du bas du mur, ou aux extrémités du

haut, si cela paraît plus convenable. D'après ces repaires, et au moyen d'un fil à-plomb, on fera deux autres repaires opposés en hauteur aux premiers, de manière que la différence de verticalité entre les deux repaires correspondans soit égale au reculement du talus, pour la hauteur comprise entre ces deux repaires. Ensuite, à égale distance de ces deux repaires, on fera tendre fortement un cordeau, et au moyen d'un échantillon convenable, on fera des repaires intermédiaires, que l'on réunira à la règle par les rigoles en question. Quant aux files horizontales de repaires, on observera qu'il faut ici se servir absolument des voyans, parce que l'inflexion inévitable du cordeau induirait en erreur.

DU RAVALEMENT DES MURS GAUCHES.

548. En supposant toujours aux murs gauches la même génération que dans le cours de ce traité, on conçoit que la manière de les ravaler est la même à peu près que pour les murs en talus : après avoir fait les deux rigoles aux endroits des directrices de la surface gauche, comme nous l'avons expliqué pour celles qui déterminent l'inclinaison du talus, on fera les files horizontales de repaires, sur tous les joints des lits des assises, pour éviter de faire des rigoles dans des directions verticales, qui ne pouvant plus être faites à la règle, obligeraient de faire des cerces qui seraient longues à obtenir, mais qui, pourtant, donneraient une plus grande exactitude. Il n'est pas nécessaire de dire que ces files horizontales de repaires doivent être faites au moyen de voyans, et non pas au moyen d'un cordeau, par la même raison que nous avons donnée pour les murs en talus. Ces repaires étant obtenus, on les réunira à la règle par des rigoles horizontales, et par là les arrêtes des lits des assises seront toutes bien dressées. Il ne sera pas difficile, ensuite, aux tailleurs de pierre d'un œil exercé, de faire le gauche des paremens de toutes les assises, en en faisant plusieurs à la fois, pour mieux juger de leur raccordement.

DU RAVALEMENT DES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

549. La parfaite exactitude du ravalement de cette sorte de murs exige que lors de la pose, on ait eu l'attention de laisser sur les deux paremens de la première assise et en lit de pose, des repaires propres à faire retrouver la courbure exacte de la trace horizontale de chaque face du mur. Supposons donc qu'on ait eu cette précaution : on établira autant de fils à-plomb qu'il y aura de ces repaires, que l'on rendra fixes par les deux bouts, comme nous l'avons dit pour les murs droits, et au moyen d'un échantillon, on fera

autant de files verticales de repaires dans toute la hauteur du mur. On réunira tous les repaires de la même file à la règle, par une rigole verticale, et ensuite, au moyen de cerces levées sur la trace horizontale de chaque face du mur, on fera des rigoles cylindriques d'une rigole verticale à l'autre, à l'endroit de chaque arrête des lits des assises. Relativement à la manière de se servir de ces cerces, on se rappelera ce que nous en avons dit en parlant de la pose de la même espèce de murs. Toutes ces rigoles étant faites, on conçoit comment on acheverait le ravalement.

DU RAVALEMENT DES MURS CYLINDRIQUES OBLIQUES.

550. Pour ravaler cette espèce de murs avec facilité et avec précision, il faudra qu'on ait eu l'attention, lors de la pose, de laisser non-seulement des repaires propres à faire retrouver la courbure de la trace horizontale de chaque face du mur, mais qu'on ait, de plus, laissé les règles directrices en place, ou du moins des repaires propres à faire retrouver la direction de ces règles directrices. Supposons qu'on ait eu ces deux précautions : au moyen des règles directrices, et le long de chacune d'elles, on fera une file de repaire, en se servant d'un échantillon, et ensuite, on réunira tous ces repaires à la règle par des rigoles qui se trouveront dirigées suivant les génératrices des faces des murs. D'après ces rigoles, et au moyen de cerces levées sur la trace horizontale de la face en question, on fera des rigoles cylindriques aux endroits des arrêtes des lits des assises, comme nous l'avons dit pour les murs cylindriques droits.

DU RAVALEMENT DES MURS CONIQUES.

551. Le ravalement des murs coniques ne diffère de celui des murs cylindriques obliques, que dans ce qui est relatif aux rigoles qu'il faut pratiquer aux endroits des arrêtes des lits des assises, et cette différence ne consiste que dans les cerces qui vont d'une rigole directrice à l'autre, qui sont les mêmes pour toutes les arrêtes des lits des assises des murs cylindriques, tandis qu'il faut une cerce particulière pour chacune de ces arrêtes dans les murs coniques, ainsi que nous l'avons expliqué en parlant de la pose de ces sortes de murs.

DU RAVALEMENT DES PLATES-BANDES.

552. En faisant le ravalement des faces du mur au travers duquel se trouve pratiquée la plate-bande qu'il s'agit de ravaler, on aura ravalé les têtes de cette plate-bande, de sorte qu'il ne restera plus que l'intrados, qui, à cause

de la simplicité de sa forme, présente si peu de difficulté, que je ne crois pas avoir besoin d'en parler.

DU RAVALEMENT DES BERCEAUX ORDINAIRES.

553. Puisqu'en ravalant les faces du mur au travers duquel le berceau est pratiqué, on a aussi ravalé les têtes de ce berceau, il ne nous reste plus qu'à parler de la manière de ravaler l'intrados.

On commencera par bien dresser les deux arrêtes de naissance, de manière qu'elles puissent se bien raccorder avec les faces des piédroits, et qu'elles soient parallèles entre elles, et distantes d'une quantité égale au diamètre du ceintre principal du berceau. Ensuite, on placera deux règles au niveau de la naissance, une de chaque bout du berceau, de manière que la direction de ces règles soit perpendiculaire aux arrêtes de naissance. Chacune de ces règles devra être dressée sur deux faces contiguës. L'une de ces faces dressées sera verticale et l'autre de niveau. La face verticale servira, au moyen d'un fil à-plomb, pour tracer, par points, sur l'intrados même du berceau, la section droite de cet intrados, avant tout ravalement, et la face de niveau servira pour donner les hauteurs des ordonnées de la véritable section droite. Au moyen de ces hauteurs, on fera, à l'endroit de la section droite primitive, des repaires sur chaque arrête de douëlle, avec toute la précision possible. Dans l'épure du berceau, on levera des cerces sur la section droite réelle du berceau, au moyen desquelles on réunira tous les repaires par une rigole qui aura la courbure du ceintre principal du berceau. Dans le fond de cette rigole, on tracera, par points, l'intersection du plan de la section droite avec l'intrados de la voûte, en se servant d'un fil à-plomb qu'on fera glisser sur la face verticale de la règle placée au niveau des naissances. Si les deux rigoles pratiquées aux bouts du berceau ne suffisent pas, on en pratiquera de la même manière autant qu'on en voudra intermédiairement. Ces rigoles étant faites avec tout le soin possible, il sera extrêmement facile de faire le ravalement de l'intrados. On commencera pour bien dresser toutes les arrêtes horizontales des douëlles, au moyen d'une règle et de ces rigoles, et ensuite on creusera successivement toutes les douëlles, soit en se servant d'une règle qu'on fera glisser sur les sections droites tracées dans les rigoles, soit en faisant glisser la cerce de la douëlle de chaque assise sur les arrêtes bien dressées de cette assise.

Quant aux ceintres de face, on les obtiendra tout naturellement en prolongeant l'intrados au moyen d'une règle, jusqu'à ses rencontres avec les faces du mur, quelles que soient ces faces. Si l'on voulait avoir directement

des points de ces ceintres de face, on tracerait leur projection horizontale sur une planche bien dressée sur le plat, et un peu épaisse pour l'empêcher de fléchir, et on placerait convenablement cette planche, horizontalement au niveau de la naissance, après l'avoir taillée en forme de cerce d'après la courbure de la projection horizontale du ceintre de face en question, et ensuite, au moyen d'un fil à-plomb et d'une règle, on ferait autant de repaires qu'on le jugerait nécessaire; mais il est plus simple de prolonger l'intrados du berceau, avec soin, au moyen d'une règle, jusqu'aux faces du mur.

DU RAVALEMENT DES DESCENTES.

554. En composant (comme cela est le plus convenable) les descentes de deux berceaux ordinaires vers les faces du mur ou des murs entre lesquels la descente doit être située, réunis par un simple berceau en descente, qui est au plus oblique en projection horizontale, le ravalement de cette espèce de voûtes ne sera pas plus difficile que celui des berceaux ordinaires.

On ravalera l'intrados du berceau ordinaire inférieur comme il a été dit au numéro précédent, en le prolongeant uniformément dans toute sa longueur; ensuite, comme la rencontre de cet intrados avec celui du berceau en descente se fait dans un plan vertical, au moyen d'une règle, qu'on placera dans ce plan, et d'un fil à-plomb, on déterminera, par points, la rencontre de ces deux intrados, qui servira de directrice pour ravaler l'intrados du berceau en descente. Avant de ravaler l'intrados du second berceau ordinaire (lequel intrados fait un angle rentrant avec celui du berceau en descente), on tracera, sur cet intrados, l'intersection du plan vertical dans lequel la rencontre des deux berceaux a lieu, et ensuite on fera le ravalement de l'intrados du second berceau ordinaire, qu'on ne prolongera que jusqu'à la rencontre du plan dont nous venons de parler. L'intersection de ce plan vertical avec l'intrados tout ravalé du second berceau, sera la seconde directrice de l'intrados du berceau en descente. Ayant les deux directrices de l'intrados de ce berceau en descente, on conçoit comment il faudrait se conduire pour faire le ravalement de cet intrados.

DU RAVALEMENT DES PORTES CONIQUES.

555. Les têtes des portes coniques étant ravalées en même temps et par les mêmes moyens que les faces des murs au travers desquels ces portes sont pratiquées, il ne nous reste plus qu'à parler de l'intrados.

Pour ravaler cet intrados, on fera, le plus près possible des deux ceintres de face, deux rigoles comme nous l'avons expliqué pour les berceaux ordi-

naires, après avoir dressé les génératrices de naissance de manière à ce qu'elles se raccordent bien avec les faces des tableaux des piédroits. Pour avoir les courbures de ces deux rigoles, on déterminera, dans l'épure, les intersections de deux plans verticaux, dirigés comme on le jugera le plus convenable; on prendra les ordonnées de ces deux courbes, d'après lesquelles et au moyen d'un fil à-plomb et de deux règles, placées dans la voûte, horizontalement au niveau des naissances à l'endroit et dans la direction qu'on aura choisie pour les plans verticaux dont nous venons de parler, on fera autant de repaires qu'on voudra, par lesquels, et au moyen de cerces levées dans les sections faites par les mêmes plans verticaux, on fera les rigoles dont il est question, que l'on prendra pour les directrices de l'intrados de la porte, que l'on ravalera en faisant glisser une règle sur ces deux directrices.

DU RAVALEMENT DES TROMPES CONIQUES.

556. On commencera par ravaler les murs d'encoignure, et la surface sur laquelle est situé le ceintre de face de la trompe, par les moyens déjà connus, et ensuite, après avoir dressé les arrêtes de naissance, de manière qu'elles forment entre elles l'angle voulu et qu'elles se raccordent bien avec les faces des murs de l'encoignure, on pratiquera deux rigoles comme nous l'avons dit pour les portes coniques, dont une sera le plus près possible du ceintre de face, lesquelles serviront de directrices pour ravaler l'intrados, comme s'il s'agissait d'une porte conique.

DU RAVALEMENT DES VOUTES PLATES.

557. Quelle que soit la forme de la salle, le ravalement de la voûte ne saurait présenter de difficulté, puisque son intrados n'est autre chose qu'un plan horizontal. Ainsi il serait inutile de parler du ravalement de cette espèce de voûtes.

DU RAVALEMENT DES VOUTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES SALLES CIRCULAIRES OU ELLIPTIQUES.

558. On fera d'abord le ravalement de la face intérieure du mur de la salle, ou au moins les rigoles verticales qui doivent servir de directrices pour ce ravalement. Dans ce dernier cas, on fera une rigole horizontale au niveau de la naissance de la voûte, de manière que cette rigole ait parfaitement la courbure du mur, et qu'elle rencontre bien nettement et horizontalement l'intrados de la voûte, de sorte que cette rencontre soit la courbe de naissance de cet intrados. Cela fait, on déterminera la hauteur du sommet,

et ensuite, au moyen d'une règle, on fera autant de rigoles qu'on voudra, qui iront de la naissance au sommet de l'intrados. Il faudra que ces rigoles soient assez nombreuses pour qu'on puisse ravaler l'entre-deux sans autre guide que le coup-d'œil.

Si la voûte se terminait par une voûte plate entourée d'un cadre, on chercherait l'intersection de l'intrados de la partie conique avec la face extérieure et verticale du cadre, de manière que cette intersection se trouvât dans un plan horizontal, et eût parfaitement la courbure qui lui appartiendrait.

DU RAVALEMENT DES VOUTES EN ARC DE CLOÎTRE.

559. Pour faire le ravalement des voûtes en arc de cloître, on dressera bien les arrêtes des naissances, de manière à ce qu'elles se raccordent bien avec les faces des murs de la salle; ensuite, on placera horizontalement au niveau de la naissance de la voûte, une règle dressée sur deux faces contiguës, de manière que le côté vertical de cette règle soit dans le plan vertical de chaque intersection des pans de la voûte. Au moyen de cette règle, des ordonnées de la courbe de chacune de ces intersections, et d'un fil à-plomb, on fera autant de repaires angulaires qu'on voudra dans chaque intersection de la voûte ; puis, on réunira ces repaires angulaires, en faisant usage de cerces levées sur les courbes d'intersection, taillées en biseau, et dressées sur le plat, de manière que ces intersections soient bien évidées, aient la courbure qu'elles doivent avoir, et qu'elles soient parfaitement dans les plans verticaux qui leur appartiennent. Si la voûte n'est pas très-grande, ces intersections, prises comme directrices, suffiront pour ravaler tous les pans de la voûte, comme s'il s'agissait d'un simple berceau ordinaire. Dans le cas contraire, on pratiquerait, dans chaque pans, autant de rigoles dans la direction de la section droite, qu'on voudrait, en s'y prenant comme nous l'avons dit pour les berceaux ordinaires.

DU RAVALEMENT DES VOUTES EN ARRÊTIERS.

560. 1°. S'il n'y a pas d'arc-doubleau, on ravalera uniformément chaque berceau comme il a été dit au n°. 547, en ayant soin de rectifier les arrêtiers comme nous l'avons expliqué pour les voûtes en arc de cloître. 2°. S'il y a des arcs doubleaux, on commencera le ravalement par le leur, qui ne différera en rien de celui des berceaux ordinaires. Ensuite, au moyen d'un échantillon, on évidera, concentriquement aux ceintres de face des arcs-doubleaux, l'intersection de l'intrados des berceaux de la voûte avec

les faces planes et verticales de ces arcs-doubleaux. Enfin on rectifiera les arrêtiers comme il vient d'être dit, et on terminera le ravalement comme pour les berceaux ordinaires.

DU RAVALEMENT DES VOUTES SPHÉRIQUES ET DES VOUTES SPHÉROÏDES.

561. On commencera par faire toutes les rigoles verticales nécessaires pour le ravalement de la face intérieure du mur cylindrique de la salle, d'après les repaires laissés, lors de la pose, sur l'arrête inférieure du parement de la première assise de ce mur. Ces rigoles donneront la facilité d'avoir des repaires sur l'arrête de naissance de la voûte sphérique ou sphéroïde, d'après lesquels, et au moyen d'une cerce levée sur le cercle de naissance de la voûte, on rectifiera l'arrête de naissance. Pour cela, on pourrait se servir d'un simbleau qu'on ferait tourner autour d'une broche de fer qu'on établirait verticalement au centre du cercle de naissance. Cela fait, on placera une forte règle, dressée sur deux faces contiguës, horizontalement au niveau de la naissance de la voûte, et dirigée de manière que la face dressée verticale passe par le centre de cette naissance. Au moyen de cette règle, d'un fil à-plomb, et des ordonnées du ceintre générateur de l'intrados de la voûte, on déterminera une suite de repaires qui se trouveront à la suite les uns des autres sur l'intersection d'un plan vertical élevé par le diamètre du cercle de naissance, suivant lequel la règle de niveau est dirigée. Avec des cerces locales levées sur le ceintre générateur de l'intrados, on réunira tous ces repaires par une rigole, dans laquelle on tracera par points, au moyen de la règle de niveau et d'un fil à-plomb, l'intersection du plan vertical dont nous venons de parler, et cette intersection sera l'une des directrices nécessaires pour bien faire le ravalement de la voûte. On tracera au moins quatre de ces directrices par les mêmes moyens, lesquelles se croiseront toutes au sommet de la voûte. Cela fait, on levera une cerce sur la projection horizontale de chaque arrête de douëlle, que l'on taillera en biseau, au moyen de laquelle et des directrices précédentes, on cerclera l'arrête de douëlle qui lui correspondra. En appliquant cette cerce, on la tiendra bien de niveau, et sur le joint même qui sépare chaque assise : plus haut ou plus bas que ce joint la cerce ne conviendrait plus. Toutes les arrêtes horizontales étant rectifiées, on achevera le ravalement en se servant de cerces particulières, pour chaque assise, qu'on levera sur le ceintre générateur de l'intrados, et qu'on fera glisser uniformément sur les deux arrêtes horizontales de chaque douëlle, en faisant bien attention de ne pas tourner ces cerces bout par bout, et de ne pas les faire glisser dans le sens de leur longueur.

DU RAVALEMENT DES NICHES.

562. La tête de la niche étant ravalée en même temps que la face du mur dans lequel elle est pratiquée, nous n'aurons à nous occuper que du ravalement de l'intrados.

Quel que soit cet intrados, pour le ravaler avec exactitude :

1°. On rectifiera la courbe de naissance de manière qu'elle ait la courbure qui lui convient, et qu'elle se raccorde bien avec la face cylindrique droite de la niche ;

2°. Si le mur dans lequel la niche est pratiquée est droit, au moyen d'une règle placée horizontalement au niveau de la naissance, et sur la face du mur, au moyen d'un fil à-plomb, et des ordonnées du ceintre de face, on rectifiera ce ceintre de face, comme nous l'avons dit pour les berceaux ordinaires ;

3°. Si le mur dans lequel la niche est pratiquée est cylindrique droit, on fera le ravalement de la partie cylindrique de la niche (voyez, à ce sujet, le n°. 378, chapitre XV) comme il a été dit pour les berceaux ordinaires, en ayant soin d'arrêter exactement cette partie cylindrique à la rencontre du plan vertical qui sépare les deux espèces de surfaces qui composent l'intrados de la niche ;

4°. Dans les deux cas du mur, on levera ensuite des cerces convexes sur les panneaux de joints, pour rectifier les arrêtes des douëlles, ce qui suffira, si la niche est petite, pour achever le ravalement. Si la niche était grande, avant de se servir des cerces levées sur les panneaux de joints, on pratiquerait plusieurs rigoles dans des plans verticaux parallèles à la face du mur, si ce dernier est droit, ou au plan qui sépare les deux espèces de surfaces qui composent l'intrados. Je crois inutile de dire comment on s'y prendrait pour pratiquer ces rigoles, vu ce qui précède. Ensuite, si l'intrados est engendré par une courbe faisant sa révolution autour d'un axe horizontal, on levera une cerce sur cette courbe, que l'on fera glisser sur le fond des rigoles ; et si la niche est sphéroïde, on se servira des cerces dont nous avons parlé plus haut, pour être appliquées sur les joints. Si on le juge convenable on fera d'autres cerces pour être appliquées au milieu des douëlles, dont on aura la courbure comme on a eu celles des panneaux de joints. (Voyez le n°. 376).

DU RAVALEMENT DES VOUTES ANNULAIRES.

563. Après avoir cerclé convenablement les arrêtes des naissances, on

fera des rigoles, de distance en distance, dans des plans verticaux dont le prolongement passerait par l'axe commun des faces des murs, en employant les mêmes moyens que s'il s'agissait d'un berceau ordinaire, et ensuite, comme pour les voûtes sphéroïdes, on cerclera les arrêtes des douëlles au moyen de cerces levées sur les projections horizontales de ces mêmes arrêtes, qu'on aura soin d'appliquer bien de niveau sur les joints mêmes des assises. Enfin, on achevera le ravalement au moyen de cerces levées convenablement sur la courbe génératrice de l'intrados de la voûte. On conçoit comment il faudrait se conduire si la voûte était annulairoïde.

DU RAVALEMENT DES VOUTES ANNULAIRES EN ARRÊTIERS.

564. On commencera par ravaler la partie annulaire comme il vient d'être dit, et, ensuite, on levera une cerce sur les projections horizontales des arrêtiers, au moyen de laquelle et d'un fil à-plomb, on rectifiera ces arrêtiers, comme nous l'avons dit au n°. 559. Cela fait, on fera des rigoles dans l'intrados de la partie conoïde, à peu près comme s'il s'agissait d'un berceau, en prenant pour les courbures de ces rigoles, les intersections, avec l'intrados conoïde, des plans verticaux élevés aux endroits où l'on voudra faire ces rigoles. Le reste se conçoit trop facilement pour avoir besoin d'être expliqué.

DU RAVALEMENT DES VOUTES ELLIPSOÏDES ET AUTRES A SURFACE DE RÉVOLUTION, L'AXE DE ROTATION ÉTANT HORIZONTAL.

565. Comme dans le chapitre XVII nous avons donné les moyens d'avoir l'intersection d'un plan vertical quelconque avec ces sortes de voûtes, nous pouvons regarder la manière de les ravaler, comme semblable à celle que nous avons donnée au n°. 461 pour les voûtes sphéroïdes. On conçoit que les rigoles qui viendront se croiser au sommet de la voûte, auront des courbures différentes, ainsi que les cerces qui serviront à rectifier les arrêtes des douëlles. On se rappellera, du reste, ce que nous avons dit sur ces voûtes au chapitre que nous venons de citer.

OBSERVATION.

Je crois ce qui précède suffisant pour faire entendre au lecteur les différens moyens qu'il faut employer pour ravaler avec exactitude toutes les espèces de voûtes; car toute la difficulté ne peut être à présent que dans la manière d'obtenir les courbures des différentes rigoles qui doivent servir de directrices dans le ravalement. Or, ces courbures dépendent évidemment

de la génération des intrados, et de la direction que l'on veut donner aux rigoles, et comme le lecteur doit être familiarisé avec toutes ces opérations maintenant, il serait plus fastidieux qu'utile de continuer d'expliquer en particulier la manière de ravaler les différentes espèces de trompes et des portes en voussure, les pénétrations, les pendentifs, etc., etc. Ce ne sera donc pas laisser des lacunes, que de terminer là ce qui est relatif au ravalement des voûtes, pour passer à celui des autres espèces d'ouvrages dont nous avons traité dans ce livre.

DU RAVALEMENT DES PIÉDESTAUX.

566. Pour bien ravaler les piédestaux, on fera d'abord les quatre faces du dé, de manière qu'elles soient toutes les quatre bien planes, bien verticales, bien d'équerre entre elles, et parfaitement de même largeur. Ensuite, on aura un échantillon d'une longeur égale à la saillie totale de la corniche, au moyen duquel, et d'un fil à-plomb, on fera un repaire à chaque extrémité du listel supérieur de chaque face de la corniche, de manière qu'en dressant la face verticale de chaque listel d'après ces repaires, la saillie de ces listels sur les faces correspondantes du dé, soit égale à la longueur de l'échantillon. Cela fait, on se rendra compte de l'état de la corniche, pour savoir s'il n'y aurait pas quelque modification à faire dans l'exactitude du ravalement, pour corriger quelque défaut qui deviendrait trop sensible en ravalant avec toute rigueur d'après le profil de la corniche. Si la corniche est en bon état, on menera, sur la face des quatre listels supérieurs, des droites sur le même plan horizontal, à une hauteur égale à celle totale du piédestal. Ces quatre droites serviront à dresser l'arrête supérieure des listels, et le dessus de la corniche, que l'on fait ordinairement en pente sur le devant. Ensuite, au moyen d'un fil à-plomb, de divers échantillons et de divers calibres faits sur le profil en grand de la corniche, et d'une petite équerre en fer, on déterminera successivement en allant de haut en bas, les hauteurs, les saillies et les formes des différentes moulures de la corniche, en dressant bien toutes les arrêtes formées par les angles rentrans et les angles saillans de ces moulures. Une chose très-essentielle, c'est que les intersections de toutes les moulures vers les angles du piédestal soient toutes bien exactement dans les plans diagonaux du piédestal. Enfin cette opération renferme beaucoup de petits détails qui exigent de l'adresse et de l'intelligence, qu'on ne peut décrire fructueusement dans un livre. On ravalerait les moulures de la base de la même manière.

DU RAVALEMENT DES COLONNES.

567. On sait qu'il y a deux manières de faire diminuer le fût des colonnes : ou la diminution part en ligne droite depuis la partie supérieure du congé de la base jusqu'à la partie inférieure de celui de l'astragale du chapiteau, comme le faisaient les anciens, ou bien cette diminution ne commence qu'au tiers de la hauteur du fût, et la surface de la partie de ce fût qui va en diminuant, au lieu d'être engendrée par une ligne droite, est engendrée par une ligne courbe dont la détermination n'est pas de mon sujet, puisque j'ai supposé que le lecteur connaissait les détails des ordres d'architecture. Quel que soit le genre de diminution qu'on adopte, on ravalera les fûts des colonnes de la manière suivante :

Comme on est dans l'usage de tailler les bases définitivement avant de les poser, la partie supérieure de leur congé, si elles sont bien faites, pourra servir de lieu de départ pour le ravalement des fûts. Cela posé, dans l'épure en grand (fig. 529) de la colonne qu'on voudra ravaler, on menera, parallèlement à l'axe ab, une droite cd à une distance arbitraire ef du nu du bas de la colonne, qui pourra être égale à la saillie de la base ; on prolongera les projections verticales des lits des tambours, jusqu'à la rencontre de cette droite cd, ou bien, si la colonne est d'une seule pièce, on menera une suite de parallèles à la ligne de terre ac, distantes entre elles de la quantité qu'on voudra, que l'on prolongera jusqu'à la même droite cd. Puis, on fera une suite d'échantillons qui auront successivement les longueurs ef, gh, ik, lm, ..., a'b', qu'on aura soin de numéroter, pour ne pas les confondre.

Cela fait, on fera descendre un fil à-plomb depuis le haut jusqu'en bas de la colonne à ravaler, qu'on assujétira par les deux bouts avec soin, quand il sera, par rapport à la partie supérieure du congé de la base, exactement à la distance ef. Cela fait, on tracera, sur le fût, l'intersection d'un plan vertical qui passerait à la fois par ce fil vertical et l'axe de la colonne, en s'aidant de la direction des faces du socle de la base, en bornayant le fil vertical, et en marquant successivement des points qu'on réunira avec une règle. Ensuite, on marquera, sur la colonne, les hauteurs des droites ef, gh, ik, lm, etc., par rapport à la ligne de terre ac, et au moyen du fil vertical et des échantillons dont nous venons de parler, on fera un repaire à chacune de ces hauteurs, en prenant garde de se servir de l'échantillon qui convient au repaire qu'on fera. On réunira ensuite tous ces repaires au moyen d'une règle ou d'une cerce, suivant le genre de diminution qu'on

aura adopté, par une rigole qui ira depuis le bas jusqu'en haut de la colonne. On fera quatre de ces rigoles, une répondant à chaque face du socle de la base. Puis, on fera d'autres rigoles autour du fût, sur les joints mêmes des lits des tambours, ou aux hauteurs des droites ef, gh, etc., par rapport à la ligne de terre, au moyen de cerces creuses égales à au moins un quart de cercle, dont les rayons iront en diminuant en passant d'un joint à l'autre en partant du bas. Je n'ai pas besoin de dire comment, d'après cela, on achèverait le ravalement.

Si, ensuite, la colonne devait avoir des cannelures, pour les tracer avec vitesse et précision, après en avoir marqué la largeur et le nombre en haut et en bas, de manière qu'elles se correspondent bien; quel que soit le genre de diminution qu'on ait adopté pour le fût, on aura une ficelle rougie avec de la sanguine, qu'on tendra le plus fortement qu'on pourra, qu'on appliquera sur les points correspondans, haut et bas, qui déterminent les largeurs des cannelures, et qu'on pincera avec les doigts pour la faire battre sur le fût, où elle laissera une marque sur toute la hauteur de la colonne, qu'on aura soin de tracer ensuite d'une manière moins sujette à s'effacer.

Pour le ravalement des corniches et des frontons, on se conduira à peu près comme nous l'avons dit pour celui des corniches des piédestaux.

DU RAVALEMENT DES PERRONS ET DES ESCALIERS A REPOS A RAMPES DROITES.

568. Le ravalement de ces escaliers n'offre pas assez de difficulté pour que nous entrions dans des détails à ce sujet.

DU RAVALEMENT DES ESCALIERS VOUTÉS.

569. Pour le ravalement de ces sortes d'escaliers, il n'y a rien à dire sur ce qui regarde les marches; quand à ce qui regarde les voûtes, on se rappellera ce qui a été dit précédemment sur celui des différentes espèces de voûtes, et on aura soin d'obtenir bien nettes, et suivant les courbures qu'elles doivent avoir, les intersections des différentes parties de leur intrados. Il faudrait répéter ce que nous avons déjà dit plusieurs fois pour en dire davantage à ce sujet.

DU RAVALEMENT DES LIMONS HÉLICOÏDES.

570. Après avoir ravalé les faces cylindriques du limon, comme nous l'avons dit pour les murs cylindriques, on fixera, d'après l'épure de ce limon, la hauteur d'au moins trois points de ses arrêtes hélices, et au moyen

de ces points et d'une longue règle flexible, on tracera chacune de ces arrêtes dans les faces cylindriques. Ensuite, on fera le dessus hélicoïde en faisant glisser, de niveau, une règle sur ces deux hélices.

DU RAVALEMENT DES ESCALIERS EN VIS A JOUR.

571. Pour ravaler les têtes de ce genre d'escaliers, on se servira du même moyen que nous avons donné au n°. 544 pour leur pose. Ce fil à-plomb, qu'on fera aller d'un clou à l'autre de la planche placée horizontalement au haut de l'escalier, est le meilleur guide pour bien faire la face des têtes ou du limon des marches. On conçoit, d'ailleurs, comment il faudrait ravaler la surface du dessous de l'escalier, et les autres faces du limon.

DU RAVALEMENT DES ESCALIERS SUSPENDUS A RAMPES DROITES.

572. Je ne crois pas avoir besoin d'expliquer les moyens qu'il convient d'employer pour ravaler ce genre d'escaliers; aussi me contenterai-je de recommander de bien faire sentir les intersections des dessous des rampes et des paliers.

FIN.

TABLE

DES MATIÈRES CONTENUES DANS CET OUVRAGE.

CHAPITRE PREMIER.

Définitions et Problêmes de Géométrie.

CHAPITRE II.

Moyens de décrire les courbes, de leur mener des tangentes et des normales dans tous les cas.

CHAPITRE III.

Notions et Problêmes de Géométrie descriptive.

CHAPITRE IV.

Générations et Définitions des Surfaces en général, etc.

CHAPITRE V.

Des Murs.

CHAPITRE VI.

Des Plates-bandes.

CHAPITRE VII.

Des Berceaux.

CHAPITRE VIII.

CHAPITRE IX.

Des Voûtes coniques.

CHAPITRE X.

Des Trompes coniques.

CHAPITRE XI.

Des Voûtes plates.

CHAPITRE XII.

Des Voûtes en arc de cloître.

CHAPITRE XIII.

Des Voûtes en arrêtier ou d'arrêtes.

CHAPITRE XIV.

Des Voûtes sphériques et des Voûtes sphéroïdes.

CHAPITRE XV.

Des Voûtes en niche.

CHAPITRE XVI.

Des Voûtes annulaires simples, des Voûtes annulaires en arrêtier et des Voûtes annulairoïdes.

CHAPITRE XVII.

Des Voûtes ellipsoïdes, des Voûtes paraboloïdes et autres à surface de révolution, l'axe de rotation étant horizontal.

CHAPITRE XVIII.

Des Trompes en voussure.

CHAPITRE XIX.

Des Portes en voussure.

CHAPITRE XX.

Des Pénétrations réciproques des Voûtes.

CHAPITRE XXI.

Suite des Pénétrations réciproques des Voûtes.

CHAPITRE XXII.

Suite des Pénétrations réciproques des Voûtes.

CHAPITRE XXIII.

Des Pendentifs.

CHAPITRE XXIV.

Quelques Voûtes particulières.

CHAPITRE XXV.

Digressions sur les Voûtes.

CHAPITRE XXVI.

Appareil des Piédestaux, des colonnes, des Entablemens et des Frontons.

CHAPITRE XXVII.

Des Escaliers en général et des Perrons en particulier.

CHAPITRE XXVIII.

Des Escaliers à repos et à rampes droites entre deux murs.

CHAPITRE XXIX.

Des Escaliers à rampes droites, voûtés entre deux murs.

CHAPITRE XXX.

Des Escaliers à rampes droites, voûtés en encorbellement.

CHAPITRE XXXI.

Des Escaliers à repos entre deux murs cylindriques droits.

CHAPITRE XXXII.

CHAPITRE XXXIII.

Des Escaliers suspendus à rampes courbes.

CHAPITRE XXXIV.

Des Escaliers suspendus à rampes droites.

CHAPITRE XXXV.

De la Pose.

CHAPITRE XXXVI.

Du Ravalement.

FIN DE LA TABLE.

